ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΑΜΥΝΑΣ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

ΦΥΣΙΚΗ

Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

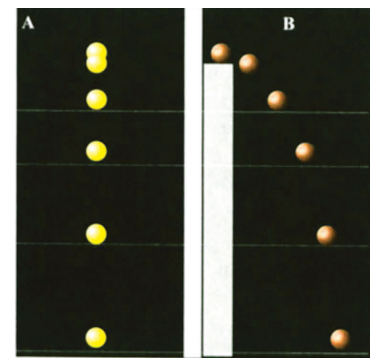
Γενικής Παιδείας

1 ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ: ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ, ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

1.1. Οριζόντια βολή
1.2. Ομαλή κυκλική κίνηση
1.3. Κεντρομόλος δύναμη
1.4. Μερικές περιπτώσεις κεντρομόλου δύναμης

1.1. Οριζόντια βολή

Χρησιμοποιώντας την κατάλληλη διάταξη μελέτης των κινήσεων, μπορούμε να μελετήσουμε την οριζόντια βολή. Από ένα ύψος αφήνουμε να πέσει ελεύθερα το αντικείμενο Α ξεκινώντας από την ηρεμία. Από το ίδιο ύψος ένα άλλο αντικείμενο Β αρχίζει να κινείται συγχρόνως με το αντικείμενο Α, αλλά τη στιγμή της εκκίνησής του δίνεται μία ώθηση προς τα δεξιά που προσδίδει στο σώμα οριζόντια ταχύτητα.



Χρονοφωτογραφίες
α) ελεύθερη πτώση
β) οριζόντια βολή.
Εικόνα 1-1.

Τα αντικείμενα φωτογραφίζονται κατά τη διάρκεια της πτώσης με τον τρόπο που έχει περιγραφεί στη Φυσική της Α΄. Οι φωτογραφίες της κίνησης φαίνονται στην εικόνα 1. Τι παρατηρείτε για την κίνηση του αντικειμένου Β σε σχέση με την κίνηση του Α;

Από την εικόνα φαίνεται ότι τις ίδιες χρονικές στιγμές βρίσκονται στο ίδιο ύψος, δηλαδή έχουν διανύσει την ίδια κατακόρυφη απόσταση.

Το αντικείμενο Β ενώ πέφτει ταυτόχρονα μετατοπίζεται και οριζόντια. Τι μπορούμε να συμπεράνουμε για την κίνηση του αντικειμένου Β; Από τη φωτογραφία φαίνεται ότι το αντικείμενο Β διανύει ίσα οριζόντια διαστήματα σε ίσους χρόνους. Η κίνηση που κάνει το αντικείμενο Β λέγεται οριζόντια βολή.

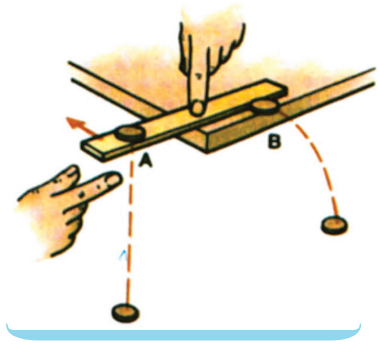
Δραστηριότητα 1

Σύγχρονες κινήσεις - Ανεξαρτησία κινήσεων.

1. Στερεώστε τη συσκευή σύγχρονων κινήσεων επάνω σε οριζόντια ράβδο, η οποία στηρίζεται επάνω σε ορθοστάτη.
2. Υψώστε τη μεταλλική σφαίρα Σ, ώστε το στέλεχος ΣΑ (το οποίο μπορεί να στρέφεται γύρω από το άλλο άκρο του Α) να γίνει περίπου οριζόντιο. Αφήστε ελεύθερη τη σφαίρα Σ.
3. Μετά τη σύγκρουση τι κίνηση θα κάνει καθεμία από τις δύο μεταλλικές σφαίρες που συγκρατούνται από τα ελάσματα; Ακούγεται ένας χτύπος; Δηλαδή φθάνουν ταυτόχρονα στο δάπεδο;
4. Η κίνηση της σφαίρας που εκτινάσσεται οριζόντια είναι απλή ή συνδυασμός άλλων κινήσεων; Αν ισχύει το δεύτερο, προσδιορίστε τις επιμέρους απλές κινήσεις από τις οποίες συντίθεται.

Δραστηριότητα 2

Κατακόρυφη και οριζόντια κίνηση.



1. Τοποθέτησε ένα πλαστικό χάρακα και δύο πανομοιότυπα νομίσματα όπως φαίνεται στην εικόνα.
2. Πίεσε το χάρακα στο μέσο του με το δείκτη του ενός χεριού και χτύπησε απότομα την άκρη του χάρακα με το δείκτη του άλλου. Με τον τρόπο αυτό, το νόμισμα Α ελευθερώνεται και πέφτει κατακόρυφα, ενώ το Β εκτινάσσεται οριζόντια με κάποια αρχική ταχύτητα.
3. Ακουσε τα νομίσματα καθώς χτυπούν στο δάπεδο.
   i) Αν δεν υπήρχε η δύναμη της βαρύτητας τι κίνηση θα έκανε το νόμισμα Β μετά το χτύπημα από τον χάρακα; Αν δεν υπήρχε η αρχική οριζόντια ταχύτητα από το χτύπημα του χάρακα, τι κίνηση θα έκανε το νόμισμα Β, όταν θα αφηνόταν ελεύθερο από το ίδιο ύψος; Δικαιολόγησε τις απαντήσεις σου. ii) Η κίνηση του νομίσματος Β είναι απλή ή συνδυασμός άλλων απλών κινήσεων; Αν συμβαίνει το δεύτερο, τότε ποιες είναι αυτές; iii) Τα δύο νομίσματα αρχίζουν τις κινήσεις τους συγχρόνως. Μήπως επίσης φθάνουν συγχρόνως στο δάπεδο; Αν ναι, τότε τι συμπεραίνεις για τις (κατακόρυφες) επιταχύνσεις τους;
4. Η οριζόντια κίνηση του νομίσματος Β επηρεάζει την άλλη επιμέρους κίνησή του (την πτώση του κατά την κατακόρυφη διεύθυνση); Είναι ανεξάρτητη η μία κίνηση από την άλλη; Μπορούμε επομένως, όταν ασχολούμαστε με μία σύνθετη κίνηση σώματος, να μελετούμε ξεχωριστά τις επιμέρους απλές κινήσεις που τη συνθέτουν;

Συνοψίζοντας, μπορούμε να υποστηρίξουμε **ότι η οριζόντια βολή είναι σύνθετη κίνηση** που αποτελείται από δύο απλές κινήσεις, μία κατακόρυφη που είναι ελεύθερη πτώση και μία οριζόντια που είναι ευθύγραμμη ομαλή.

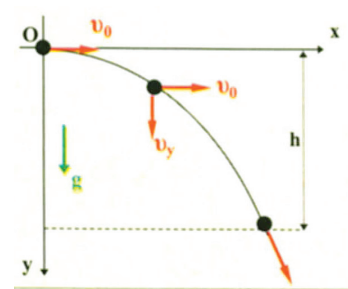
Οι δύο κινήσεις εξελίσσονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο που ορίζεται από την ταχύτητα του αντικειμένου Β.

Για να περιγράψουμε τις σύνθετες κινήσεις χρησιμοποιούμε **την αρχή ανεξαρτησίας (ή αρχή της επαλληλίας) των κινήσεων,** που διατυπώνεται ως εξής:

"Όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις, κάθε μία απ' αυτές εκτελείται εντελώς ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες και η θέση στην οποία φτάνει το κινητό μετά από χρόνο t, είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα, είτε εκτελούνται διαδοχικά, σε χρόνο t κάθε μία".

Για τον υπολογισμό της ταχύτητας και της μετατόπισης, μετά από χρόνο t, γράφουμε το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων ή των μετατοπίσεων αντίστοιχα, που θα είχε το κινητό, αν εκτελούσε κάθε μία κίνηση ανεξάρτητα και επί χρόνο t.
Δηλαδή:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2 \quad \text{και} \quad \vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2 \qquad (1)$$



Εικόνα 1-2.

Ας επανέλθουμε στο αρχικό παράδειγμα για να μελετήσουμε την κίνηση του αντικειμένου Β. Έστω h ότι είναι το ύψος από το οποίο βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα υ_0 το αντικείμενο Β.

Εφαρμόζουμε την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων σε σύστημα αξόνων Ox και Oy, όπως φαίνεται στην εικόνα 2.

Άξονας Ox: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή με ταχύτητα υ_0 και οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση κατά τη διεύθυνση (x) είναι:

$$\upsilon_x = \upsilon_0$$

$$x = \upsilon_0 t$$

Άξονας Oy: Η κίνηση είναι ελεύθερη πτώση που είναι κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα με επιτάχυνση $\vec{g}$.
Οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση κατά τη διεύθυνση (y) είναι:

$$\upsilon_y = g\,t$$

$$y = \frac{1}{2}\,g\,t^2$$

Κάθε στιγμή η ταχύτητα του σώματος είναι: $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_x + \vec{\upsilon}_y$.
Ο χρόνος κίνησης του σώματος βρίσκεται από την τελευταία σχέση, αν αντικαταστήσουμε όπου y = h.
Δηλαδή:

$$h = \frac{1}{2}\,g\,t^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Στο χρόνο αυτό το σώμα διάνυσε οριζόντια απόσταση ίση με:

$$x = \upsilon_0\,t \qquad (2)$$

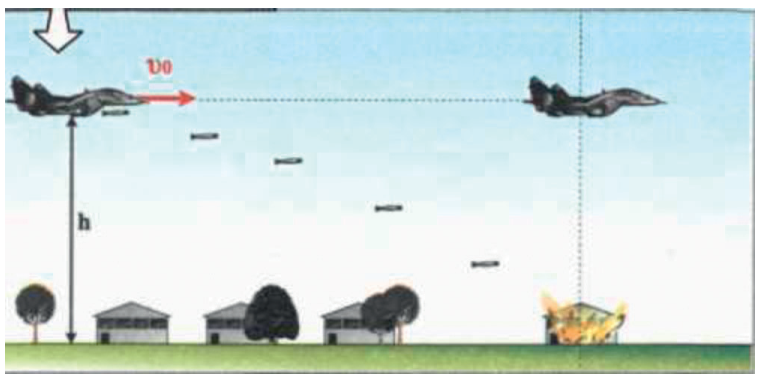
Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι δύο κινήσεις εκτελούνται από το σώμα Β, ανεξάρτητα η μία από την άλλη, είτε ταυτόχρονα είτε διαδοχικά. Κάθε μία κίνηση διαρκεί χρόνο:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad (3)$$

Παράδειγμα

Ας θεωρήσουμε ένα βομβαρδιστικό αεροπλάνο που κινείται σε ύψος h από το έδαφος με ταχύτητα $υ_0$. Η βόμβα βρίσκεται στο αεροπλάνο άρα τη στιγμή που αφήνεται να πέσει έχει την ίδια ταχύτητα με το αεροπλάνο. Ποιους παράγοντες πρέπει να λάβει υπόψη ο πιλότος ώστε η βόμβα να χτυπήσει το στόχο; Υποθέτουμε ότι δεν υπάρχει αντίσταση του αέρα.

Το αεροπλάνο ελευθερώνει τη βόμβα.



Είναι προφανές ότι, οι παράγοντες που θα παίξουν καθοριστικό ρόλο, είναι το ύψος στο οποίο το αεροπλάνο πετά, η ταχύτητά του και η οριζόντια απόστασή του από το στόχο τη στιγμή που απελευθερώνει τη βόμβα.

Η κίνηση της βόμβας στον κατακόρυφο άξονα είναι ελεύθερη πτώση ($υ=υ_0$) και άρα ισχύει:

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

Στην εξίσωση αυτή ο μόνος άγνωστος είναι ο χρόνος κατά τον οποίο κινείται η βόμβα. Επομένως μπορεί να προσδιοριστεί. Επιπλέον η βόμβα κινείται οριζόντια με κίνηση ευθύγραμμη ομαλή επί χρόνο t, όσο δηλαδή διαρκεί η ελεύθερη πτώση της.

Το οριζόντιο διάστημα που θα διανύσει η βόμβα, προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$s = υ_0 t$$

όπου $υ_0$ είναι η οριζόντια ταχύτητα της βόμβας, που είναι ίση με την ταχύτητα του αεροπλάνου τη στιγμή που αυτή απελευθερώνεται.

Συνεπώς, για να συναντήσει η βόμβα το στόχο, το αεροπλάνο πρέπει να την απελευθερώσει, όταν απέχει απ' αυτόν οριζόντια απόσταση $s = υ_0 t$.

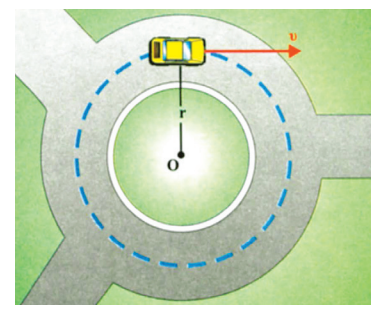
Τη χρονική στιγμή που η βόμβα βρίσκει το στόχο το αεροπλάνο βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη (αεροπλάνο και βόμβα έχουν ίδια οριζόντια ταχύτητα άρα μετατοπίζονται το ίδιο στην οριζόντια διεύθυνση στον ίδιο χρόνο).

1.2. Ομαλή κυκλική κίνηση

Ένα κινητό κάνει κυκλική κίνηση όταν η τροχιά που διαγράφει είναι περιφέρεια κύκλου (Εικ. 3). Η πιο απλή από τις κυκλικές κινήσεις είναι η **ομαλή κυκλική** (Εικ. 4).

Η Γη περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της με σταθερή περίοδο. Αν τοποθετήσουμε στο Βόρειο Πόλο μία φωτογραφική μηχανή, αυτή στη διάρκεια της νύχτας θα φωτογραφίσει τις τροχιές των άστρων. Όπως φαίνεται στη φωτογραφία, τα άστρα φαίνεται να κάνουν κυκλική κίνηση.

Εικόνα 1-3.



Το αυτοκίνητο κινείται στην κυκλική πλατεία με σταθερή ταχύτητα.

Εικόνα 1-4.

Ομαλή χαρακτηρίζεται η κυκλική κίνηση ενός κινητού, όταν η τιμή της ταχύτητάς του παραμένει σταθερή.

Ο χρόνος που χρειάζεται το κινητό για να κάνει μία περιφορά, λέγεται **περίοδος** της κυκλικής κίνησης και συμβολίζεται με **T**.

Ο αριθμός των περιφορών που εκτελεί το κινητό στη μονάδα του χρόνου λέγεται **συχνότητα** της κυκλικής κίνησης και συμβολίζεται με f.

Από τον ορισμό της συχνότητας προκύπτει ότι η περίοδος και η συχνότητα συνδέονται με τη σχέση:

$$f = \frac{1}{T} \qquad (4)$$

Μονάδα της συχνότητας είναι ο κύκλος ανά δευτερόλεπτο (c/s) που λέγεται **1Hz** (Χερτζ) προς τιμή του φυσικού Hertz που θεωρείται ένας από τους πρωτοπόρους στη μελέτη των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.

Πολλαπλάσια της μονάδας αυτής είναι:

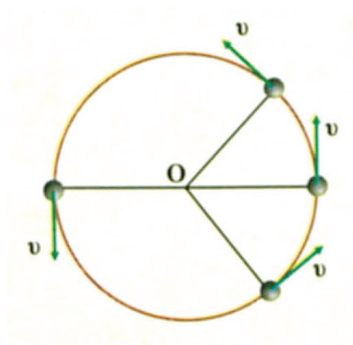
$$1kHz = 10^3 Hz,\ 1MHz = 10^6 Hz,\ 1GHz = 10^9 Hz.$$

Η ομαλή κυκλική κίνηση είναι γνωστή σε όλους μας. Τέτοια κίνηση κάνει το άκρο του λεπτοδείκτη του ρολογιού, ένα σημείο του περιστρεφόμενου δίσκου στο πικάπ κ.τ.λ.

Η ομαλή κυκλική κίνηση εντάσσεται σε μία μεγάλη κατηγορία κινήσεων που λέγονται **περιοδικές**. Μία τέτοια κίνηση έχει το χαρακτηριστικό ότι επαναλαμβάνεται η ίδια στον ίδιο πάντα χρόνο που λέγεται περίοδος (T).

Γραμμική ταχύτητα

Σύμφωνα με τον ορισμό της ομαλής κυκλικής κίνησης η τιμή της ταχύτητας του κινητού παραμένει σταθερή, ενώ η κατεύθυνσή της μεταβάλλεται συνεχώς, επειδή κάθε στιγμή είναι εφαπτόμενη στην τροχιά (Εικ. 5). Άρα τα διανυόμενα τόξα είναι ανάλογα των χρόνων στους οποίους διανύονται. Μπορούμε συνεπώς να γράψουμε:



Εικόνα 1-5.

$$s = \upsilon t$$

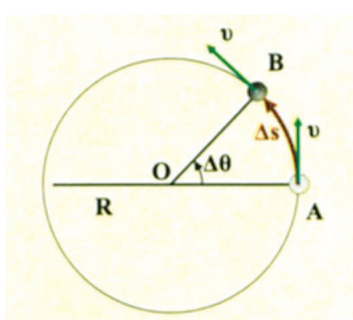
Επομένως το μέτρο της ταχύτητάς του, που ονομάζεται **γραμμική ταχύτητα** θα είναι:

$$\upsilon = \frac{s}{t}$$

Αν στον τελευταίο τύπο θέσουμε $t = T$, τότε το τόξο που θα διανύσει το κινητό θα έχει μήκος $s = 2\pi R$ (το μήκος της περιφέρειας της κυκλικής τροχιάς), οπότε:

$$\upsilon = \frac{2\pi R}{T} \qquad (5)$$

Ας υποθέσουμε ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$ το κινητό βρίσκεται στη θέση Α και μέτα από χρόνο t, κινούμενο κατά τη φορά που φαίνεται στην εικόνα 6, με γραμμική ταχύτητα υ, βρίσκεται στη θέση Β, έχοντας διανύσει το τόξο Δs. Η θέση του κινητού πάνω στην τροχιά του μπορεί να προσδιορισθεί, κάθε στιγμή, με δύο τρόπους (Εικ. 6):

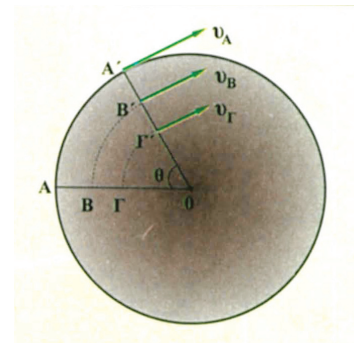


Εικόνα 1-6.

1) Με τη μέτρηση του μήκους του τόξου ΑΒ ($\Delta s = \upsilon\, \Delta t$).
2) Με τη μέτρηση της γωνίας $A\hat{O}B$ ($A\hat{O}B = \Delta\theta$) την οποία διαγράφει μία ακτίνα, που θεωρούμε ότι συνδέει κάθε στιγμή το κινητό με το κέντρο της τροχιάς του (επιβατική ακτίνα). Έτσι όταν το κινητό θα έχει "διανύσει" τόξο μήκους Δs η επιβατική ακτίνα θα έχει "διαγράψει" επίκεντρη γωνία Δθ.

Γωνιακή ταχύτητα

Ας θεωρήσουμε το σχήμα της εικόνας (Εικ. 7) όπου φαίνεται ένας δίσκος που περιστρέφεται και τα σημεία του κάνουν ομαλή κυκλική κίνηση. Έστω τρία σημεία Α, Β και Γ του δίσκου που βρίσκονται πάνω στην ίδια ακτίνα. Σε ένα μικρό χρονικό διάστημα, τα τρία σημεία βρίσκονται στις θέσεις Α΄, Β΄ και Γ΄ αντίστοιχα και έχουν διαγράψει την ίδια γωνία θ. Ωστόσο τα μήκη των αντίστοιχων τόξων ΑΑ΄,ΒΒ΄,ΓΓ΄ είναι διαφορετικά μεταξύ τους, γεγονός που σημαίνει ότι οι γραμμικές ταχύτητες των σημείων Α, Β, Γ, διαφέρουν (Εικ. 7).



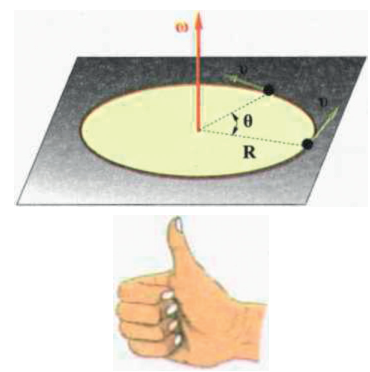
Εικόνα 1-7.

Στην ομαλή κυκλική κίνηση λοιπόν, εκτός από την ταχύτητα (γραμμική) που δίνει το ρυθμό με τον οποίο διανύει το κινητό διαστήματα, χρειαζόμαστε και ένα άλλο μέγεθος που να δείχνει με τι ρυθμό η επιβατική ακτίνα διαγράφει γωνίες. Γι' αυτό ορίζουμε ένα νέο φυσικό μέγεθος που λέγεται **γωνιακή ταχύτητα** και συμβολίζεται με **ω**.

Γωνιακή ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός κινητού, ονομάζουμε ένα διανυσματικό μέγεθος του οποίου:

- Η τιμή είναι ίση με το σταθερό πηλίκο της γωνίας θ που διαγράφηκε από την επιβατική ακτίνα σε χρονικό διάστημα t διά του αντίστοιχου χρονικού διαστήματος. Δηλαδή (Εικ. 8):

$$\omega = \frac{\theta}{t} \qquad (6)$$



Εικόνα 1-8.

- Η διεύθυνση είναι κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς.
- Η φορά καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού όπως στην εικόνα. Το διάνυσμα $\vec{\omega}$ έχει τη φορά, του αντίχειρα του δεξιού χεριού όταν η φορά περιστροφής του κινητού συμπίπτει με τη φορά των υπόλοιπων δακτύλων.

Στην ομαλή κυκλική κίνηση σε χρόνο μίας περιόδου T η επιβατική ακτίνα θα έχει διαγράψει γωνία 2π rad.
Αρα η σχέση (6) γράφεται:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad (7)$$

Επειδή $\frac{1}{T} = f$ η σχέση (7) γράφεται: ω = 2πf.

Μονάδα γωνιακής ταχύτητας

Ως μονάδα γωνιακής ταχύτητας, σύμφωνα με τη σχέση (6), χρησιμοποιούμε το ακτίνιο ανά δευτερόλεπτο (**1rad/s**).

Σχέση μεταξύ της γραμμικής και της γωνιακής ταχύτητας

Για να βρούμε τη σχέση που συνδέει τη γραμμική με τη γωνιακή ταχύτητα αντικαθιστούμε στη σχέση (5) το πηλίκο 2π/T με το ω, οπότε

προκύπτει

$$\upsilon = \omega R \qquad (8)$$

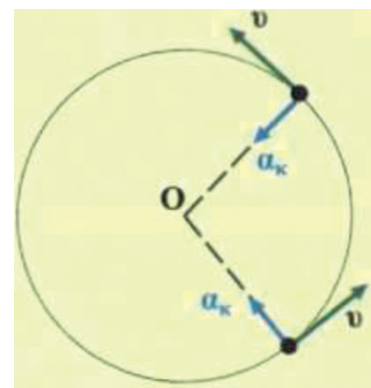
Η σχέση αυτή συνδέει τη γραμμική ταχύτητα με τη γωνιακή και με την ακτίνα της τροχιάς. Φαίνεται απ' αυτήν πως όλα τα σημεία ενός περιστρεφόμενου δίσκου (Εικ. 7), ενώ έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα (ω), έχουν γραμμικές ταχύτητες (υ) η τιμή των οποίων είναι ανάλογη με την απόστασή τους από τον άξονα (κέντρο) περιστροφής.

Κεντρομόλος επιτάχυνση

Στην ομαλή κυκλική κίνηση η τιμή της ταχύτητας είναι σταθερή, όμως η διεύθυνση και η φορά αλλάζουν συνεχώς. Άρα το διάνυσμα της ταχύτητας αλλάζει με αποτέλεσμα να εμφανίζεται επιτάχυνση που έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς (Εικ. 9) και λέγεται **κεντρομόλος επιτάχυνση** α_κ.

Αποδεικνύεται ότι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R} \qquad (9)$$



Εικόνα 1-9.

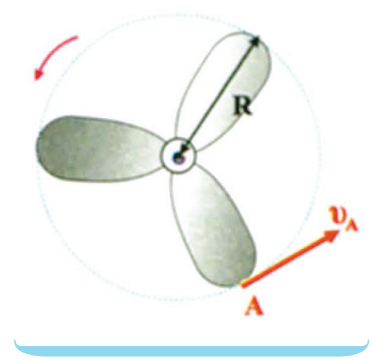
Δραστηριότητα

Ξεκινώντας από τη σχέση (9) και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (4), (7) και (8), να εκφράσετε την κεντρομόλο επιτάχυνση και με άλλες σχέσεις.

Παράδειγμα

Το άκρο (Α) του πτερυγίου ενός ανεμιστήρα στρέφεται με γραμμική ταχύτητα, 15m/s και η ακτίνα του έχει μήκος 60cm.

- Να υπολογιστούν: η περίοδος, η συχνότητα και η γωνιακή ταχύτητα.
- Να υπολογισθεί επίσης ποιο μήκος τόξου s θα έχει διανυθεί σε χρόνο ενός εκατοστού του δευτερολέπτου.



Απάντηση:

Από τη σχέση $\upsilon = \frac{2\pi R}{T}$ επιλύοντας ως προς την περίοδο T βρίσκουμε:

$$T = \frac{2\pi}{\upsilon} R \qquad \text{ή} \qquad T = 0{,}25s$$

Η σχέση μεταξύ συχνότητας και περιόδου είναι: $f = \frac{1}{T}$.

Αντικαθιστώντας την περίοδο T με την τιμή της, βρίσκουμε την τιμή της συχνότητας.

$$f = \frac{1}{0{,}25s} \quad \text{ή} \quad f = 4Hz$$

Η γωνιακή ταχύτητα υπολογίζεται από τη σχέση: $\omega = 2\pi f$ από την οποία με αντικατάσταση έχουμε:

$\omega = 6{,}28 \cdot 4rad/s$ ή $\omega = 25{,}12rad/s$.

Το μήκος του τόξου που θα διανυθεί σε χρόνο t=0,01s θα υπολογιστεί από τη σχέση: $s = \upsilon t$.

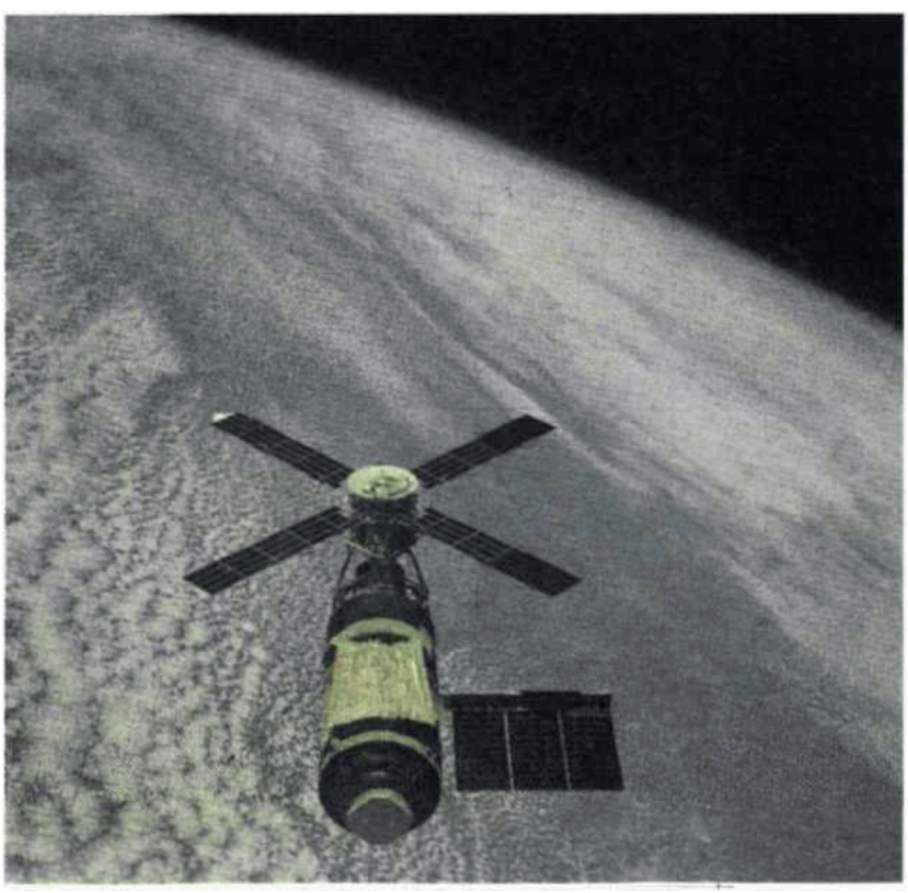
Με αντικατάσταση έχουμε: $s = 15 \cdot 0{,}01m$ ή $s = 0{,}15m$.

1.3. Κεντρομόλος δύναμη

Οι κυκλικές και γενικά οι καμπυλόγραμμες κινήσεις είναι μία μεγάλη κατηγορία κινήσεων. Έχετε αναρωτηθεί ποιο είναι το αίτιό τους; Ποια είναι παραδείγματος χάρη η αιτία που κρατά σε τροχιά ένα τεχνητό δορυφόρο γύρω από την Γη; (Εικ. 10) Για ποιο λόγο η Τροχαία βάζει όριο ταχύτητας στις στροφές; Αυτά είναι μερικά από τα ερωτήματα στα οποία θα προσπαθήσουμε να δώσουμε απάντηση στην παράγραφο αυτή.

Οι δύο πρώτοι νόμοι του Νεύτωνα μας επιτρέπουν να περιγράφουμε την κίνηση που κάνει ένα σώμα όταν γνωρίζουμε τη συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν σ' αυτό, την αρχική θέση του καθώς και την αρχική του ταχύτητα. Έτσι αν σε ένα σώμα δεν ασκούνται δυνάμεις, ή αν ασκούνται και έχουν συνισταμένη μηδέν, τότε σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα αυτό θα ηρεμεί ή θα κινείται με κίνηση ευθύγραμμη ομαλή.

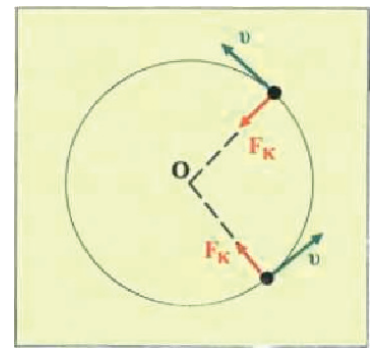
Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα δεν



Τεχνητός δορυφόρος σε τροχιά γύρω από τη Γη.
Εικόνα 1-10.

είναι μηδέν, τότε σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα αυτό έχει επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ ομόρροπη της δύναμης, που προσδιορίζεται από τη σχέση $\vec{F} = m\,\vec{\alpha}$, όπου m είναι η μάζα του σώματος.

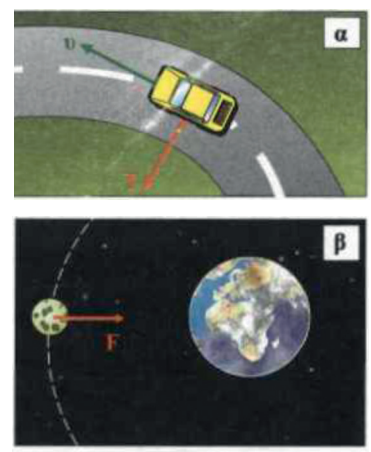
Ας θεωρήσουμε την περίπτωση που ένα σώμα εκτελεί κυκλική κίνηση με ταχύτητα σταθερής τιμής. Επειδή η κατεύθυνση της ταχύτητας συνεχώς μεταβάλλεται, άρα υπάρχει επιτάχυνση (κεντρομόλος) και σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στο σώμα ασκείται δύναμη. Η δύναμη αυτή έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και γι' αυτό λέγεται **κεντρομόλος δύναμη** (Εικ. 11).



Εικόνα 1-11.

Η κεντρομόλος δύναμη είναι γενικά η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα κατά τη διεύθυνση της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς με φορά προς το κέντρο του κύκλου. Δεν πρόκειται για μία ακόμα δύναμη πάνω στο σώμα. Λέμε συνήθως ότι η συνισταμένη των δυνάμεων (κατά τη διεύθυνση της ακτίνας) παίζει ρόλο κεντρομόλου δύναμης.

Την έννοια της κεντρομόλου δύναμης συναντάμε σε κάθε φαινόμενο που υπάρχει κυκλική κίνηση. Παραδείγματος χάρη, όταν ένα αυτοκίνητο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε ένα επίπεδο δρόμο, η κεντρομόλος δύναμη είναι η δύναμη τριβής (Εικ. 12α). Η Σελήνη περιφέρεται γύρω από τη Γη λόγω της ελκτικής δύναμης που δέχεται από αυτή. Η δύναμη αυτή παίζει τότε το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης (Εικ. 12β). Τα ηλεκτρόνια περιφέρονται γύρω από τον πυρήνα του ατόμου λόγω της ηλεκτρικής δύναμης Coulomb, που παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.



Δυνάμεις που δρούν ως κεντρομόλες: α) η τριβή, β) η βαρυτική έλξη F.
Εικόνα 1-12.

Γενικά κάθε δύναμη που αναγκάζει ένα σώμα να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση λέγεται κεντρομόλος δύναμη.

Η κεντρομόλος επιτάχυνση έχει την ίδια κατεύθυνση με την κεντρομόλο δύναμη. Όπως είδαμε, η τιμή της κεντρομόλου επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R}$$

όπου υ είναι το μέτρο της ταχύτητας και R η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς. Έτσι η τιμή της κεντρομόλου δύναμης δίνεται από τη σχέση:

$$F = \frac{m\upsilon^2}{R} \qquad (10)$$

Δραστηριότητα

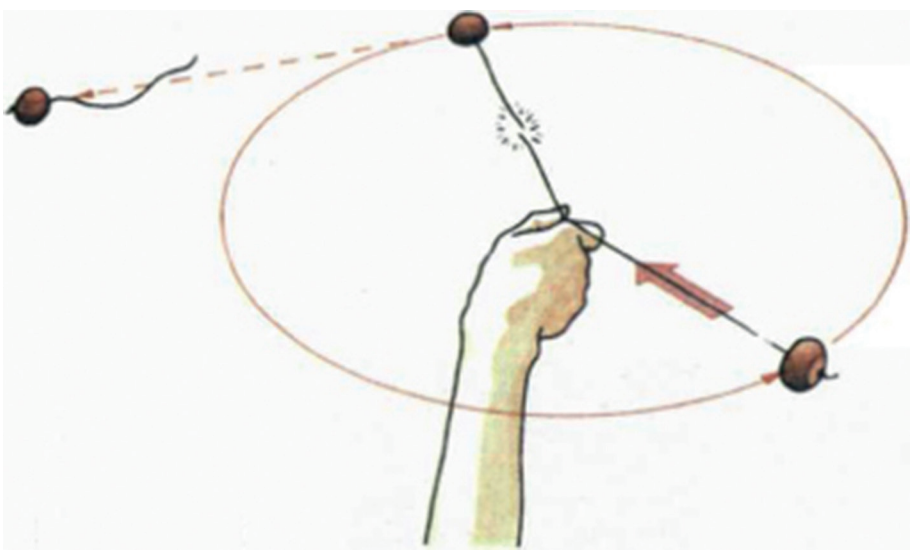
Αντικαταστήστε στη σχέση (10), τις σχέσεις:

$$\upsilon = \omega R \text{ και } \omega = 2\pi f \quad \text{ή} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Σε ποιες σχέσεις για την τιμή της κεντρομόλου δύναμης καταλήξατε;

1.4. Μερικές περιπτώσεις κεντρομόλου δύναμης

Α) Αν στο άκρο ενός νήματος (Εικ. 13) προσδέσουμε μία μικρή σφαίρα και τη θέσουμε με το χέρι μας σε ομαλή κυκλική κίνηση πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, τότε η κεντρομόλος δύναμη που αναγκάζει τη σφαίρα να κινηθεί σε κυκλική τροχιά είναι η τάση του νήματος. Αν η σφαίρα περιφέρεται με ολοένα αυξανόμενη ταχύτητα, τότε σύμφωνα με τη σχέση (10) απαιτείται μεγαλύτερη δύναμη, για να τη συγκρατήσει σε κυκλική τροχιά. Αν η δύναμη αυτή υπερβεί την τάση θραύσης του νήματος, τότε αυτό κόβεται και η σφαίρα κινείται ευθύγραμμα κατά την εφαπτομένη της τροχιάς στη θέση που κόπηκε το νήμα.

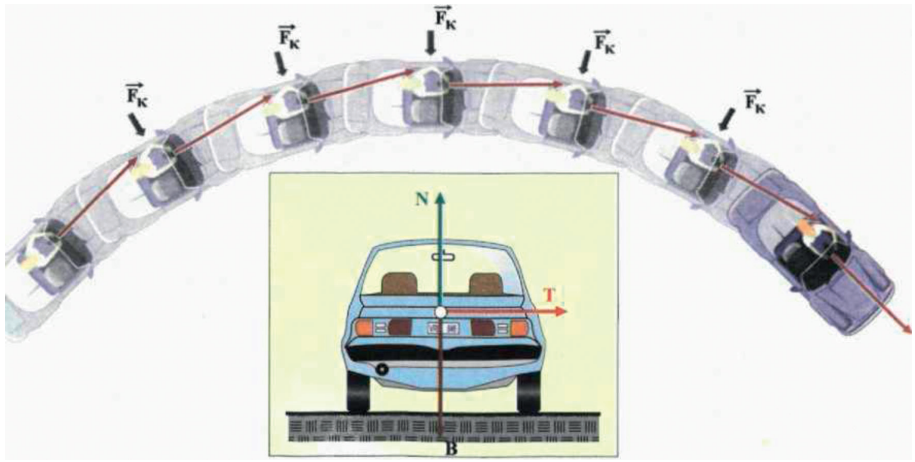


Εικόνα 1-13.

Β) Όταν ένα αυτοκίνητο κινείται σε κυκλική οριζόντια τροχιά κάνοντας ομαλή κυκλική κίνηση (Εικ. 14), η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν επάνω του πρέπει να έχει φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Δηλαδή να είναι κεντρομόλος.

Στο αυτοκίνητο ενεργούν οι εξής δυνάμεις (Εικ. 14):
Το βάρος του $\vec{B}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ του εδάφους και η τριβή $\vec{T}$ (Η αντίσταση του αέρα παραλείπεται).

Οι δύο πρώτες δυνάμεις έχουν συνισταμένη μηδέν. Άρα η τριβή (στατική) που ασκείται από το έδαφος στους τροχούς πρέπει να έχει φορά προς το κέντρο της τροχιάς και να είναι οριζόντια, γιατί το αυτοκίνητο κινείται σε οριζόντιο επίπεδο.



Εικόνα 1-14.

Είναι φανερό ότι όσο μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα του αυτοκινήτου τόσο μεγαλύτερη κεντρομόλος δύναμη απαιτείται για να περάσει με ασφάλεια τη στροφή. Αν λοιπόν είναι φθαρμένα τα λάστιχα ή είναι βρεγμένος ο δρόμος, η τριβή που αναπτύσσεται δεν είναι μεγάλη και δεν μπορεί να παίξει τον αναγκαίο ρόλο της κεντρομόλου με αποτέλεσμα το αυτοκίνητο να εκτραπεί.

Γ) Θεωρούμε ένα αυτοκίνητο, όπως στην εικόνα 15, που παίρνει στροφή πάνω σε κεκλιμένο ως προς το οριζόντιο επίπεδο δρόμο, όπως παραδείγματος χάρη σ' ένα αυτοκινητόδρομο μεγάλης ταχύτητας.

Τίθεται το ερώτημα: πώς θα υπολογίσουμε την κλίση του δρόμου, ώστε να αναπτύσσεται η απαραίτητη κεντρομόλος δύναμη για την ασφαλή διέλευση των οχημάτων;

Αν, για ευκολία στους υπολογισμούς, θεωρήσουμε αμελητέα την τριβή, στο όχημα ασκούνται δύο δυνάμεις: το βάρος του Β και η κάθετη δύναμη (Α) από το οδόστρωμα.
Από το σχήμα προκύπτει:

$$\text{Ασυνφ} - \text{Β} = 0 \quad \text{ή} \quad \text{Ασυνφ} = \text{Β} \qquad (11)$$

γιατί στον κατακόρυφο άξονα δεν υπάρχει κίνηση.

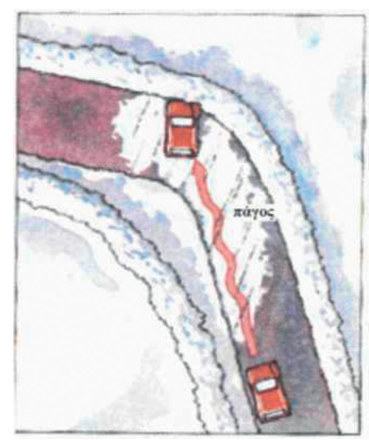
Η οριζόντια δύναμη Αημφ αναγκάζει το όχημα να κινηθεί κυκλικά στη στροφή, δηλαδή είναι η απαραίτητη κεντρομόλος δύναμη.

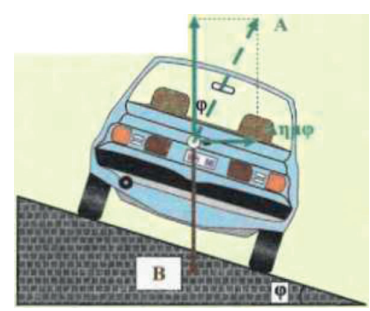
Αρα μπορούμε να γράψουμε: $$\text{Αημφ} = \frac{m\upsilon^2}{R} \qquad (12)$$

Από τις σχέσεις (11) και (12) αν τις διαιρέσουμε κατά μέλη, προκύπτει:

$$\frac{\text{Αημφ}}{\text{Ασυνφ}} = \frac{\frac{m\upsilon^2}{R}}{mg} \qquad \text{ή} \qquad \text{εφφ} = \frac{\upsilon^2}{Rg}$$

Από την τελευταία σχέση φαίνεται ότι για δοσμένη ακτίνα στροφής





Εικόνα 1-15.

και ορισμένη κλίση του οδοστρώματος, η διέλευση είναι ασφαλής μόνο για ορισμένη τιμή της ταχύτητας. Αν ένα όχημα δοκιμάσει να

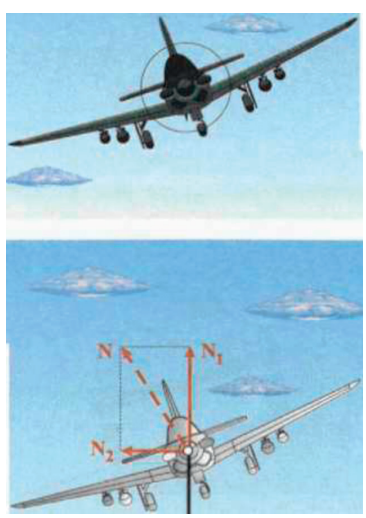
Το αυτοκίνητο κινείται στους δύο τροχούς, έχοντας εξασφαλίσει την απαραίτητη κεντρομόλο δύναμη.

περάσει από τη στροφή αυτή, με μεγαλύτερη ταχύτητα από την ορισμένη, τότε θα ξεφύγει από το δρόμο, γιατί η κεντρομόλος δύναμη που απαιτείται είναι μεγαλύτερη της συνιστώσας Αημφ.

Σε ειδικούς δρόμους που γίνονται αγώνες αυτοκινήτων η κλίση του δρόμου αυξάνει προοδευτικά. Έτσι ο οδηγός μπορεί να διαλέξει το μέρος του δρόμου από το οποίο θα περάσει ανάλογα με την ταχύτητα του αυτοκινήτου του.

Οι γραμμές του τρένου στις στροφές έχουν την εξωτερική σιδηροτροχιά υπερυψωμένη ώστε η αντίδραση να δίνει οριζόντια συνιστώσα προς το μέσα μέρος της στροφής, η οποία αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη.

Δ) Όταν ένα αεροπλάνο πετάει σε οριζόντιο επίπεδο η ανυψωτική δύναμη Ν αντισταθμίζει το βάρος του Β. Για να κάνει στροφή με την βοήθεια ειδικών πηδαλίων παίρνει ορισμένη κλίση (Εικ. 16) ώστε η ανυψωτική δύναμη Ν να αναλύεται σε δύο συνιστώσες, μία κατακόρυφη (N_1) και μία οριζόντια (N_2), από τις οποίες η συνιστώσα N_2 αποτελεί την κεντρομόλο που θα του επιτρέψει να κάνει τη στροφή.



Εικόνα 1-16.

Τριβή και αυτοκινητιστικά δυστυχήματα

Είναι βέβαιο πως, αν οι οδηγοί γνώριζαν τους νόμους της Δυναμικής και τους εφάρμοζαν, τότε τα δυστυχήματα θα περιορίζονταν σημαντικά.

Ποιες όμως είναι οι αιτίες των δυστυχημάτων; Γιατί τόσοι άνθρωποι, κυρίως νέοι, αφήνουν την τελευταία τους πνοή στην άσφαλτο;
Τα στατιστικά στοιχεία δείχνουν ότι οι αιτίες των δυστυχημάτων είναι η υπερβολική ταχύτητα, το βρεγμένο οδόστρωμα, η μεγάλη ταχύτητα στις στροφές, το αντικανονικό προσπέρασμα, η κατάσταση των φρένων, τα

φθαρμένα λάστιχα, η κατάσταση του οδηγού (αλκοόλ, αϋπνία κ.λπ.).

Θα προσπαθήσουμε μέσα από παραδείγματα, να δείξουμε την επίδραση του κάθε παράγοντα στα ατυχήματα.

Παράδειγμα 1

Ένα Ι.Χ. αυτοκίνητο που μαζί με το φορτίο του έχει μάζα 1.800kg κινείται στην εθνική οδό. Ξαφνικά ο οδηγός αντιλαμβάνεται ότι ο δρόμος έχει κλείσει από σταματημένα αυτοκίνητα και εφαρμόζει τα φρένα, με αποτέλεσμα οι τροχοί να μην περιστρέφονται. Τη στιγμή που ενεργοποιούνται, η απόσταση του αυτοκινήτου από το εμπόδιο είναι 150m. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ των τροχών και του εδάφους είναι 0,2. Αν τη στιγμή που ο οδηγός εφαρμόζει τα φρένα η ταχύτητα του οχήματος είναι α) 144km/h β) 108km/h γ) 72km/h, να βρεθεί σε κάθε περίπτωση αν το όχημα θα πέσει επάνω στα σταματημένα αυτοκίνητα.

Εικόνα 1-17.

Απάντηση

Κατά τον κατακόρυφο άξονα ασκείται η αντίδραση N που είναι δύναμη από επαφή. Στο αυτοκίνητο ασκείται και το βάρος B που είναι δύναμη από απόσταση.

Η μόνη δύναμη που ασκείται στη διεύθυνση της κίνησης και επιβραδύνει το όχημα είναι η τριβή T.

Σύμφωνα με το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε

$$T = m\,\alpha$$

Επειδή $T = \mu N$ και $N = B$

προκύπτει ότι:

$$\mu\, m\, g = m\,\alpha \quad \text{ή} \quad \alpha = g\,\mu$$

Από τη σχέση αυτή φαίνεται ότι η επιβράδυνση είναι σταθερή επειδή ο συντελεστής τριβής είναι σταθερός. Θα ισχύουν οι σχέσεις της ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης, δηλαδή:

$$x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (1)$$

$$\upsilon = \upsilon_0 - \alpha\, t \qquad (2)$$

Όταν το όχημα σταματήσει (υ = 0) τότε από τη σχέση (2) έχουμε:

$$\upsilon_0 = \alpha t \quad \text{ή} \quad t = \frac{\upsilon_0}{\alpha}$$

Με αντικατάσταση του χρόνου αυτού στη σχέση (1) προκύπτει το μέγιστο διάστημα x_{max}.

$$x_{max} = \frac{\upsilon_0^{\,2}}{2g\mu}$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι η ζητούμενη απόσταση είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας τη στιγμή που ο οδηγός εφαρμόζει τα φρένα και αντιστρόφως ανάλογη του συντελεστή τριβής ολίσθησης.

Περίπτωση α) Για $\upsilon_0 = 144\text{km/h} = \dfrac{144.000\text{m}}{3.600\text{s}} = 40\text{m/s}$.

Με αντικατάσταση προκύπτει:

$$x_{max} = (40^2/2)\cdot 10\cdot 0{,}2\text{m} \quad \text{ή} \quad x_{max} = 400\text{m}$$

Επειδή τα σταματημένα οχήματα είναι σε απόσταση 150m το Ι.Χ. αυτοκίνητο θα προσπέσει επάνω τους, και δεν μπορεί να αποφύγει τη σύγκρουση.

Περίπτωση β) Για $\upsilon_0 = 108\text{km/h} = 30\text{m/s}$ το απαιτούμενο διάστημα για να σταματήσει το Ι.Χ. αυτοκίνητο είναι $x_{max} = 225\text{m}$.

Άρα και στην περίπτωση αυτή δε θα αποφευχθεί η σύγκρουση.

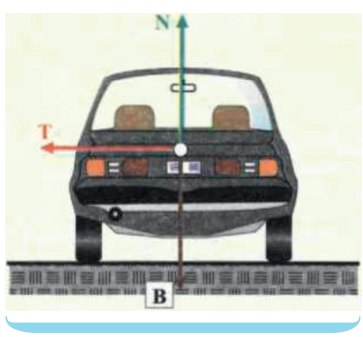
Περίπτωση γ) $\upsilon_0 = 72\text{km/h} = 20\text{m/s}$. Με αντικατάσταση προκύπτει: $x_{max} = (400/2)\cdot 10\cdot 0{,}2 = 100\text{m}$.

Στην περίπτωση αυτή το Ι.Χ. αυτοκίνητο θα σταματήσει 50m από τα σταματημένα οχήματα.

Από τις περιπτώσεις α και γ προκύπτει ότι, όταν η ταχύτητα είναι διπλάσια (από 72km/h έγινε 144km/h) το αντίστοιχο διάστημα που απαιτείται για να σταματήσει το όχημα είναι τετραπλάσιο.

Παράδειγμα 2

Ένα Ι.Χ. αυτοκίνητο μάζας 1.800kg, πρόκειται να πάρει στροφή ακτίνας 100m σε οριζόντιο δρόμο. Πόση πρέπει να είναι η μεγίστη ταχύτητά του για να περάσει τη στροφή με ασφάλεια; Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μ = 0,2.



Απάντηση

Στην προκειμένη περίπτωση, αν το όχημα γλιστρήσει θα φύγει προς τα έξω. Συνεπώς η τριβή ως δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση θα έχει φορά προς το μέσα μέρος της στροφής. Άρα θα ενεργεί ως κεντρομόλος δύναμη και θα ισχύει:

$$T = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad \mu\, m\, g = \frac{m\upsilon^2}{R} \quad \text{ή} \quad \upsilon^2 = \mu\, g\, R \quad \text{ή} \quad \upsilon = \sqrt{\mu\, g\, R}$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των μ, g, R έχουμε:

$$\upsilon = \sqrt{0{,}2\cdot 10\cdot 100}\ \text{m/s} \quad \text{ή} \quad \upsilon = 10\sqrt{2}\ \text{m/s} \quad \text{ή} \quad \upsilon = 14{,}1\ \text{m/s} \quad \text{ή}$$

$\upsilon = 50,8$ km/h.

Τι θα συμβεί αν ο οδηγός θελήσει να περάσει τη στροφή με ταχύτητα μεγαλύτερη από την ευρεθείσα;

Είναι προφανές, ότι η απαιτούμενη κεντρομόλος δύναμη για να πάρει τη στροφή το όχημα θα είναι μεγαλύτερη. Συνεπώς θα απαιτηθεί μεγαλύτερη τριβή από την $T = \mu\, m\, g$. Επειδή αυτό δεν συμβαίνει, το αυτοκίνητο θα φύγει προς τα έξω στη στροφή.

α) Ελαστικά σε καλή κατάσταση. β) Φθαρμένα ελαστικά.

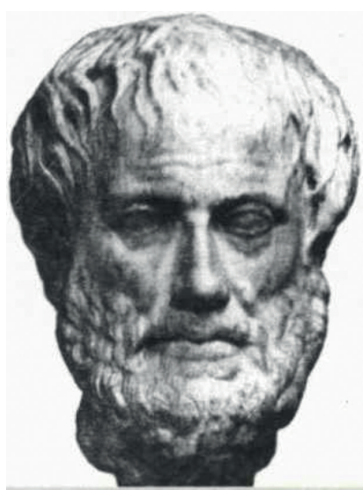
Δραστηριότητα

Εργαζόμενοι ανά δύο μπορείτε να ερευνήσετε την επίδραση που έχει: α) το βρεγμένο οδόστρωμα και β) τα φθαρμένα λάστιχα, όταν το Ι.Χ. αυτοκίνητο κινείται όπως περιγράφεται στα Παραδείγματα 1 και 2;

Να χρησιμοποιήσετε τις σχέσεις των Παραδειγμάτων 1 και 2. Τεκμηριώστε την άποψή σας σε γραπτό κείμενο 10-15 γραμμών.

Από τον Αριστοτέλη στο Νεύτωνα

Η κίνηση των σωμάτων απασχόλησε τους αρχαίους Έλληνες Φυσικούς Φιλοσόφους οι οποίοι πρότειναν διάφορες θεωρίες για την ερμηνεία τόσο της έναρξης μίας κίνησης όσο και της παύσης της. Από τις διάφορες αυτές θεωρίες σημαντικότερη είναι αυτή του Αριστοτέλη (389-322 π.Χ.) διότι επηρέασε τη σκέψη των επόμενων γενεών ως την περίοδο του Νεύτωνα (1642-1727 μ.Χ.) ο οποίος ανέπτυξε τη θεωρία που δεχόμαστε σήμερα. Αξίζει να γνωρίσουμε λοιπόν τη θεωρία του Αριστοτέλη, η οποία ήταν πειστική για 20 αιώνες και την οποία αποδέχθηκαν επιστήμονες όπως οι da Vinci, J. Buridan, R. Descartes, G. Gallileo που έζησαν πριν από το Νεύτωνα.



Αριστοτέλης (389-322 π.Χ.)

Ο Αριστοτέλης στο έργο του “περί ουρανού” θεωρεί ότι όλος ο κόσμος είναι φτιαγμένος από τέσσερα στοιχεία: “γη” - “νερό” - “αέρας” - “φωτιά”, τα οποία έχουν σε διαφορετικό βαθμό τις ιδιότητες “βαρύ”, “ελαφρύ”, “ζεστό” και “κρύο”. Τα στοιχεία “γη” και “νερό” έχουν την ιδιότητα να είναι βαριά ενώ ο αέρας και η φωτιά να είναι ελαφρά. Ο Αριστοτέλης πίστευε ότι τα στοιχεία “γη” και “νερό” έχουν τη φυσική τάση να κινούνται προς το κέντρο του κόσμου το οποίο σύμφωνα με τον ίδιο ήταν η Γη. Έτσι αν τα στοιχεία αυτά αφεθούν ελεύθερα και τίποτα δεν διακόψει την κίνησή τους θα κατευθυνθούν προς την επιφάνεια της γης. Αντίθετα τα στοιχεία “φωτιά” και “αέρας” έχουν τη φυσική τάση να κινούνται προς την περιφέρεια του κόσμου, να απομακρύνονται δηλαδή από την επιφάνεια της Γης. Συνεπώς εφόσον όλα τα σώματα πάνω στη γη αποτελούνται από τα τέσσερα αυτά στοιχεία θα έχουν ανάλογα με το συνδυασμό των στοιχείων που τα αποτελούν τη φυσική τάση να κινούνται προς την επιφάνεια της Γης ή να απομακρύνονται από

αυτήν. Για παράδειγμα, ένα ξύλο το οποίο αποτελείται κυρίως από το στοιχείο "γη" θα πέφτει προς την επιφάνεια της γης ενώ ο καπνός αποτελούμενος περισσότερο από το στοιχείο "αέρας" θα ανεβαίνει προς τον ουρανό. Η "φυσική", δηλαδή η ανεμπόδιστη κίνηση των σωμάτων, σύμφωνα με τον Αριστοτέλη καθορίζεται από το συνδυασμό των στοιχείων από τα οποία αυτά αποτελούνται.

Υπάρχουν, σύμφωνα με τον Αριστοτέλη και οι άλλες κινήσεις, αυτές που προκαλούνται από κάποια αιτία, και τις οποίες τις αποκαλεί "βίαιες". Τέτοιου είδους κίνηση κάνει μία πέτρα όταν την πετάμε, ένα βέλος όταν εκτοξεύεται από το τόξο, κ.α.

Σύμφωνα με τον Αριστοτέλη "ο,τιδήποτε κινείται, κινείται από κάτι άλλο", άποψη που σημαίνει ότι η κίνηση ενός σώματος, αν κάποιος το εκτοξεύει, πρέπει να αποδοθεί σε κάποια αιτία. Η αιτία που έθεσε αρχικά σε κίνηση το σώμα, έθεσε ταυτόχρονα σε βίαιη κίνηση (παλινδρομική) τον αέρα ο οποίος το περιβάλλει. Καθώς ο αέρας δονείται ασκεί δύναμη πάνω στο σώμα και έτσι αυτό συνεχίζει να κινείται. Η παλινδρομική αυτή βίαιη κίνηση μεταδίδεται από το ένα στρώμα του αέρα στο άλλο συντηρώντας την κίνηση του σώματος. Η διάδοση της παλμικής αυτής κίνησης δεν γίνεται χωρίς απώλειες και έτσι μειώνεται βαθμιαία η ικανότητα του αέρα να κινεί το σώμα που εκτοξεύτηκε. Για το λόγο αυτό το σώμα σταδιακά πλησιάζει στη Γη στης οποίας την επιφάνεια τελικά θα πέσει. Εκτός από τη διάκριση σε "φυσικές" και "βίαιες" κινήσεις ο Αριστοτέλης διαχώρισε τις κινήσεις σε αυτές που γίνονται κοντά στην επιφάνεια της Γης και σε αυτές που κάνουν τα ουράνια σώματα, όπως η Σελήνη, οι πλανήτες και τα άστρα. Τα ουράνια σώματα, σύμφωνα με τον Αριστοτέλη, κινούνται ακατάπαυστα πάνω σε κυκλικές τροχιές γύρω από το κέντρο του κόσμου, τη Γη, σύμφωνα με τις απόψεις του. Η αιτία για αυτές τις κινήσεις ήταν το "πρώτο κινούν", η πρωταρχική δηλαδή αιτία της δημιουργίας του κόσμου.

Η διάκριση σε φυσικές και βίαιες κινήσεις εξακολούθησε να κυριαρχεί έως την περίοδο του Γαλιλαίου, ο οποίος διατύπωσε το νόμο της αδράνειας σύμφωνα με τον οποίον "εφόσον ένα σώμα κινείται χωρίς την επίδραση κάποιας δύναμης, θα συνεχίσει να κινείται ασταμάτητα με σταθερή ταχύτητα". Σύμφωνα με τη θεώρηση του Γαλιλαίου, ένα σώμα που εκτοξεύτηκε στον αέρα θα συνεχίσει να κινείται λόγω αδράνειας ενώ η δύναμη του βάρους θα προκαλέσει την καμπύλωση της τροχιάς και τελικά την πτώση του στο έδαφος. Με το νόμο της αδράνειας γίνεται ένα μεγάλο βήμα προς τη διαμόρφωση της έννοιας τη δύναμης όπως θα την καθορίσει ο Νεύτωνας. Παρά την πρόοδο που απετέλεσε η εισαγωγή της έννοιας της αδράνειας, η έννοια της δύναμης εξακολούθησε να είναι ασαφής και να συγχέεται με τη μυϊκή δύναμη, τη δύναμη της έκρηξης, την ικανότητα του τόξου να εκτοξεύει το βέλος, την προσπάθεια του εργάτη να ανυψώσει ένα βαρύ σώμα, κ.α.

Galileo Galilei (1564-1642).

Το έργο του Νεύτωνα δίνει στη δύναμη το νόημα που και σήμερα δεχόμαστε. Έτσι η δύναμη είναι η αιτία που αλλάζει την κινητική κατάσταση ενός σώματος ενώ η αδράνεια είναι η εγγενής φυσική δυσκολία για αυτήν την αλλαγή. Σύμφωνα με τον 1° νόμο, αν ένα σώμα κινείται και δεν ασκηθεί σε αυτό δύναμη, τότε θα συνεχίζει να κινείται με την ίδια ταχύτητα. Σύμφωνα με το 2° νόμο η αλλαγή της κινητικής κατάστασης, (ακινησία, κίνηση με συγκεκριμένη ταχύτητα) θα προκληθεί από μία δύναμη ή τη συνισταμένη πολλών δυνάμεων. Η δυσκολία να αλλάξει η κινητική κατάσταση ενός σώματος εξαρτάται τόσο από την αδράνεια (τη μάζα) του σώματος, όσο και από την αλλαγή που επιχειρούμε να προκαλέσουμε (το Δυ). Στο έργο του Νεύτωνα η αδράνεια υπεισέρχεται εκτός από τα φαινόμενα της κίνησης χωρίς την άσκηση δύναμης, και στα φαινόμενα της αλλαγής της κινητικής κατάστασης.

Isaac Newton (1642-1727).

Ο 3ος νόμος του Νεύτωνα, προκάλεσε σημαντική αλλαγή στην ιδιότητα "βαρύ" με την οποία είχε προικίσει τα στοιχεία ο Αριστοτέλης. Το βάρος δεν αποτελεί μία ιδιότητα των σωμάτων αλλά είναι εκδήλωση της αμοιβαίας έλξης μεταξύ του οποιουδήποτε σώματος και της γης. Δεν είναι ένα ξεχωριστό είδος δύναμης αλλά μία δύναμη όπως οι άλλες, η οποία προκαλεί αλλαγή στην κινητική κατάσταση των σωμάτων. Καταργώντας ο Νεύτωνας την ιδιαιτερότητα του βάρους κατάργησε και τη διάκριση των κινήσεων σε "φυσικές" και "βίαιες". Έτσι η μελέτη της κίνησης των σωμάτων γίνεται με ενιαίο τρόπο σύμφωνα με τους τρεις νόμους που αυτός πρότεινε. Επιπλέον, ο νόμος της παγκόσμιας έλξης μας επιτρέπει να έχουμε μία ενιαία περιγραφή της κίνησης των σωμάτων είτε αυτά κινούνται στη Γη είτε στο διάστημα.

Η σύγκριση των απόψεων του Αριστοτέλη και του Νεύτωνα για την κίνηση και τη δύναμη δείχνει ότι μεταξύ τους υπάρχουν σημαντικές διαφορές. Η μετάβαση από τις απόψεις του Αριστοτέλη στις απόψεις του Νεύτωνα δεν ήταν ούτε απλή ούτε εύκολη. Για να γίνει έπρεπε να αλλάξουν ριζικά οι αντιλήψεις για το Σύμπαν, τα στοιχεία που το αποτελούν, τη μέθοδο με την οποία πρέπει να ερευνάται η φύση, οι απόψεις για το ποια ερωτήματα πρέπει να απασχολούν τους ερευνητές, το νόημα των λέξεων: δύναμη, κίνηση, βάρος, κ.α.

Ντετερμινισμός ή χάος

Η θεαματική άνοδος της επιστήμης οδήγησε πολλούς σκεπτόμενους ανθρώπους να πιστέψουν στην παγκόσμια ισχύ που εκείνη αξίωνε. Η όψη αυτή της πραγματικότητας οδήγησε τελικά στο συμπέρασμα, πως το κάθετι που συμβαίνει στο Σύμπαν είναι συνέπεια των κινήσεων κι αλληλεπιδράσεων των ατόμων.

Στη Νευτώνεια Φυσική, η κίνηση καθορίζεται πλήρως με ντετερμινιστικούς νόμους. Ήδη στις αρχές του 19ου αιώνα, ο Μαθη-

ματικός-Φυσικός Πιέρ Σιμόν ντε Λαπλάς (Laplace) υπέθεσε πως, αν κάποιος μπορούσε να παρατηρήσει κάποια χρονική στιγμή όλα τα άτομα στο Σύμπαν και να καταγράψει τις κινήσεις τους, το μέλλον και το παρελθόν θα αποκαλύπτονταν. Αν το θέσουμε διαφορετικά, ολόκληρη η Ιστορία καθορίστηκε μέχρι την τελευταία λεπτομέρειά της όταν το Σύμπαν τέθηκε σε κίνηση. Η άνοδος και η πτώση των αυτοκρατοριών, το πάθος κάθε ξεχασμένης ερωτικής περιπέτειας δεν αντιπροσωπεύουν τίποτα περισσότερο από την αναπόφευκτη λειτουργία των νόμων της Φυσικής, το Σύμπαν προχωρά προς το αμετάβλητο πεπρωμένο του σαν ένα γιγαντιαίο ρολόι.

Τι περιθώρια ελευθερίας, όμως, άφηνε για σωτηρία και καταδίκη, γι' αγάπη και μίσος, όταν η πιο ασήμαντη απόφαση που θα μπορούσε να πάρει οποιοσδήποτε άνθρωπος είχε καθοριστεί πριν από περισσότερο από 10 δισεκατομμύρια χρόνια; Αυτό έδωσε στους ηθικούς στοχαστές του 19ου αιώνα αντικείμενο έρευνας. Αναμφισβήτητα, είναι ασύλληπτο ότι κάποιος θα μπορούσε πράγματι να φτάσει στην παντογνωσία που ζητούσε ο Λαπλάς. Αλλά το γεγονός ότι γενικά ήταν εφικτό θεωρήθηκε ως ένας "μεγαλοφυής" εφιάλτης.

Η Νευτώνια Φυσική αποτέλεσε ένα μοντέλο στο οποίο έπρεπε ν' αποβλέπει όλη η ανθρώπινη γνώση. Καθώς ξεπρόβαλλαν οι κοινωνικές επιστήμες, έτειναν ν' απομακρύνονται από τις ανθρωπιστικές μελέτες από τις οποίες είχαν αναδυθεί. Οι κοινωνικοί στοχαστές εφάρμοζαν γενικούς νόμους για να εξηγήσουν την Ιστορία και την ανθρώπινη συμπεριφορά. Μερικοί, όπως ο Καρλ Μαρξ κι ο Σίγκμουντ Φρόυντ, επηρέασαν έντονα την Ιστορία.

Είναι σημαντικό να θυμόμαστε πως η κοσμοθεωρία αυτή βασίζεται σ' ένα δίχως προηγούμενο επίτευγμα στην επιστήμη, που από τότε δεν έχει επαναληφθεί. Οι νόμοι του Κέπλερ, που αποδείχθηκαν από τον Νεύτωνα, περιέγραφαν προφανώς το ηλιακό σύστημα όπως υπήρχε στο παρελθόν κι όπως θα υπάρξει στο ατέρμονο μέλλον. Αλλά ο ίδιος ο Νεύτωνας γνώριζε ότι η ιστορία δεν έπρεπε να τελειώνει εκεί. Οι νόμοι του Κέπλερ εφαρμόζονται τέλεια μόνο σ' ένα ηλιακό σύστημα που υπόκειται μόνο στη βαρύτητα του Ήλιου. Δε συνυπολογίζονται οι δυνάμεις που οι πλανήτες, μέσω της βαρύτητάς τους, ασκούν ο ένας στον άλλο.

Υπάρχει ένας βασικός λόγος για την παράλειψη αυτή. *Δεν υπάρχει καμία απλή ακριβής μαθηματική επίλυση για την κίνηση περισσοτέρων από δύο αλληλεπιδρώντων σωμάτων.* Αυτό συνέβαινε την εποχή του Νεύτωνα και παραμένει έτσι μέχρι σήμερα. Οι νόμοι του Νεύτωνα ισχύουν γιατί ο Ήλιος είναι πολύ βαρύτερος από κάθε άλλον πλανήτη. Ο Δίας, ο μεγαλύτερος πλανήτης, είναι χίλιες φορές ελαφρύτερος από τον Ήλιο. Έτσι σε μία περίοδο χιλιάδων ετών, μεταφέρει στη Γη ορμή που ισοδυναμεί σε μέγεθος με

τη βαρυτική επίδραση που ασκεί σε αυτήν ο Ήλιος σ' ένα χρόνο. Γι' αυτό δε θα προκαλούσε έκπληξη να παρατηρήσουμε σημαντικές αλλαγές στην τροχιά της Γης σε μία χρονική κλίμακα χιλιάδων χρόνων.

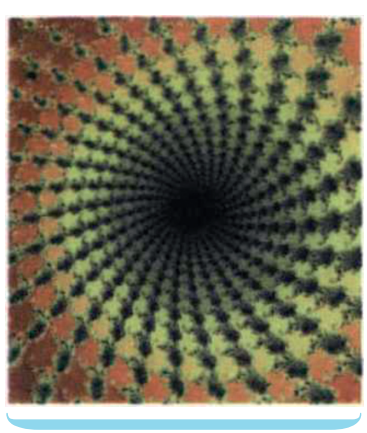
Ο Νεύτωνας εξέτασε το πρόβλημα αυτό και δεν του φάνηκε και τόσο ανησυχητικό. Ενδόμυχα, ελάχιστα αποδέχονταν τον απόμακρο Θεό των θεϊστών φίλων του, προτιμώντας κάποια θεότητα της Παλαιάς Διαθήκης που είχε να κάνει με τον καθημερινό συντονισμό των δημιουργημάτων Του. Το ηλιακό σύστημα θα διατηρείτο σταθερό με την άμεση επέμβαση ενός φιλάνθρωπου Κυρίου.

Ο Λαπλάς απέδειξε αργότερα πως οι αμοιβαίες έλξεις των πλανητών τείνουν σ' ένα μέσο όρο και η σταθερότητα που φοβόνταν ο Νεύτωνας ανέρχεται σ' έναν αριθμό αργών, κυκλικών μεταβολών των πλανητικών τροχιών. Αλλά αυτά αποτελούσαν προσεγγιστικούς μόνο υπολογισμούς. Αργότερα, το 19° αιώνα, ο Ανρί Πουανκαρέ απηύθυνε το γενικό ερώτημα των αμοιβαίων αλληλεπιδράσεων τριών ακριβώς σωμάτων και βρήκε πως μερικές διατάξεις ήταν πολύ ασταθείς. Μερικές, μη μετρήσιμες διαφορές στις αρχικές συνθήκες μπορούσαν να οδηγήσουν σε ριζικές διαφορές στα τελικά αποτελέσματα. Ομολογώντας πως η σκέψη και μόνο των περιπτώσεων αυτών τον αρρώσταινε, ο Πουανκαρέ εγκατέλειψε τη μελέτη αυτή.

Σήμερα, με τη βοήθεια υπολογιστών, έχουν βρεθεί αμέτρητα παραδείγματα μη προβλεψιμότητας. Μελέτες των πιο παθολογικών περιπτώσεων φέρουν όνομα *χάος*.

Στη δεκαετία του 1960, οι άνθρωποι που προέβλεπαν τις καιρικές συνθήκες στράφηκαν στους υπολογιστές ελπίζοντας σε μία απάντηση για καλύτερες προβλέψεις μακράς διαρκείας. Η ατμόσφαιρα υπάκουε σε φυσικούς νόμους που είχαν καλά κατανοηθεί, αλλά ήταν τόσο μεγάλη και πολύπλοκη που μόνο μία υπερυπολογιστική μηχανή θα μπορούσε να παρακολουθήσει τη μελλοντική της εξέλιξη. Στα κατοπινά χρόνια, η ισχύς των υπολογιστών αυξήθηκε περισσότερο από εκατό χιλιάδες φορές και οι δορυφόροι παρείχαν ακόμη πιο λεπτομερείς πληροφορίες για τον καιρό. Όμως, η προβλεψιμότητα του καιρού παραμένει περιορισμένη στο όριο των πέντε έως δέκα ημερών. Έχει ειπωθεί ότι κι ένα μόνο φτερούγισμα πεταλούδας σε μία ευαίσθητη περιοχή θα μπορούσε ίσως να καθορίσει κατά πόσο θα ξεσπάσει τυφώνας, ύστερα από εβδομάδες, χιλιάδες μίλια μακριά, σε μία πυκνοκατοικημένη περιοχή, ή θα αποβεί αβλαβής καθώς θα εξελιχθεί σε μία άγονη πεδιάδα.

Σήμερα, έχουμε συνειδητοποιήσει πως υπάρχουν όρια στη δυνατότητά μας να προβλέψουμε το μέλλον. Μερικά πράγματα, όπως οι πλανητικές κινήσεις, μπορούν να προβλεφθούν για χιλιετίες, άλλα για μερικές ώρες, μερικά μόνο για δέκατα του μικροδευτερολέπτου.



Ο εφιάλτης του ντετερμινισμού είναι ακριβώς αυτό που υπονοεί η ίδια η λέξη, ένα κακό όνειρο που έχει μικρή σχέση με την πραγματικότητα. Οποιοδήποτε μικρό σφάλμα στη γνώση μας για το παρόν μπορεί να οδηγήσει σε δραστικές αλλαγές στον τρόπο με τον οποίο αντικρίζουμε το μέλλον.

Η κβαντική θεωρία έχει δείξει ότι ποτέ δεν ήταν δυνατό να έχουμε τέλεια γνώση του παρόντος. Το μέλλον, όπως καταλαβαίνουμε και με τη διαίσθησή μας, δε μας ανήκει για να το γνωρίζουμε.

Απόσπασμα από το βιβλίο:
"Φυσική για ποιητές" του Robert March.

Περίληψη

Οριζόντια βολή είναι η σύνθετη επίπεδη κίνηση που αποτελείται από δύο απλές κινήσεις, μία κατακόρυφη που είναι ελεύθερη πτώση και μία οριζόντια που είναι ευθύγραμμη ομαλή. Για να περιγράψουμε τις σύνθετες κινήσεις χρησιμοποιούμε την αρχή της **ανεξαρτησίας (ή αρχή της επαλληλίας)** των κινήσεων. Σύμφωνα με αυτή την αρχή όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις, κάθε μία απ' αυτές εκτελείται εντελώς ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες και η θέση στην οποία φθάνει το κινητό μετά από χρόνο t, είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα, είτε εκτελούνται διαδοχικά, σε χρόνο t η κάθε μία.

Ένα κινητό εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση όταν η τροχιά που διαγράφει είναι περιφέρεια κύκλου και η τιμή της ταχύτητάς του παραμένει σταθερή. Περίοδος της κυκλικής κίνησης (T) ονομάζεται ο χρόνος που χρειάζεται το κινητό για να κάνει μία περιστροφή, ενώ ο αριθμός των περιστροφών που εκτελεί το κινητό στη μονάδα του χρόνου λέγεται συχνότητα (f) της κυκλικής κίνησης. Η μεταξύ τους σχέση είναι:

$$f = \frac{1}{T}$$

Η γραμμική ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση έχει σταθερή τιμή και μεταβαλλόμενη κατεύθυνση μία και είναι εφαπτόμενη στην τροχιά ενώ η τιμή της δίνεται από τη σχέση

$$\upsilon = \frac{s}{t} = \frac{2\pi R}{T}$$

Στην ομαλή κυκλική κίνηση χρειάζεται η γνώση του ρυθμού με τον οποίο η επιβατική ακτίνα διαγράφει γωνίες γι' αυτό ορίζεται το διανυσματικό φυσικό μέγεθος που λέγεται **γωνιακή ταχύτητα ($\vec{\omega}$)**. Η τιμή της είναι ίση με το σταθερό πηλίκο της γωνίας θ που διαγράφηκε από την επιβατική ακτίνα σε χρονικό διάστημα t δια του αντιστοίχου χρονικού διαστήματος. Δηλαδή:

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T}$$

με μονάδα μέτρησης το 1 rad/s και με διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο της τροχιάς στο κέντρο της και φορά που καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Η σχέση μεταξύ γραμμικής και γωνιακής ταχύτητας είναι: $\upsilon = \omega R$.

Επειδή στην ομαλή κυκλική κίνηση το διάνυσμα της ταχύτητας μεταβάλλεται, εμφανίζεται επιτάχυνση που έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και λέγεται **κεντρομόλος επιτάχυνση**.

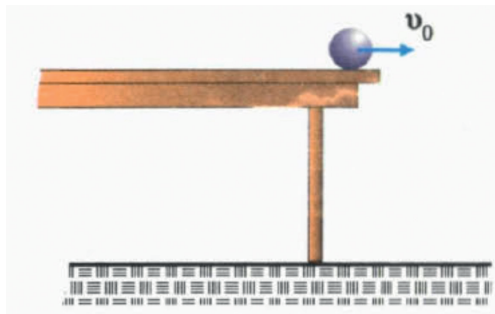
Δίνεται δε από τη σχέση: $\alpha_{\kappa} = \frac{\upsilon^2}{R}$

Σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα επομένως, ασκείται δύναμη με κατεύθυνση επίσης προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και γι' αυτό λέγεται κεντρομόλος δύναμη.

$$F_{\kappa} = m\alpha_{\kappa} = m\,\frac{\upsilon^2}{R}$$

Ερωτήσεις

1. Μία σφαίρα ηρεμεί στην άκρη ενός τραπεζιού. Στη σφαίρα δίνεται ταχύτητα $υ_0$, όπως φαίνεται στην εικόνα. Να γράψετε τις εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση της σφαίρας και να εξηγήσετε πώς υπολογίζεται ο χρόνος που κάνει να πέσει η σφαίρα στο δάπεδο.



2. Η σφαίρα της προηγούμενης ερώτησης αποκτά αρχική ταχύτητα $2υ_0$. Ο χρόνος πτώσης της σφαίρας θα αλλάξει σε σχέση με πριν;

3. Ένα αεροπλάνο ταξιδεύει παράλληλα προς το έδαφος. Από το αεροπλάνο αφήνεται μία βόμβα. Για ποιο λόγο η βόμβα δεν πέφτει κατακόρυφα;

4. Πότε η κίνηση ενός σώματος χαρακτηρίζεται ομαλή κυκλική;

5. Πώς ορίζεται η γωνιακή ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση;

6. Τα σημεία ενός δίσκου CD κάνουν ομαλή κυκλική κίνηση. Όλα τα σημεία του δίσκου CD έχουν την ίδια περίοδο; Έχουν και ίδιες ταχύτητες;

7. Να αποδείξετε τη σχέση που συνδέει τη γραμμική με τη γωνιακή ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση.

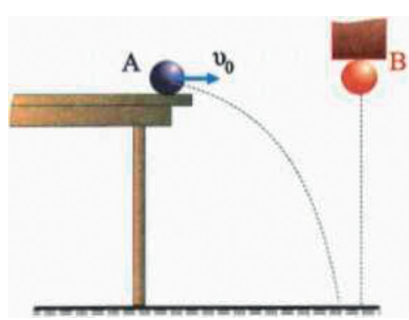
8. Στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός αντικειμένου εμφανίζεται επιτάχυνση. Από ποια σχέση υπολογίζουμε την τιμή της;

Ποια είναι η κατεύθυνση της επιτάχυνσης του αντικειμένου;

9. Στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός αντικειμένου να εφαρμόσετε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής και να βγάλετε σχέση μεταξύ της δύναμης και της ταχύτητας.

10. Στην εικόνα φαίνονται δύο πανομοιότυπες σφαίρες. Η σφαίρα Α αφήνει το τραπέζι την ίδια στιγμή που η σφαίρα Β αφήνει τον μαγνήτη.

Ποια σφαίρα φτάνει πρώτη στο



πάτωμα;

α) Φτάνει πρώτα η σφαίρα Β.

β) Φτάνει πρώτα η σφαίρα Α.

γ) Φτάνουν ταυτόχρονα.

δ) Δεν μπορούμε να απαντήσουμε γιατί δεν γνωρίζουμε το ύψος.

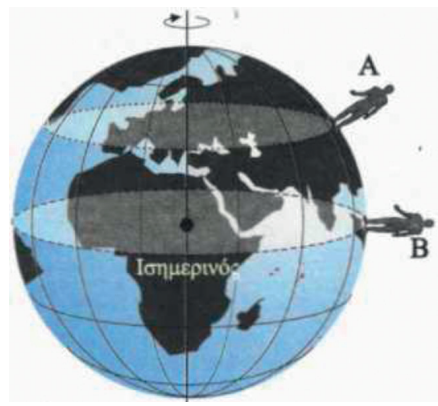
11. Θεωρούμε δύο ανθρώπους που βρίσκονται στα σημεία Α και Β, της γήινης επιφάνειας. Λόγω της περιστροφής της Γης εκτελούν μία περιστροφή σε 24h.
Ποιος από τους δύο έχει μεγαλύτερη ταχύτητα;

α) Ο άνθρωπος που είναι στο σημείο Α.

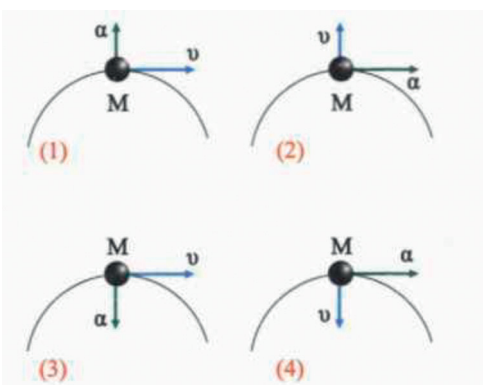
β) Ο άνθρωπος που είναι στο σημείο Β.

γ) Και οι δύο έχουν ίσες ταχύτητες.

δ) Δεν μπορούμε να ξέρουμε με αυτά τα δεδομένα.



12. Ένα σημείο Μ κινείται πάνω σε μία περιφέρεια.
Ποιο από τα επόμενα σχήματα είναι σωστό;



13. Μια μοτοσυκλέτα κινείται σε κυκλική πίστα με ταχύτητα σταθερής τιμής. Όταν διπλασιαστεί η τιμή της ταχύτητας η κεντρομόλος επιτάχυνση, είναι:

α) Ίδια.

β) Διπλασιάζεται.

γ) Υποδιπλασιάζεται.

δ) Τετραπλασιάζεται.

14. Να συμπληρωθούν τα κενά στο παρακάτω κείμενο. Ένα μικρό πακέτο αφήνεται από αεροπλάνο που πετά οριζόντια σε ύψος h. Τη στιγμή που αφήνεται το πακέτο αυτό έχει ταχύτητα ίδιας τιμής με τη ταχύτητα ..... Η κίνηση του πακέτου μπορεί να θεωρηθεί ότι προέρχεται από τη σύνθεση δύο επιμέρους κινήσεων. Μια η οποία εξελίσσεται σε οριζόντια διεύθυνση και είναι ..... και μία που εξελίσσεται σε κατακόρυφη διεύθυνση και είναι .....

15. Να συμπληρωθούν τα κενά στο παρακάτω κείμενο. Στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός αντικειμένου εμφανίζεται ..... επιτάχυνση. Η τιμή της επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση..... Η γραμμική ταχύτητα του αντικειμένου συνδέεται με τη γωνιακή του με τη σχέση ..... Η τιμή της γραμμικής ταχύτητας παραμένει ..... ενώ αλλάζει συνέχεια η ..... της.

16. Στις παρακάτω προτάσεις να συμπληρωθούν τα κενά με τις λέξεις: μεγαλύτερη, μικρότερη, σταθερή.

α) Ο ωροδείκτης ενός ρολογιού έχει.....γωνιακή ταχύτητα από το λεπτοδείκτη.

β) Η τιμή της ταχύτητας του άκρου του λεπτοδείκτη είναι .....

γ) Ο λεπτοδείκτης έχει.....περίοδο από τον ωροδείκτη.

17. Στις παρακάτω σχέσεις, που αφορούν την ομαλή κυκλική κίνηση ενός σώματος, να συμπληρώσετε τα κενά με τα σύμβολα, υ, ω, f, R.

α) $\upsilon = 2\pi f$.... β) $T = \frac{1}{.....}$

γ) υ=.....R δ) s=.....t

18. Να συμπληρωθούν τα κενά των παρακάτω σχέσεων.

Α. $F_{\kappa} = m\frac{.....}{R}$ Β. $\alpha = \frac{\upsilon^2}{.....}$

Γ. $\omega = \frac{\upsilon}{.....}$ Δ. T=μ.....

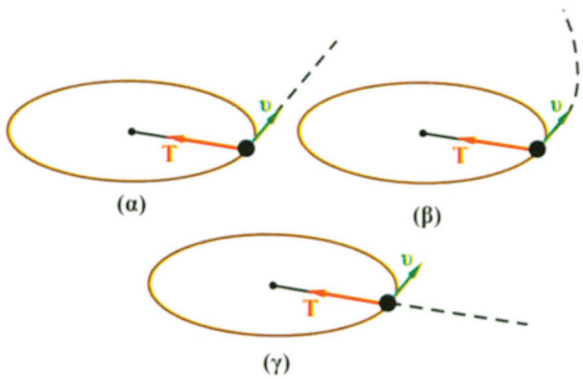
19. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

α) Για να πραγματοποιήσει ένα σώμα κυκλική κίνηση δεν απαιτείται δύναμη.

β) Ένα σώμα που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση δεν επιταχύνεται.

γ) Για να πραγματοποιήσει κυκλική κίνηση ένα σώμα πρέπει να ασκείται πάνω του κεντρομόλος δύναμη.

20. Το σφαιρίδιο της εικόνας περιφέρεται κυκλικά σε οριζόντιο επίπεδο λόγω της δύναμης που του ασκεί το νήμα. Αν κοπεί το νήμα, στη θέση που φαίνεται στις εικόνες, ποια εικόνα αναπαριστά την μετέπειτα τροχιά του σφαιριδίου;



Ασκήσεις - Προβλήματα

1. Ένας αστροναύτης βρίσκεται στη Σελήνη, και αφήνει ένα σώμα από ύψος 7,2m που φτάνει στο έδαφος μετά από 3s.

α) Πόση είναι η επιτάχυνση βαρύτητας στη Σελήνη;

β) Αν ο αστροναύτης πετάξει το σώμα οριζόντια με ταχύτητα 12m/s από το ίδιο ύψος,

i) Πόσος χρόνος χρειάζεται μέχρι να φτάσει το σώμα στο έδαφος;

ii) Πόση οριζόντια απόσταση θα διανύσει μέχρι να φτάσει οτο έδαφος;

2. Ένα αεροπλάνο πετά οριζόντια σε ύψος h=500m με ταχύτητα 150m/s και αφήνει μία βόμβα.

α) Να γράψετε τις εξισώσεις για την ταχύτητα και τη μετατόπιση που περιγράφουν την κίνηση της βόμβας.

β) Αν ο χρόνος πτώσης της βόμβας είναι 10s, να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας.

γ) Να βρείτε το σημείο που βρίσκεται το αεροπλάνο όταν η βόμβα φτάνει στο έδαφος.

***3.** Ένα όχημα έχει λάστιχα διαμέτρου 0,8m. Βρείτε τη ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου στο πέλμα του ελαστικού όταν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα 35m/s.

*4. Υπολογίστε την ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση που οφείλεται στην περιστροφή της Γης, ενός αντικειμένου που βρίσκεται στον Ισημερινό της Γης. Δίνεται ότι η ακτίνα του Ισημερινού είναι 6.380km. Η περίοδος περιστροφής της Γης είναι T=24h.

5. Ένα pulsar (ταχέως περιστρεφόμενο αστέρι νετρονίων) έχει διάμετρο 13,8km και περιστρέφεται με συχνότητα 8,5Hz. Υπολογίστε την ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου που βρίσκεται στον Ισημερινό του αστεριού.

6. Ένας περιστρεφόμενος κάδος στεγνωτήρα λειτουργεί εκτελώντας 780 περιστροφές το λεπτό. Ο κάδος έχει διάμετρο 0,66m. Υπολογίστε:

α) Την ταχύτητα ενός σημείου που βρίσκεται πάνω στο τοίχωμα του κάδου.

β) Την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου του τοιχώματος.

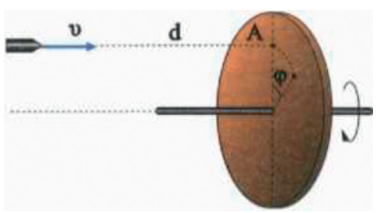
*7. Ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα, γύρω από μία κυκλική πλατεία διαμέτρου 135,2m. Στην κίνηση αυτή η τριβή μεταξύ των τροχών και του οδοστρώματος, η οποία εμποδίζει την πλευρική ολίσθηση του αυτοκινήτου, λειτουργεί ως κεντρομόλος

δύναμη. Εάν αυτή η τριβή δεν πρέπει να υπερβαίνει το 25% του βάρους του αυτοκινήτου, υπολογίστε τη μεγίστη ταχύτητα με την οποία μπορεί να κινείται το αυτοκίνητο χωρίς να ολισθαίνει.

Δίνεται $g = 10\ m/s^2$.

8. Να βρεθούν η περίοδος του ωροδείκτη και η περίοδος του λεπτοδείκτη ενός ρολογιού. Κάποια στιγμή το ρολόι δείχνει 12 το μεσημέρι. Μετά από πόση ώρα οι δείκτες σχηματίζουν γωνία π/3 για πρώτη φορά;

9. Τη στιγμή που το βλήμα που φαίνεται στην εικόνα απέχει απόσταση d=2m από το σημείο Α του δίσκου έχει ταχύτητα υ=400m/s. Ο δίσκος περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω. Τη στιγμή που το βλήμα κτυπά στο δίσκο, το σημείο Α έχει περιστραφεί κατά γωνία φ=45°.
Να βρείτε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δίσκου.

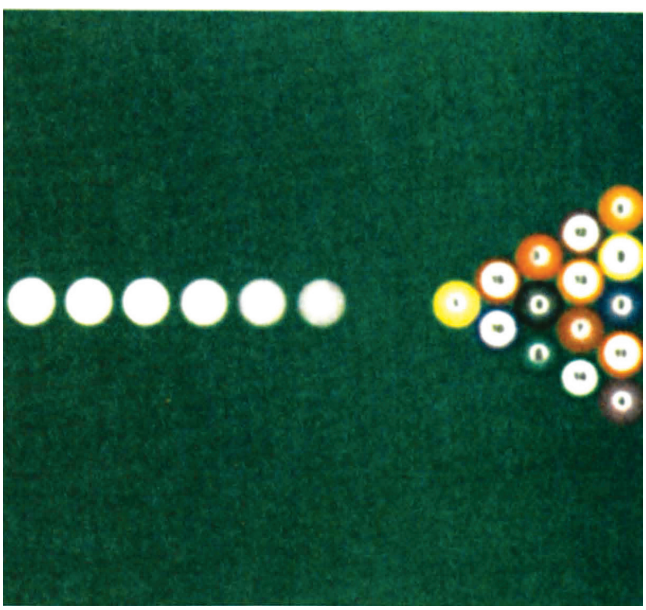


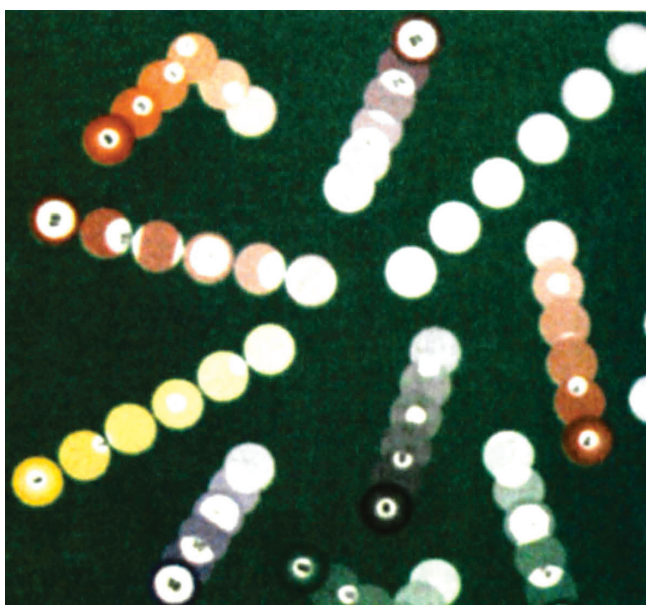
10. Δορυφόρος εκτελεί κυκλική κίνηση σε ύψος h=6.400km από την επιφάνεια της Γης και έχει περίοδο 4h. Αν η ακτίνα της Γης είναι R=6.400km, να υπολογιστούν

α) Η ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου.

β) Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου.

2 ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ





2.1. Η έννοια του συστήματος
Εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις
2.2. Το φαινόμενο της κρούσης
2.3. Η έννοια της ορμής
2.4. Η δύναμη και η μεταβολή της ορμής
2.5. Η αρχή διατήρησης της ορμής
2.6. Μεγέθη που δε διατηρούνται στην κρούση
2.7. Εφαρμογές της διατήρησης της ορμής

Στις προηγούμενες ενότητες, μελετήσαμε την κίνηση των σωμάτων και την αλλαγή της με τη βοήθεια των μεγεθών της ταχύτητας, της επιτάχυνσης και της δύναμης. Η κίνηση των σωμάτων και ειδικότερα η αλλαγή της ταχύτητάς τους μπορεί να περιγραφεί με τη βοήθεια περισσότερο αφηρημένων μεγεθών, όπως η ορμή. Η εισαγωγή του μεγέθους αυτού στη μελέτη των φαινομένων, μας επιτρέπει να δώσουμε ευρύτερο νόημα στο μέγεθος της δύναμης και να μελετήσουμε περισσότερο πολύπλοκα φαινόμενα, όπως η αλληλεπίδραση μεταξύ δύο σωμάτων.

Στο κεφάλαιο αυτό, θα εισαχθεί η έννοια του συστήματος δύο σωμάτων και θα μελετήσουμε τις δυνάμεις που επηρεάζουν την κινητική κατάσταση των σωμάτων του συστήματος. Θα μελετήσουμε τόσο θεωρητικά όσο και πειραματικά την αρχή διατήρησης της ορμής σε συστήματα δύο σωμάτων. Επίσης, θα χρησιμοποιήσουμε τη διατήρηση της ορμής στη μελέτη φαινομένων όπως η κρούση και η κίνηση των πυραύλων.

2.1. Η έννοια του συστήματος. Εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις

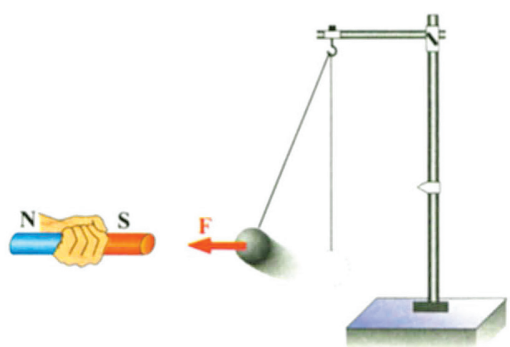
Σε προηγούμενες ενότητες ασχοληθήκαμε με τα θέματα της δύναμης και της κίνησης. Χαρακτηριστικό του τρόπου μελέτης ήταν ότι εστιάζαμε την προσοχή μας σε ένα μόνο σώμα. Επιπλέον παραβλέπαμε αν το κινούμενο σώμα ήταν αυτοκίνητο, άνθρωπος, αεροπλάνο κ.τ.λ. Τα πραγματικά σώματα τα αντιπροσώπευε μία συμβολική οντότητα: το σωμάτιο. Στην πορεία της μελέτης μάθαμε ότι πρέπει στην περιγραφή μας να συμπεριλάβουμε εκτός από το κινούμενο σώμα, την αιτία της αλλαγής της κίνησης, δηλαδή τη δύναμη.

Έτσι η περιγραφή του φαινομένου της κίνησης έγινε πιο πλήρης.

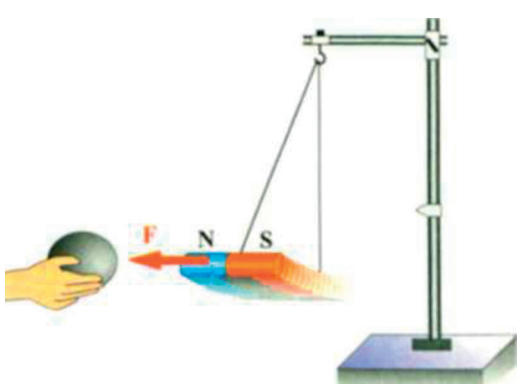
Οι δύο πρώτοι νόμοι του Νεύτωνα αφορούσαν την κίνηση ενός μόνο σώματος. Όμως ο τρίτος νόμος μας υποχρέωσε να συμπεριλάβουμε στην περιγραφή εκτός από το κινούμενο σώμα ένα δεύτερο, αυτό με το οποίο αλληλεπιδρά το πρώτο.

Το βήμα αυτό είναι πολύ σημαντικό καθώς εισάγει στην περιγραφή του φαινομένου της κίνησης και γενικότερα στην περιγραφή της φύσης δύο νέες έννοιες: την έννοια της αλληλεπίδρασης και την έννοια του συστήματος των σωμάτων.

Δύο σώματα αλληλεπιδρούν όταν ασκούν μεταξύ τους δυνάμεις. Για παράδειγμα η μεταλλική σφαίρα αλληλεπιδρά με τον μαγνήτη (Εικ. 1). Αν και σε εμάς φαίνεται, ότι μόνο ο μαγνήτης έλκει τη μεταλλική σφαίρα, η πραγματικότητα είναι διαφορετική.



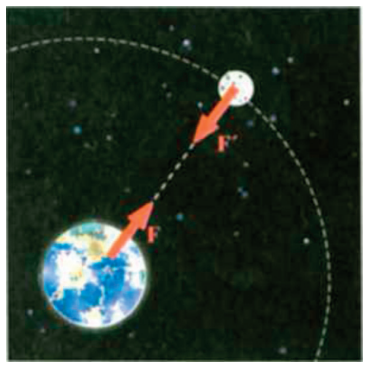
Ο μαγνήτης έλκει τη σφαίρα.
Εικόνα 2-1.



Η σφαίρα έλκει το μαγνήτη.
Εικόνα 2-2.

Πράγματι αν κάνουμε το πείραμα που φαίνεται στην εικόνα 2, θα δούμε ότι και η μεταλλική σφαίρα έλκει το μαγνήτη. Αυτό λοιπόν που συμβαίνει στη φύση είναι ότι ο μαγνήτης και η μεταλλική σφαίρα αλληλεπιδρούν.

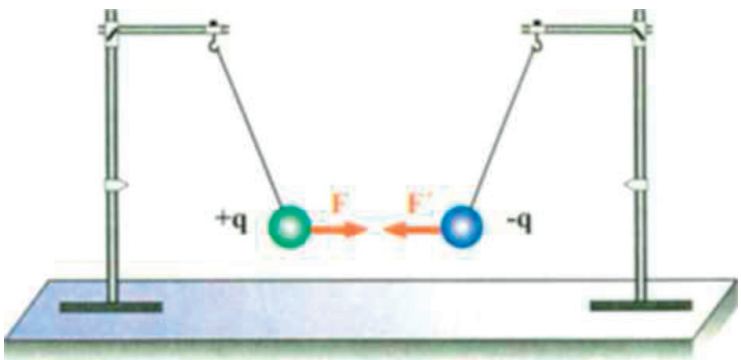
Παραδείγματα αλληλεπίδρασης είναι η έλξη μεταξύ Γης και Σελήνης (Εικ. 3), μεταξύ φορτισμένων σωμάτων (Εικ. 4), κ.τ.λ.



Η βαρυτική αλληλεπίδραση Γης - Σελήνης.
Εικόνα 2-3.

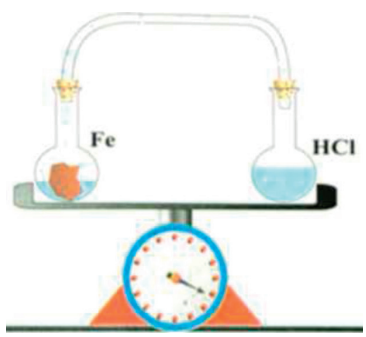
Η έννοια του συστήματος μας είναι γνωστή και από το νόμο διατήρησης της μάζας τον οποίο διατύπωσε ο Lavoissier.

Σύμφωνα με το νόμο αυτό: *η μάζα ενός συστήματος σωμάτων που αλληλεπιδρούν χημικά παραμένει σταθερή.*



Εικόνα 2-4.

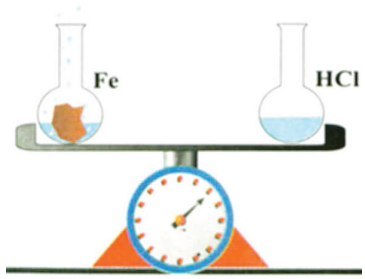
Γνωρίζουμε ότι ο σίδηρος (Fe) και το υδροχλωρικό οξύ (HCl) αλληλεπιδρούν χημικά. Ας θεωρήσουμε το σύστημα που φαίνεται στην εικόνα 5. Αν ανυψώσουμε τη φιάλη που περιέχει το HCl ώστε αυτό να έρθει σε επαφή με το Fe θα γίνει χημική αντίδραση και θα παραχθούν H_2 και $FeCl_2$. Θα παρατηρήσουμε ότι τόσο στη διάρκεια του φαινομένου, όσο και μετά απ' αυτό η ένδειξη του ζυγού παραμένει η ίδια (Εικ. 5). Αν όμως κάνουμε το ίδιο πείραμα με ανοικτά τα δύο δοχεία (Εικ. 6), τότε η ένδειξη του ζυγού θα γίνει μικρότερη διότι θα έχει διαφύγει στην ατμόσφαιρα το H_2.



Κλειστό σύστημα.
Εικόνα 2-5.

Συνεπώς η αρχή διατήρησης της μάζας στα χημικά φαινόμενα ισχύει όταν το σύστημα είναι κλειστό, δηλαδή δεν εισέρχεται, ούτε εξέρχεται μάζα στο σύστημα.

Αν στη Χημεία είναι εύκολο να απομονώσουμε ένα σύστημα σωμάτων από το περιβάλλον του, για παράδειγμα τον αέρα που είναι και αυτός σώμα, στη Φυσική τα πράγματα είναι πιο πολύπλοκα. Για παράδειγμα ο μαγνήτης αλληλεπιδρά με τη μεταλλική σφαίρα (Εικ. 1 και Εικ. 2). Αποτελούν όμως ένα σύστημα;

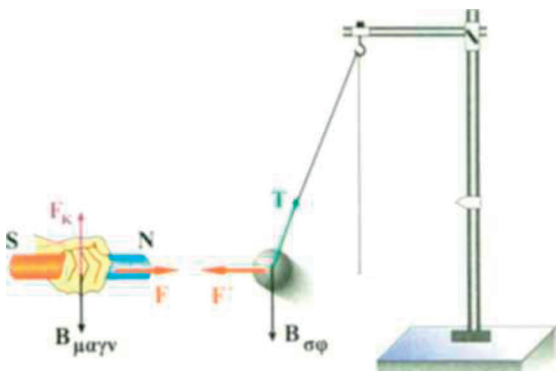


Ανοικτό σύστημα.
Εικόνα 2-6.

Η απάντηση είναι ΝΑΙ. Στη Φυσική μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ένα σύνολο δύο ή περισσοτέρων σωμάτων που αλληλεπιδρούν, αποτελούν σύστημα. Ωστόσο τα σώματα αυτά επειδή αλληλεπιδρούν και με άλλα σώματα μπορούν να ανήκουν και σε άλλα συστήματα. Παραδείγματος χάρη στο μαγνήτη εκτός από την έλξη από τη μεταλλική

σφαίρα ασκείται δύναμη από το χέρι μας και δύναμη από τη Γη (Εικ. 7). Στη μεταλλική σφαίρα ασκείται εκτός από την έλξη του μαγνήτη, το βάρος της και η τάση του νήματος (Εικ. 7). Επίσης στα σώματα ασκούνται δυνάμεις και από το μαγνητικό πεδίο της Γης τις οποίες θεωρούμε αμελητέες διότι δεν επηρεάζουν την εξέλιξη του φαινομένου. Προκειμένου να αποδώσουμε τις διαφορές μεταξύ αυτών των δυνάμεων χρησιμοποιούμε τους όρους:

εσωτερικές και **εξωτερικές** δυνάμεις.



Εικόνα 2-7.

Έτσι για το σύστημα μαγνήτης - σφαίρα, για μεν το μαγνήτη:

Εξωτερικές δυνάμεις είναι το βάρος $B_{μαγν}$ και η δύναμη F_K από το χέρι.

Εσωτερική δύναμη είναι η ελκτική δύναμη F από τη σφαίρα.

Για δε τη μεταλλική σφαίρα:

Εξωτερικές δυνάμεις είναι το βάρος της $B_{σφ}$ και η τάση T του νήματος.

Εσωτερική δύναμη είναι η ελκτική δύναμη F του μαγνήτη.

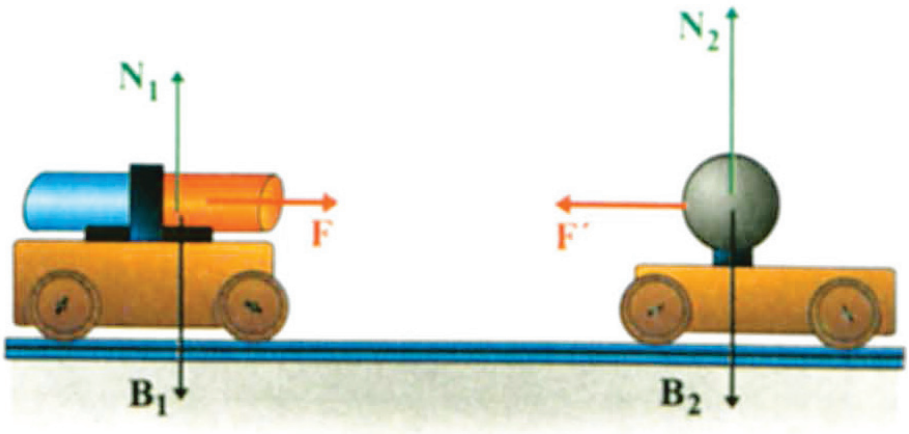
Γενικεύοντας, μπορούμε να συμφωνήσουμε ότι σε ένα σύστημα σωμάτων διακρίνουμε δύο είδη δυνάμεων:

α) αυτές που προέρχονται αποκλειστικά από τα σώματα που αποτελούν το σύστημα και τις οποίες ονομάζουμε **εσωτερικές**,

β) δυνάμεις που προέρχονται από άλλα σώματα και οι οποίες ονομάζονται **εξωτερικές**.

Αν στην περίπτωση της διατήρησης της μάζας στη χημική αλληλεπίδραση μπορέσαμε να "στεγανοποιήσουμε" το σύστημα από το περιβάλλον του, στη Φυσική δύσκολα μπορούμε να "απομονώσουμε" ένα σύστημα από την επίδραση των εξωτερικών δυνάμεων. Αν όμως οι εξωτερικές δυνάμεις έχουν συνισταμένη μηδέν, τότε το σύστημα αυτό θα ονομάζεται **μονωμένο**.

Ας εξετάσουμε το σύστημα που φαίνεται στην εικόνα 8. Ο μαγνήτης και η σφαίρα έχουν στερεωθεί πάνω σε αμαξάκια τα οποία μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές σε ένα οριζόντιο τραπέζι.



Εικόνα 2-8.

Ποιες είναι οι εσωτερικές και ποιες οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα που αποτελούν το σύστημα;

Ας τις προσδιορίσουμε αναλυτικά.

<u>Στο μαγνήτη ασκούνται οι δυνάμεις</u>

α) Το βάρος του B_1.

β) Η αντίδραση N_1 από την επιφάνεια στην οποία βρίσκεται.

γ) Η έλξη F από τη μεταλλική σφαίρα.

<u>Στη μεταλλική σφαίρα ασκούνται οι δυνάμεις</u>

α) Το βάρος της B_2.

β) Η αντίδραση N_2 από την επιφάνεια στην οποία βρίσκεται.

γ) Η έλξη από το μαγνήτη.

Για τα σώματα του συστήματος το βάρος και η αντίδραση είναι εξωτερικές δυνάμεις, ενώ οι μεταξύ τους έλξεις είναι εσωτερικές.

Η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων για κάθε ένα από τα σώματα είναι μηδέν, διότι ισχύει $B_1=N_1$ και $B_2=N_2$.

Συνεπώς το σύστημα μαγνήτης-μεταλλική σφαίρα είναι μονωμένο. Έτσι η κίνησή τους θα καθορίζεται αποκλειστικά από τις εσωτερικές δυνάμεις.

Γενικότερα, σε ένα μονωμένο σύστημα δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ή αν ασκούνται έχουν μηδενική συνισταμένη.

Πρέπει να τονίσουμε ότι στη φύση δεν υπάρχουν μονωμένα συστήματα. Μπορούμε όμως να θεωρήσουμε ένα σύστημα μονωμένο κάνοντας προσεγγίσεις στις οποίες θεωρούμε αμελητέες διάφορες εξωτερικές δυνάμεις.

Για παράδειγμα στο σύστημα που μελετήσαμε δεχθήκαμε ότι δεν υπάρχουν τριβές και αγνοήσαμε την αντίσταση του αέρα.

Δραστηριότητα

Τα δύο συστήματα που φαίνονται στις εικόνες α, β, μπορούν να θεωρηθούν μονωμένα;

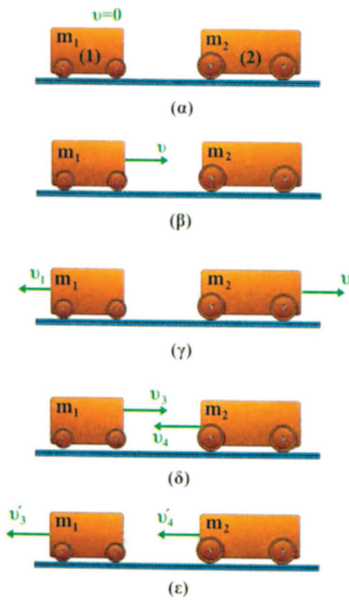
Να εξηγήσετε την άποψή σας.

2.2. Το φαινόμενο της κρούσης

Ας θεωρήσουμε το μονωμένο σύστημα της εικόνας 9α. Το αμαξάκι (1) έχει μάζα m_1, το αμαξάκι (2) έχει μάζα m_2 και γνωρίζουμε ότι $m_1<m_2$.

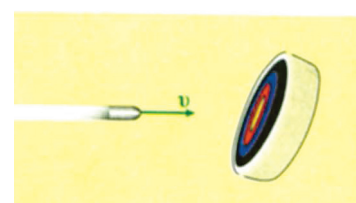
Αν σπρώξουμε το πρώτο αμαξάκι, αυτό θα αρχίσει να κινείται (Εικ. 9β). Στη συνέχεια θα χτυπήσει το δεύτερο και μετά τα δύο αμαξάκια θα κινούνται έστω σε αντίθετες κατευθύνσεις με διαφορετικές ταχύτητες (Εικ. 9γ). Μπορούμε να σπρώξουμε ταυτόχρονα τα δύο αμαξάκια, ώστε αυτά να πλησιάσουν το ένα το άλλο (Εικ. 9δ). Ανάλογα με τις ταχύτητες που θα δώσουμε μπορεί να προκύψουν μετά τη σύγκρουση διάφορα αποτελέσματα, όπως για παράδειγμα να κινούνται όπως φαίνεται στην εικόνα 9ε.

Οι παραπάνω περιπτώσεις ανήκουν σε μία γενικότερη κατηγορία φαινομένων τα οποία ονομάζονται **φαινόμενα κρούσης**. Στην κατηγορία αυτή υπάγονται φαινόμενα όπως η σύγκρουση δύο αυτοκινήτων (Εικ. 10), το σφήνωμα του βλήματος στο στόχο (Εικ. 11), κ.ά. Υπάγονται ακόμα φαινόμενα, όπως η σύγκρουση των σφαιρών του μπιλιάρδου (Εικ. 12), ο βομβαρδισμός των πυρήνων των ατόμων με σωματίδια, όπως τα πρωτόνια, κ.τ.λ.

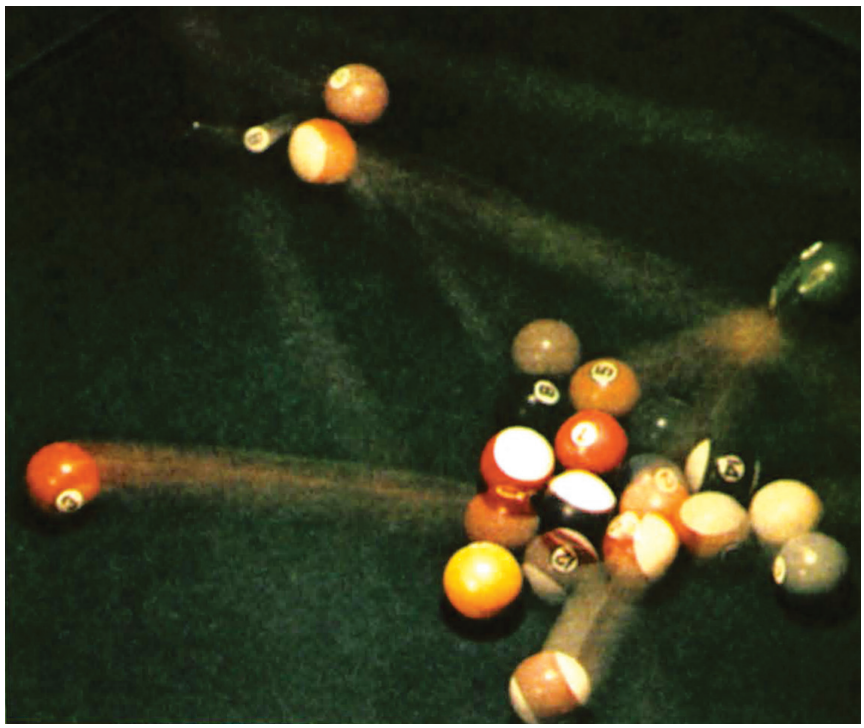


Οι ταχύτητες πριν από την κρούση (β), (δ). Οι ταχύτητες μετά την κρούση (γ), (ε), έχουν αλλάξει.
Εικόνα 2-9.

Εικόνα 2-10.



Εικόνα 2-11.



Εικόνα 2-12.

Μπορούμε όμως να περιγράφουμε όλα αυτά τα φαινόμενα με έναν απλό και ενιαίο τρόπο; Η απάντηση είναι καταφατική και στηρίζεται στην έννοια του συστήματος. Πράγματι, σε όλες τις περιπτώσεις:

α) τα σώματα αλληλεπιδρούν μεταξύ τους,

β) μπορούμε να θεωρήσουμε ότι αποτελούν ένα μονωμένο σύστημα.

Ακόμα και στην περίπτωση των αυτοκινήτων (Εικ. 10) στην οποία οι εξωτερικές δυνάμεις δεν έχουν συνισταμένη μηδέν, επειδή υπάρχουν τριβές, οι δυνάμεις που αναπτύσσονται κατά τη σύγκρουση είναι τόσο μεγάλες ώστε μπορούμε να αγνοήσουμε όλες τις εξωτερικές δυνάμεις. Δηλαδή να θεωρούμε το σύστημα μονωμένο.

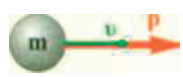
2.3. Η έννοια της ορμής

Η μελέτη του φαινομένου της κρούσης και η περιγραφή του με τη βοήθεια κατάλληλα επινοημένων μεγεθών, απασχόλησε τους επιστήμονες πολύ πριν από την εποχή του Νεύτωνα. Το αποτέλεσμα ήταν να καταλήξουν, περί τα τέλη του 17ου αιώνα, στην εισαγωγή ενός νέου φυσικού μεγέθους που σήμερα χαρακτηρίζεται με το όνομα ορμή. Το ερώτημα που προέκυπτε κάθε φορά που μελετούσαν μία σύγκρουση ήταν: το φαινόμενο θα είναι άραγε πιο έντονο αν τα συγκρουόμενα σώματα έχουν μεγάλη μάζα, ή μεγάλη ταχύτητα;

Η απάντηση στην οποία κατέληγαν και που σήμερα και εμείς επιβεβαιώνουμε με την καθημερινή μας εμπειρία ήταν πως *το αποτέλεσμα της κρούσης επηρεάζεται τόσο από τη μάζα, όσο και από την ταχύτητα των συγκρουόμενων σωμάτων.*

Έτσι ορίζουμε την ορμή p ενός σώματος ως το φυσικό μέγεθος που η τιμή του εξαρτάται από τη μάζα και την ταχύτητα του σώματος. Συγκεκριμένα είναι:

$$\vec{p} = m\,\vec{\upsilon} \qquad (1)$$



Η ορμή, όπως προκύπτει από τη σχέση (1), είναι **μέγεθος διανυσματικό** που έχει κατεύθυνση την κατεύθυνση της ταχύτητας του σώματος και η τιμή του είναι:

$$p = m\,\upsilon.$$

Η μονάδα μέτρησής της στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων S.I. είναι το 1kgm/s.

Όπως ήδη έχουμε αναφέρει, η σημασία της έννοιας της ορμής είναι πολύ μεγάλη για τη Φυσική, αφού με αυτήν μπορούμε να μελετήσουμε φαινόμενα κρούσης. Ωστόσο, πολλές φορές χρησιμοποιούμε την έννοια της ορμής για να μελετήσουμε εξίσου καλά μία κίνηση.

Όπως θα δούμε στις επόμενες παραγράφους, η περιγραφή της κρούσης με τη βοήθεια της έννοιας της ορμής, πλεονεκτεί της περιγραφής με τη βοήθεια της έννοιας της ταχύτητας, γιατί **η ορμή ως φυσικό μέγεθος διατηρείται**.

Η ιδιότητα αυτή της ορμής είναι πολύ χρήσιμη, αφού μας επιτρέπει να κάνουμε προβλέψεις και να καταλήγουμε σε συμπεράσματα που αφορούν στην κίνηση ενός σώματος ή ενός συστήματος, χωρίς να χρειάζεται ο κουραστικός υπολογισμός όλων των λεπτομερειών της κίνησης.

Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι, αν ένα σώμα το οποίο κινείται με ταχύτητα υ, είναι εκτός του πεδίου βαρύτητας, δεν μπορεί να έχει ορμή.

Συζητήστε στην ομάδα σας αν αληθεύει αυτός ο ισχυρισμός.

Μερικοί μαθητές θεωρούν την ορμή ενός σώματος παρόμοια έννοια με τη δύναμη που "έχει" το σώμα ή τη δύναμη που ασκείται στο σώμα.

Ποια είναι η δική σας άποψη;

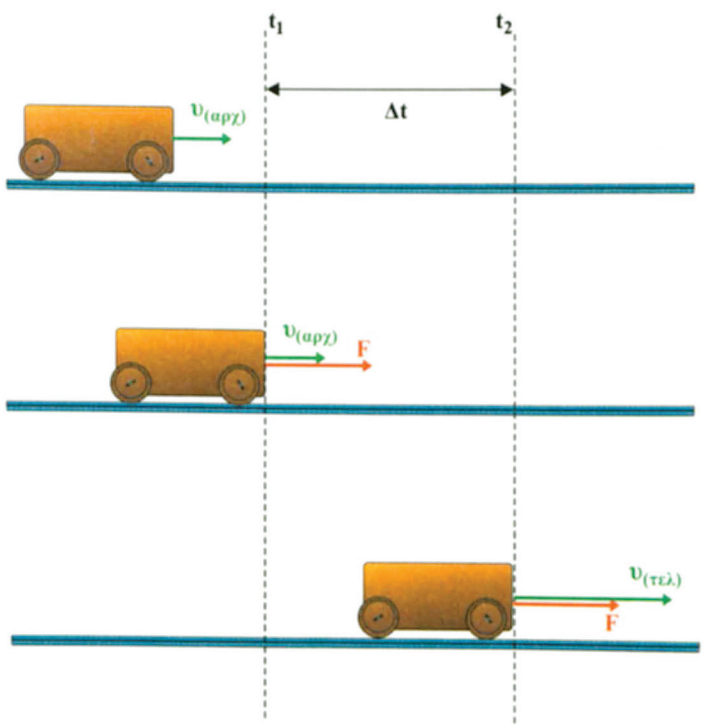
2.4. Η δύναμη και η μεταβολή της ορμής

Όπως είδαμε στην παράγραφο 2.2, κατά τη διάρκεια της κρούσης εμφανίζονται δυνάμεις μεγάλου μέτρου. Αυτές οι δυνάμεις προκαλούν τις αλλαγές στην ταχύτητα και την ορμή των σωμάτων που συγκρούονται.

Συνεπώς πρέπει να αναζητήσουμε σχέση μεταξύ δύναμης και ορμής, εικόνα 13.

Τη σχέση αυτή μπορούμε να τη βρούμε, αν συνδυάσουμε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής

$$\vec{F} = m\vec{\alpha}$$



Η άσκηση της δύναμης F προκάλεσε την αύξηση της ταχύτητας από $υ_{αρχ}$ *σε* $υ_{τελ}$ *και συνεπώς αύξηση της ορμής του σώματος.*

Εικόνα 2-13.

με τη σχέση $\vec{\alpha} = \dfrac{\vec{\upsilon}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{\upsilon}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}$ που ορίζει την επιτάχυνση.

Αντικαθιστώντας στην πρώτη την τιμή της επιτάχυνσης από τη δεύτερη προκύπτει ότι:

$$\vec{F} = m\frac{\vec{\upsilon}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{\upsilon}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \vec{F} = \frac{m\vec{\upsilon}_{\tau\varepsilon\lambda} - m\vec{\upsilon}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}$$

Γνωρίζουμε όμως ότι το γινόμενο $m\vec{\upsilon}_{\tau\varepsilon\lambda}$ είναι η τελική ορμή $\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$ του σώματος και $m\vec{\upsilon}_{\alpha\rho\chi}$ η αρχική ορμή του $\vec{p}_{\alpha\rho\chi}$.

Η παραπάνω σχέση γράφεται έτσι:

$$\vec{F} = \frac{\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} \qquad (2)$$

Στην περίπτωση που τα διανύσματα $\vec{p}_{\alpha\rho\chi}$ και $\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$ είναι συγγραμικά, η σχέση (2) γράφεται:

$$F = \frac{p_{\tau\varepsilon\lambda} - p_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} \qquad (3)$$

Από τη σχέση (2) προκύπτει ότι η μεταβολή της ορμής $(\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi})$ διά του χρόνου Δt εντός του οποίου συμβαίνει αυτή, ισούται με τη δύναμη $\vec{F}$ που την προκαλεί.

Συνεπώς για να αλλάξει η ορμή ενός σώματος απαιτείται η άσκηση δύναμης.

Ας εξετάσουμε το νόημα που έχει αυτό το συμπέρασμα μέσα από ένα παράδειγμα.

Εικόνα 2-14.

Όλοι μας λέμε ότι στο ποδόσφαιρο για να αποκτήσει η μπάλα μεγάλη ταχύτητα και συνεπώς μεγάλη ορμή πρέπει να της δώσουμε μία "δυνατή κλωτσιά" (Εικ. 14). Τι σημαίνει όμως αυτό; Σημαίνει ότι πρέπει στη μπάλα να ασκηθεί μεγάλη δύναμη. Έτσι, όπως προκύπτει από τη σχέση (3) όσο πιο μεγάλη είναι η δύναμη, τόσο πιο μεγάλη θα είναι η μεταβολή της ορμής της μπάλας. Θεωρώντας ότι η μπάλα ήταν αρχικά ακίνητη, προκύπτει ότι:

$$F = \frac{m\upsilon}{\Delta t} = \frac{p_{\mu\pi\acute{\alpha}\lambda\alpha\varsigma}}{\Delta t}$$

όπου $p_{\mu\pi\acute{\alpha}\lambda\alpha\varsigma}$ είναι η ορμή της μπάλας και Δt η διάρκεια της επαφής του ποδιού με τη μπάλα. Συνεπώς η σχέση (3) περιγράφει ικανοποιητικά την εμπειρία μας. Ας εξετάσουμε την ακόλουθη περίπτωση.

Ένας ποδοσφαιριστής δίνει μία "δυνατή κλωτσιά" και η μπάλα αποκτά ταχύτητα 23m/s. Από μετρήσεις βρέθηκε ότι στις δυνατές κλωτσιές η επαφή της μπάλας με το παπούτσι του ποδοσφαιριστή διαρκεί 0,008s. Η μάζα της μπάλας, σύμφωνα με τους κανονισμούς είναι 0,425kg. Μπορούμε χρησιμοποιώντας τη σχέση (3) να υπολογίσουμε τη δύναμη.

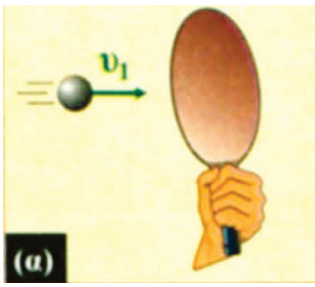
Αντικαθιστούμε τα παραπάνω δεδομένα και έχουμε:

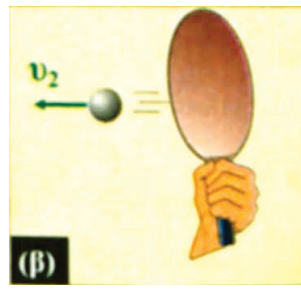
$$F = \frac{0,425\text{kg} \cdot 23\text{m/s}}{0,008\text{s}} = 1.381,25\text{N}.$$

Για να εκτιμήσουμε το πόσο μεγάλη είναι αυτή η δύναμη μπορούμε να τη συγκρίνουμε με το βάρος του ποδοσφαιριστή. Αν δεχθούμε ότι η μάζα του ποδοσφαιριστή είναι 70kg, το βάρος του είναι $70\text{kg} \cdot 9,81\text{m/s}^2 = 686,7\text{N}$. Συγκρίνοντας τα μέτρα των δύο αυτών δυνάμεων προκύπτει ότι η δύναμη που άσκησε ο ποδοσφαιριστής στη μπάλα είναι περίπου διπλάσια από το βάρος του.

Δραστηριότητα 1

Ένα μπαλάκι του πινγκ - πονγκ προσπίπτει κάθετα πάνω στη ρακέτα με ταχύτητα υ_1 και ανακλάται με ταχύτητα αντίθετης κατεύθυνσης υ_2. Αν γνωρίζουμε ότι το μπαλάκι έχει μάζα m μπορούμε με τη βοήθεια της σχέσης (3) να υπολογίσουμε τη δύναμη που ασκήθηκε. Δοκιμάστε διάφορα ζεύγη τιμών και συζητείστε τα αποτελέσματα που βρίσκετε. Η μάζα που έχει το μπαλάκι είναι 10g και το $\Delta t \approx 0{,}1s$.





Δραστηριότητα 2

Στις προηγούμενες παραγράφους μελετήσαμε την έννοια ορμής και τη σχέση της με τη δύναμη. Με τη βοήθεια των σχέσεων

$$p = m\upsilon \quad \text{και} \quad F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad \text{μπορούμε:}$$

α) Να υπολογίσουμε, κατ' εκτίμηση, την ορμή που έχει ένα μικρό ή μεγάλο κινούμενο σώμα.

β) Να εκτιμήσουμε τη δύναμη που απαιτείται για να το σταματήσουμε.

Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται κατ' εκτίμηση τιμές για τη μάζα και την ταχύτητα.

Α/Α	Περιγραφή	Τιμές ταχύτητας	Τιμή μάζας	Τιμή ορμής
1	Αθλητής δρόμου 100m	υ = 10m/s	m = 80kg	
2	Βλήμα πυροβόλου όπλου	υ = 500m/s	m = 10g	
3	Κουνούπι που πετάει	υ = 7m/s	m = 2g	
4	Μόριο N_2 του ατμοσφαιρικού αέρα σε θερμοκρασία 23°C	υ = 800m/s	$m = \frac{28}{6 \cdot 10^{23}}$ g	
5	Πετρελαιοφόρο πλοίο (1mi/h = 1.669km/h)	υ = 10mi/h	$m = 2 \cdot 10^8$ kg	
6	Μπάλα ποδοσφαίρου που κινείται	υ = 12 m/s	m = 425g	

1. Χρησιμοποιώντας τα στοιχεία του πίνακα να υπολογίσετε την ορμή σε κάθε μία περίπτωση. Γράψτε το αποτέλεσμα στην πέμπτη στήλη του πίνακα.
2. Ποιο από τα σώματα έχει τη μεγαλύτερη ορμή και ποιο έχει τη μικρότερη;
3. Υποθέστε ότι όλα τα σώματα ακινητοποιούνται στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt. Για ποιό απ' όλα απαιτείται μεγαλύτερη δύναμη;
4. Χρησιμοποιώντας τα στοιχεία του πίνακα και τα δικά σας αποτελέσματα, να ερμηνεύσετε τα εξής δεδομένα:

   α) Ζώντας στην ατμόσφαιρα της Γης βομβαρδιζόμαστε διαρκώς από κινούμενα μόρια, αλλά δεν "αισθανόμαστε τίποτα".

   β) Στους κλειστούς στίβους και συγκεκριμένα στο τέλος της διαδρομής των 100m υπάρχουν κατακόρυφοι τοίχοι καλυμμένοι με παχύ αφρώδες υλικό.

   γ) Τα πλοία παθαίνουν μεγάλες ζημιές όταν συγκρούονται με την προβλήτα του λιμανιού, ακόμα και όταν κινούνται με μικρή ταχύτητα.
5. Γιατί μας τραυματίζει μία σφαίρα και όχι η μπάλα ποδοσφαίρου αν και έχουν περίπου ίσες ορμές;

2.5. Η αρχή διατήρησης της ορμής

Με τη βοήθεια της έννοιας της ορμής οι επιστήμονες απλοποίησαν τη μελέτη των πολύπλοκων φαινομένων της κρούσης και κατέληξαν στο ακόλουθο συμπέρασμα:

Η συνολική ορμή ενός μονωμένου συστήματος σωμάτων διατηρείται σταθερή.

Η πρόταση αυτή είναι άμεση συνέπεια του τρίτου νόμου του Νεύτωνα σύμφωνα με τον οποίο η δράση είναι ίση με την αντίδραση.

Ας θεωρήσουμε δύο σώματα που αλληλεπιδρούν. Εφ' όσον οι δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτά είναι αντίθετες, θα ισχύει $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ ή

$$m_1 \frac{\Delta\vec{\upsilon}_1}{\Delta t} = -m_2 \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$$

Όμως ο χρόνος αλληλεπίδρασης Δt είναι ίδιος και για τα δύο σώματα και κατά συνέπεια $m_1 \Delta\vec{\upsilon}_1 = -m_2 \Delta\vec{\upsilon}_2$.

Συνεπώς για τις μεταβολές της ορμής θα ισχύει:

$$\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2 \quad \text{ή} \quad \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = 0 .$$

Εφ' όσον όμως το άθροισμα των μεταβολών των ορμών είναι μηδέν, έπεται ότι το άθροισμα των ορμών των σωμάτων του συστήματος δεν μεταβάλεται, διότι από την προηγούμενη σχέση προκύπτει:

$$\vec{p}_{1(\tau\varepsilon\lambda)} + \vec{p}_{2(\tau\varepsilon\lambda)} = \vec{p}_{1(\alpha\rho\chi)} + \vec{p}_{2(\alpha\rho\chi)} \quad \text{ή} \quad \vec{p}_{o\lambda(\tau\varepsilon\lambda)} = \vec{p}_{o\lambda(\alpha\rho\chi)} \qquad (4)$$

Δηλαδή η ορμή του συστήματος είναι σταθερή.

Τα πορίσματα που προκύπτουν αν εφαρμόσουμε τη διατήρηση της ορμής για την κίνηση των σωμάτων που συγκρούονται, έχουν ελεγχθεί πειραματικά πάρα πολλές φορές, ώστε σήμερα δεν υπάρχει καμία αμφιβολία για την εγκυρότητά τους. Έτσι η διατήρηση της ορμής έχει αναβαθμιστεί στη σκέψη των επιστημόνων και ονομάζεται **Αρχή διατήρησης της ορμής**. Η αρχή αυτή δεν περιορίζεται σε απλές περιπτώσεις, όπως αυτή που εξετάσαμε στο παράδειγμα, αλλά επεκτείνεται και σε περιοχές όπως η Πυρηνική Φυσική, όπου πυρήνες βομβαρδίζονται με σωμάτια όπως τα πρωτόνια ή τα νετρόνια.

Στη Φυσική ισχύουν και άλλες αρχές όπως π.χ. η αρχή διατήρησης της ενέργειας, του ηλεκτρικού φορτίου, κ.τ.λ.

Εφαρμογή

Τα αμαξάκια $Σ_1$ και $Σ_2$ τα οποία φαίνονται στην εικόνα έχουν ίσες μάζες και μπορεί να κινηθούν χωρίς τριβές. Θέτουμε σε κίνηση το αμαξάκι $Σ_1$ το οποίο φτάνει οτο $Σ_2$ με ταχύτητα $υ_1$.

Μετά τη σύγκρουση παρατηρούμε το αμαξάκι $Σ_1$ να ακινητοποιείται, ενώ το $Σ_2$ να αποκτά ταχύτητα $υ_2$.

Όπως προκύπτει από τη σχέση

$\vec{p}_{1(τελ)} + \vec{p}_{2(τελ)} = \vec{p}_{1(αρχ)} + \vec{p}_{2(αρχ)}$ η ταχύτητα $υ_2$ είναι ίση με την ταχύτητα $υ_1$, δηλαδή τα δύο αμαξάκια αντάλλαξαν τις ταχύτητες τους.

Δραστηριότητα 1

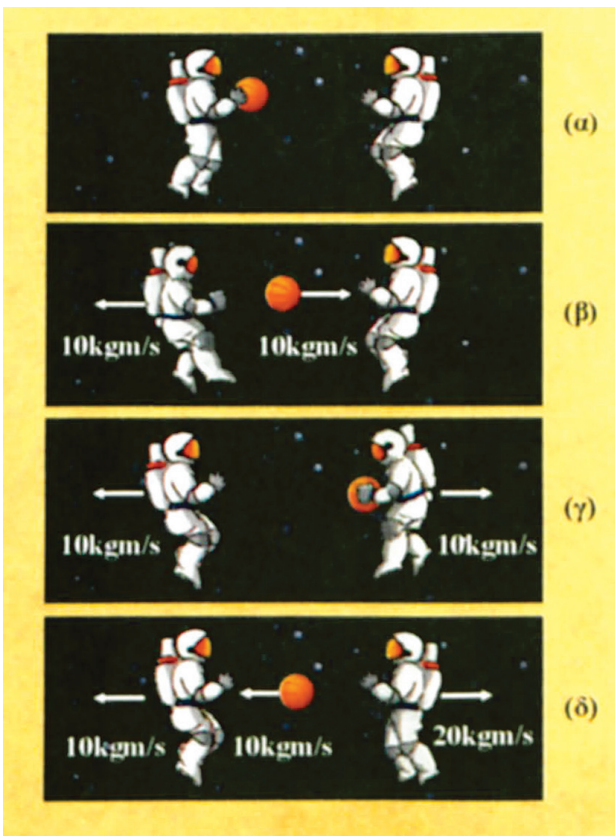
Δύο αστροναύτες βρίσκονται στο διάστημα και σε μία περιοχή όπου η βαρυτική έλξη από τα γειτονικά ουράνια σώματα είναι αμελητέα.

Οι αστροναύτες αποφάσισαν να παίξουν μπάλα. Έτσι ο αστροναύτης A πετάει στον αστροναύτη B μία μπάλα δίνοντάς της ορμή p=10kg·m/s. Το ίδιο κάνει και ο αστροναύτης B όταν φτάσει η μπάλα σ' αυτόν. Στην εικόνα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των ορμών που αποκτούν οι αστροναύτες.

I) Χρησιμοποιώντας τις τιμές της ορμής που αναγράφονται στην εικόνα να δείξετε ότι η ολική ορμή του συστήματος αστροναύτες-μπάλα παραμένει σταθερή σε όλα τα στιγμιότυπα.

II) Να εξηγήσετε γιατί στο στιγμιότυπο (δ) ο αστροναύτης A έχει ορμή 10kg·m/s και ο B 20kg·m/s.

III) Ποια θα είναι η ορμή του A όταν πετάξει τη μπάλα στο B με ορμή 10kg·m/s, μετά το στιγμιότυπο (δ);



Δραστηριότητα 2

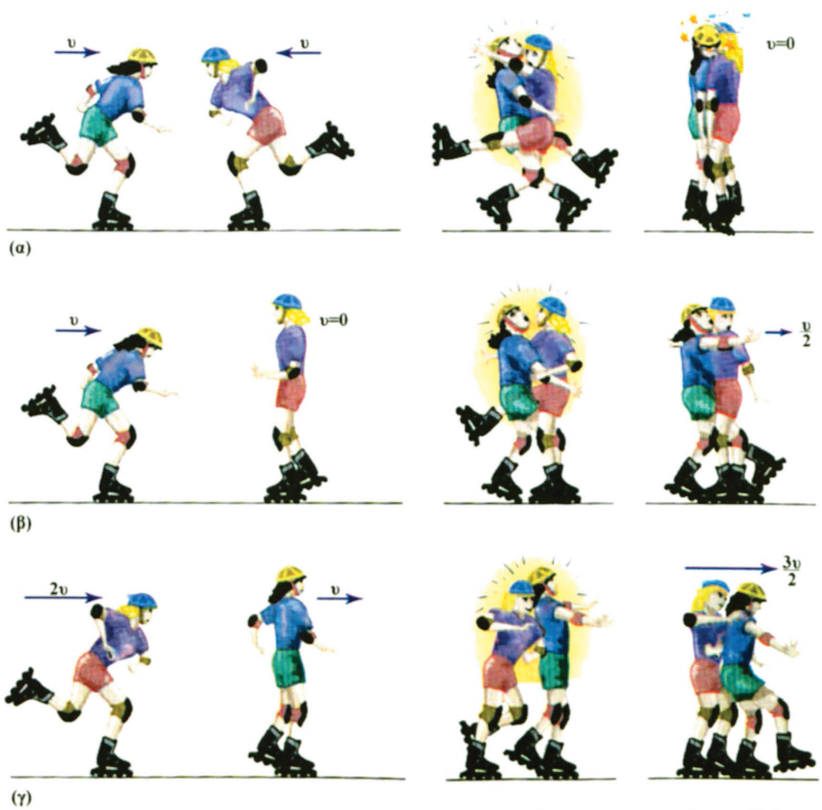
Δύο μαθητές αποφάσισαν να ελέγξουν τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την αρχή διατήρησης της ορμής.

Χρησιμοποιώντας τα πατίνια τους κινήθηκαν πάνω σε μία οριζόντια πίστα και δοκίμασαν τρεις συνδυασμούς κρούσεων. Ένας φίλος τους με τη βοήθεια ειδικού οργάνου μέτρησε τις ταχύτητές τους σε κάθε περίπτωση. Οι ταχύτητες αναγράφονται δίπλα από τον καθένα τους πριν και μετά την κρούση. Επίσης ζυγίστηκαν με όλο τον εξοπλισμό τους και βρήκαν ότι έχουν *ίσες μάζες*.

Κατόπιν συζήτησαν για να δουν αν επαλήθευσαν την αρχή διατήρησης της ορμής.

Εσείς τι νομίζετε ότι θα συμπέραναν;

Να αιτιολογήσετε αναλυτικά την άποψή σας.



2.6. Μεγέθη που δε διατηρούνται στην κρούση

Το πειραματικό γεγονός της διατήρησης της ορμής μας κάνει να διερωτηθούμε εάν και άλλα μεγέθη όπως για παράδειγμα η κινητική ενέργεια, διατηρούνται κατά την κρούση. Ας μελετήσουμε το εξής παράδειγμα:

Έστω δύο αμαξάκια μαζών m_1 και m_2 με ταχύτητες $\upsilon_1 \neq 0$ και $\upsilon_2 = 0$, αντίστοιχα (Εικ. 15). Κατά την κρούση το καρφί που υπάρχει στο αμαξάκι (1) σφηνώνεται στο αμαξάκι (2) και τα δύο κινούνται ως ένα σώμα με μάζα που είναι (m_1+m_2) και ταχύτητα V. Η κρούση αυτή ονομάζεται **πλαστική**.

Εικόνα 2-15. *Η πλαστική κρούση δύο αμαξιδίων.*

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:

$$m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)V \qquad (1)$$

Από την σχέση (1) επειδή $m_1 < m_1 + m_2$ έπεται ότι θα πρέπει:

$$\upsilon_1 > V \qquad (2)$$

Πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) και διαιρώντας το γινόμενό τους δια 2 προκύπτει:

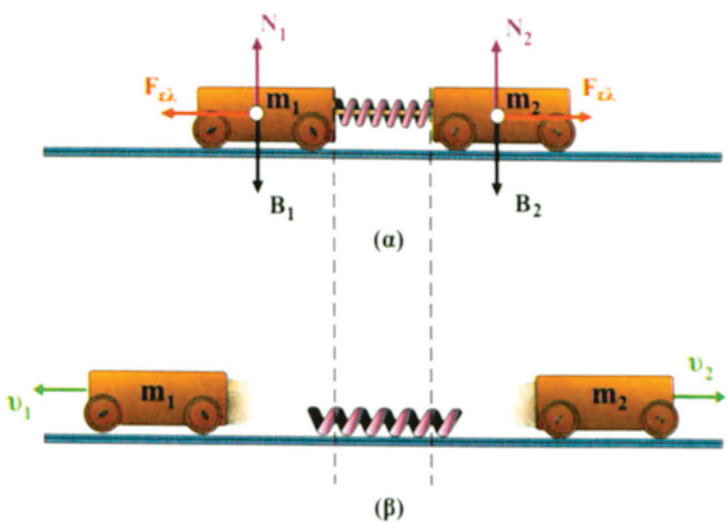
$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 > \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 \qquad (3)$$

Το πρώτο μέλος της παραπάνω σχέσης είναι η αρχική κινητική ενέργεια που έχουν τα αμαξάκια και το δεύτερο η τελική. Η σχέση (3) μας επιτρέπει να συμπεράνουμε ότι η κινητική ενέργεια του συστήματος (τα δύο αμαξάκια) μειώθηκε κατά την κρούση. Δηλαδή η κινητική ενέργεια του συστήματος δεν διατηρείται.

2.7. Εφαρμογές της διατήρησης της ορμής

1. Σύστημα ελατήριο-μάζα.

Ας θεωρήσουμε το σύστημα με τα δυο αμαξάκια που φαίνονται στην εικόνα 16α. Αυτά κινούνται χωρίς τριβές πάνω στο οριζόντιο δάπεδο. Αρχικά το ελατήριο που βρίσκεται μεταξύ τους είναι συμπιεσμένο, επειδή αυτά συγκρατούνται με ένα λεπτό νήμα. Αν εξετάσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στα αμαξάκια θα συμπεράνουμε ότι αποτελούν ένα μονωμένο σύστημα διότι οι εξωτερικές δυνάμεις (βάρος, αντίδραση) έχουν συνισταμένη μηδέν.



Εικόνα 2-16.

Συνεπώς στο σύστημα η ορμή θα διατηρείται, δηλαδή

$$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)} \quad ή$$

$$\vec{p}_{1(αρχ)} + \vec{p}_{2(αρχ)} = \vec{p}_{1(τελ)} + \vec{p}_{2(τελ)} \qquad (1)$$

Τι θα συμβεί αν με ένα ψαλίδι κόψουμε το νήμα; Όπως φαίνεται στην εικόνα 16β, τα αμαξάκια θα κινηθούν σε αντίθετες κατευθύνσεις με ταχύτητες $υ_1$ και $υ_2$ αντίστοιχα. Επειδή κινούνται στην ίδια ευθεία τα διανύσματα της ορμής έχουν αντίθετη κατεύθυνση.

Άρα η διανυσματική σχέση (1) γίνεται αλγεβρική. Αν μάλιστα επι-

λέξουμε την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, η σχέση αυτή γράφεται:

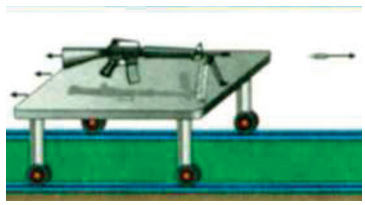
$$0 + 0 = - m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 \quad \text{ή}$$

$$m_1\upsilon_1 = m_2\upsilon_2 \quad (2)$$

Από τη σχέση (2) μπορούμε να συμπεράνουμε ότι μετά την απελευθέρωση των σωμάτων, τα αμαξίδια αποκτούν αντίθετες ορμές, ώστε η συνολική ορμή να είναι ίση με την αρχική, δηλαδή ίση με μηδέν.

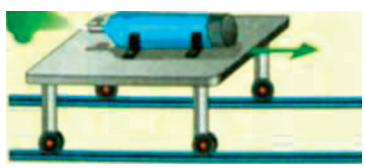
2. Η αρχή της κίνησης των πυραύλων

Την αρχή διατήρησης της ορμής μπορούμε να τη χρησιμοποιήσουμε στην κίνηση των πυραύλων. Ας θεωρήσουμε το αυτόματο όπλο που βρίσκεται πάνω σε ένα βαγόνι το οποίο μπορεί να κινηθεί χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιες σιδηροτροχιές (Εικ. 17).



Εικόνα 2-17.

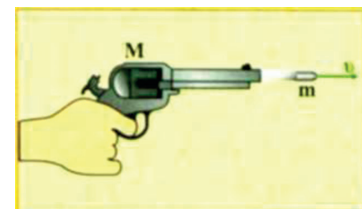
Αν εκτοξευθεί ένα βλήμα, το όλο σύστημα θα κινηθεί σε αντίθετη κατεύθυνση, ώστε η αρχικά μηδενική ορμή του συστήματος να διατηρηθεί. Αν ενεργοποιήσουμε το μηχανισμό της συνεχούς εκτόξευσης βλημάτων το βαγόνι με το όπλο θα αρχίσει να κινείται με ταχύτητα που συνεχώς αυξάνεται. Τι νομίζετε ότι θα συμβεί αν πάνω στο βαγόνι, αντί για το όπλο τοποθετήσουμε μία φιάλη που περιέχει αέρα υπό πίεση και ανοίξουμε τη στρόφιγγα; Σε αναλογία με το πυροβόλο όπλο μπορούμε να πούμε ότι το σύστημα βαγόνι - φιάλη επιταχύνεται επειδή “μοριακές σφαίρες” εκτοξεύονται σε αντίθετη κατεύθυνση (Εικ. 18).



Εικόνα 2-18.

Τα παραδείγματα αυτά μας βοηθούν να κατανοήσουμε τον τρόπο με τον οποίο κινούνται οι πύραυλοι. Πρέπει όμως να επισημάνουμε, ότι τα αέρια που εξέρχονται από το ακροφύσιο του πυραύλου δεν είναι αποθηκευμένα υπό πίεση μέσα σ’ αυτόν αλλά προέρχονται από την καύση ειδικού μίγματος.

Δραστηριότητα 1



Το πιστόλι μάζας M που φαίνεται στην εικόνα εκπυρσοκροτεί και εκτοξεύει βλήμα μάζας m με ταχύτητα υ.

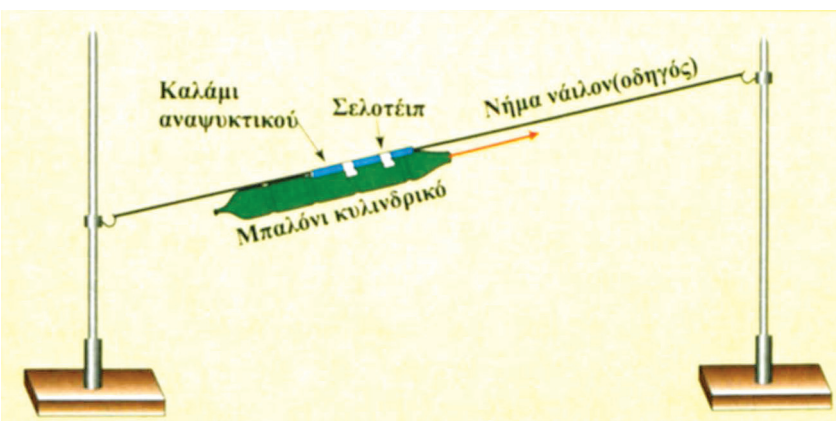
1. Μπορείτε να εφαρμόσετε σ' αυτήν την περίπτωση την αρχή διατήρησης της ορμής;
2. Σχετικά με την εκπυρσοκρότηση των όπλων υπάρχει η έκφραση "ανάκρουση όπλου". Τι νομίζετε ότι σημαίνει;
3. Μπορείτε να υπολογίσετε την ταχύτητα ανάκρουσης του πιστολιού;

Συζητήστε στην ομάδα σας προκειμένου να απαντήσετε στις παραπάνω ερωτήσεις.

Δραστηριότητα 2

Αρχή λειτουργίας του πυραύλου.

1. Φουσκώστε ένα μπαλόνι (κατά προτίμηση κυλινδρικό) και δέστε το στόμιό του.



2. Πραγματοποιήστε τη διάταξη της εικόνας στερεώνοντας το καλαμάκι επάνω στο μπαλόνι με σελοτέϊπ. Το μήκος του νήματος να είναι 3 έως 4m.
3. Φέρετε το μπαλόνι κοντά στο ένα άκρο του νήματος. Λύστε το στόμιο του μπαλονιού και αφήστε το ελεύθερο. Τι παρατηρείτε;
4. Να ερμηνεύσετε την κίνηση του μπαλονιού - πυραύλου με βάση την αρχή διατήρησης της ορμής.
5. Να ερμηνεύσετε την προώθηση ενός πλοίου και ενός ελικοφόρου αεροπλάνου.

Περίληψη

Στο κεφάλαιο αυτό εισάγονται δύο νέες έννοιες στην περιγραφή του φαινομένου της κίνησης και γενικότερα στην περιγραφή της φύσης. Η μία είναι η έννοια της ορμής και η άλλη η έννοια του συστήματος των σωμάτων. Δύο σώματα αλληλεπιδρούν όταν ασκούν μεταξύ τους δυνάμεις. Δύο ή περισσότερα σώματα που αλληλεπιδρούν αποτελούν σύστημα. Σε ένα σύστημα σωμάτων διακρίνουμε δύο είδη δυνάμεων:

α) αυτές που προέρχονται αποκλειστικά από τα σώματα που αποτελούν το σύστημα και τις οποίες ονομάζουμε **εσωτερικές**, και

β) αυτές που προέρχονται από άλλα σώματα εκτός του συστήματος και οι οποίες ονομάζονται **εξωτερικές**.

Τα φαινόμενα όπως η σύγκρουση δύο αυτοκινήτων, το σφήνωμα του βλήματος στον στόχο, ο βομβαρδισμός των πυρήνων των ατόμων με σωματίδια όπως τα πρωτόνια, κ.λπ., υπάγονται σε μία γενικότερη κατηγορία και ονομάζονται φαινόμενα κρούσης. Κατά τη διάρκειά τους αναπτύσσονται πολύ μεγάλες δυνάμεις αλληλεπίδρασης και αυτό μας επιτρέπει να θεωρούμε τα συστήματα πρακτικά μονωμένα. Η αλλαγή της κινητικής κατάστασης ενός σώματος μπορεί να περιγράφει με το διανυσματικό μέγεθος που ονομάζουμε ορμή p. Η **ορμή** δίνεται από τη σχέση $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$ και έχει κατεύθυνση την κατεύθυνση της ταχύτητας του σώματος. Η δύναμη που προκαλεί τη μεταβολή της ορμής δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}$$

η οποία αποτελεί και τη γενικότερη διατύπωση του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα. Σε ένα μονωμένο σύστημα η ορμή διατηρείται σταθερή, ή όπως λέμε ισχύει η **αρχή διατήρησης της ορμής**. Η αρχή διατήρησης της ορμής διατυπώνεται ως εξής:

$$\vec{p}_{\text{ολ}(\alpha\rho\chi)} = \vec{p}_{\text{ολ}(\tau\varepsilon\lambda)}.$$

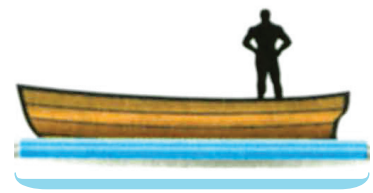
Ερωτήσεις

1. Να δώσετε την έννοια του συστήματος σωμάτων και να εξηγήσετε τι σημαίνει ο όρος μονωμένο σύστημα.

2. Η μονάδα μέτρησης της ορμής στο Διεθνές Σύστημα (S.I.) είναι:

Α. $1\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ Β. $1\text{N}\cdot\text{s}$ Γ. $1\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}$ Δ. $1\frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{s}}$

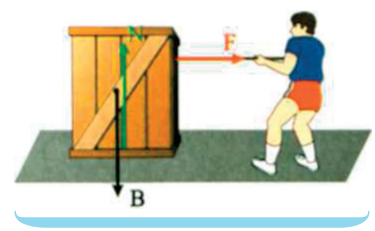
3. Πάνω στην ακίνητη βάρκα βρίσκεται ένας άνθρωπος, όπως φαίνεται στην εικόνα.



Α. Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις για το σύστημα βάρκα-άνθρωπος.

Β. Ποιες από τις δυνάμεις αυτές, είναι εξωτερικές και ποιες είναι εσωτερικές;

4. Ένας μαθητής τραβάει προς το μέρος του το κιβώτιο, με τη βοήθεια ενός σχοινιού. Να ελέγξετε την ορθότητα των παρακάτω προτάσεων.



Α. Η δύναμη F που ασκεί ο μαθητής, είναι εσωτερική δύναμη για το σύστημα μαθητής - κιβώτιο - Γη.

Β. Η δύναμη F είναι εξωτερική δύναμη για το σύστημα κιβώτιο - Γη.

Γ. Το βάρος του κιβωτίου, είναι εσωτερική δύναμη για το σύστημα μαθητής - κιβώτιο.

Δ. Το βάρος του κιβωτίου, είναι εξωτερική δύναμη για το σύστημα μαθητής - κιβώτιο - Γη.

5. Ένας ψαράς έχει πιασμένο στην λεπτή πετονιά του, ένα μεγάλο ψάρι, το οποίο έχει πάψει να αντιστέκεται. Αν τραβήξει την πετονιά απότομα, αυτή, μάλλον θα σπάσει, ενώ αν τραβήξει σιγά - σιγά θα αντέξει. Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί;

6. Ένας μαθητής πέφτει με άνεση από μία βάρκα στη θάλασσα. Όταν όμως ο ίδιος μαθητής πέφτει στη θάλασσα από μία εξέδρα ύψους αρκετών μέτρων, η πρόσκρουση στο νερό είναι τόσο δυνατή, ώστε το αποτέλεσμα να είναι δυσάρεστο.

Ποια νομίζετε ότι είναι η εξήγηση;

***7.** Κάποιος ισχυρίζεται ότι είναι δυνατόν κάποια στιγμή που η ορμή ενός σώματος είναι μηδέν, ο ρυθμός μεταβολής της να είναι διάφορος του μηδενός. Αν συμφωνείτε να δώσετε ένα παράδειγμα.

8. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και γιατί:

Α. Ένα σύστημα δύο σωμάτων μπορεί να έχει μηδενική ορμή ακό-

μη και αν τα σώματα κινούνται.

Β. Η έλξη που ασκεί η Γη στη Σελήνη δεν είναι εσωτερική δύναμη του συστήματος, γιατί προκαλεί την περιφορά της Σελήνης γύρω από τη Γη.

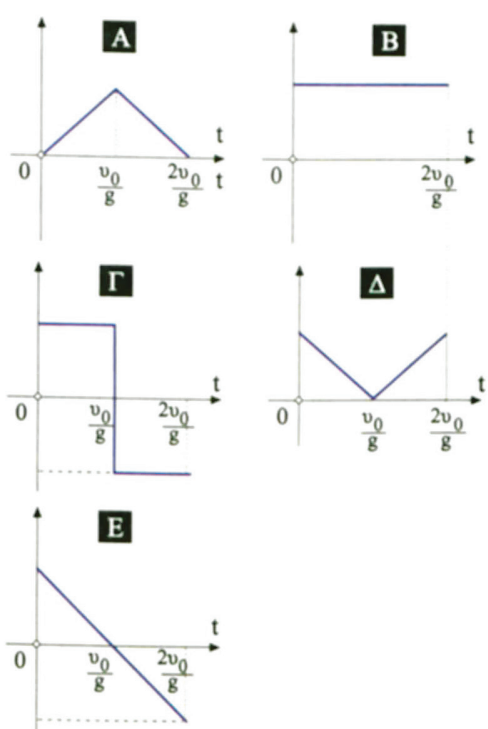
Γ. Δύο σώματα με διαφορετικές μάζες έχουν πάντα διαφορετικές ορμές.

Δ. Δύο ίσες δυνάμεις που ασκούνται σε δύο σώματα με διαφορετικές ορμές, προκαλούν στον ίδιο χρόνο ίσες μεταβολές στην ορμή των σωμάτων.

9. Ένας μαθητής ρίχνει κατακόρυφα προς τα πάνω μία μπάλα, η οποία επιστρέφει στο χέρι του με ταχύτητα ίδιου μέτρου. Ο μαθητής θεωρεί, ότι στην περίπτωση αυτή παραβιάζεται ο θεμελιώδης νόμος του Νεύτωνα επειδή θεωρεί τη μεταβολή της ορμής της μπάλας μηδέν.

Ποια είναι η δική σας άποψη;

10. Ένα σώμα ρίχνεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα υ_0 και κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του. Το σώμα φτάνει στο μέγιστο ύψος σε χρόνο $\frac{\upsilon_0}{g}$. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα αντιστοιχεί στη συνάρτηση $p = f(t)$ και ποιο στη $\frac{\Delta p}{\Delta t} = f(t)$;



11. Στο σύστημα των δύο σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$, που έχουν ίδια μάζα m, ασκούμε σταθερή οριζόντια δύναμη F και το κινούμε στο λείο οριζόντιο επίπεδο.

Ποια ή ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και γιατί:

Α. Το σύστημα $Σ_1 – Σ_2$ δεν είναι μονωμένο.

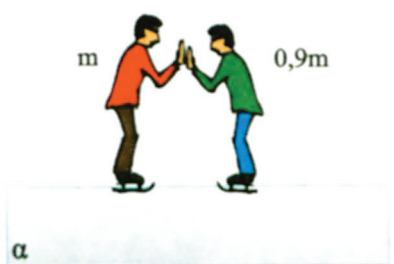
Β. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος $Σ_1$ είναι μικρότερος, από τον αντίστοιχο ρυθμό μεταβολής του σώματος $Σ_2$.

Γ. Οι ρυθμοί μεταβολής της ορμής και για τα δύο σώματα είναι ίσοι.

Δ. Για τις δυνάμεις που δέχονται τα δύο σώματα ισχύει: F-T=T.

12. Ένα σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω και όταν φτάνει στο μέγιστο ύψος διασπάται σε δύο κομμάτια m_1 και m_2. Αν το m_1 αμέσως μετά τη διάσπαση έχει οριζόντια ταχύτητα $υ_1$, να βρείτε την κατεύθυνση και την τιμή της ταχύτητας $υ_2$ που έχει το κομμάτι m_2 αμέσως μετά τη διάσπαση. Υποθέτουμε ότι κατά τη διάσπαση ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.

13. Δύο παγοδρόμοι Α και Β έχουν μάζα m και 0,9 m αντίστοιχα και στέκονται ακίνητοι ο ένας απέναντι στον άλλο. Κάποια στιγμή ο πρώτος σπρώχνει το δεύτερο με αποτέλεσμα να κινηθούν απομακρυνόμενοι.



Αν η ορμή που αποκτά ο πρώτος παγοδρόμος είναι p, η ορμή του δεύτερου θα είναι:

Α. p Β. 0,9p Γ. -p Δ. -0,9p

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

14. Υποθέστε ότι ένα ακίνητο βλήμα διασπάται σε δύο κομμάτια m

και 2m. Ποια ή ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και γιατί:

Α. Τα δύο κομμάτια αποκτούν ίσες ορμές.

Β. Τα δύο κομμάτια αποκτούν αντίθετες ταχύτητες.

Γ. Τα δύο κομμάτια αποκτούν αντίθετες ορμές.

Δ. Το κομμάτι μάζας 2m αποκτά διπλάσια ορμή από την ορμή του κομματιού μάζας m.

Ε. Οι ταχύτητες για κάθε κομμάτι είναι αντίθετης κατεύθυνσης και διαφορετικής τιμής.

15. Ενα σώμα που έχει ορμή p συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα διπλάσιας μάζας. Να εξετάσετε ποια ή ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές:

Α. Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση έχει ορμή p.

Β. Η ορμή του αρχικά κινούμενου σώματος ελαττώνεται κατά p/2.

Γ. Η ορμή του αρχικά ακίνητου σώματος αυξάνει κατά 2p/3.

16. Σε μία μετωπική σύγκρουση δύο αυτοκινήτων, που έχουν μάζες m και M=2m, δημιουργείται συσσωμάτωμα που παραμένει ακίνητο στο σημείο της σύγκρουσης. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και γιατί;

Α. Το αυτοκίνητο μάζας M είχε διπλάσια ταχύτητα από το αυτοκίνητο μάζας m.

Β. Τα αυτοκίνητα πριν τη σύγκρουση είχαν ίσες ορμές.

Γ. Η ορμή του συστήματος πριν τη σύγκρουση ήταν ίση με μηδέν.

Δ. Τα αυτοκίνητα έχουν αντίθετες μεταβολές στην ορμή τους.

17. Μπαλάκι του πινγκ-πονγκ πέφτει κάθετα πάνω σε ακίνητη ρακέτα. Η ταχύτητα πρόσπτωσης έχει μεγαλύτερη τιμή από την ταχύτητα απομάκρυνσης. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή και γιατί;

Α. Η δύναμη που προκάλεσε την αλλαγή στην ορμή έχει τιμή $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ όπου Δt η χρονική διάρκεια επαφής με την ρακέτα.

Β. Η κατεύθυνση της δύναμης που προκάλεοε την αλλαγή της ορμής είναι ίδια με της ταχύτητας πρόσπτωσης.

Γ. Η κατεύθυνση της δύναμης που προκάλεσε την αλλαγή της ορμής είναι ίδια με της ταχύτητας απομάκρυνσης.

18. Οι αθλητές του καράτε δίνουν απότομα και “κοφτά” κτυπήματα και πετυχαίνουν να σπάσουν στερεά σώματα όπως τούβλα, καδρόνια, κ.τ.λ. Νομίζετε ότι αυτό σχετίζεται με την σχέση:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t};$$

19. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις που αναφέρονται στην έννοια της ορμής και τη διατήρησή της είναι σωστές;

Α. Η ορμή δεν είναι διάνυσμα.

Β. Η διατήρηση της ορμής ισχύει μόνο στις κρούσεις σωμάτων.

Γ. Η διατήρηση της ορμής ισχύει σε κάθε μονωμένο σύστημα σωμάτων.

Δ. Η διατήρηση της ορμής ισχύει πάντοτε στις κρούσεις σωμάτων.

Ασκήσεις - Προβλήματα

1. Πόση είναι η ορμή ενός λεωφορείου μάζας $m = 2.500kg$ που κινείται με ταχύτητα $υ=72km/h$;

2. Πόση είναι η δύναμη που επιβραδύνει ένα Boeing 747, αν αυτό αγγίζει το διάδρομο προσγείωσης με ταχύτητα $υ=216km/h$ και ακινητοποιείται μετά από χρόνο $t=120s$;

(Η μάζα του Boeing είναι περίπου 10^5kg)

3. Ένας ποδοσφαιριστής κτυπάει μία ακίνητη μπάλα και αυτή αποκτά ταχύτητα $24m/s$. Αν η μπάλα έχει μάζα $0,5kg$ και η διάρκεια της επαφής του ποδιού του ποδοσφαιριστή με τη μπάλα είναι $0,03s$, ποια είναι η μέση τιμή δύναμης που ασκήθηκε στην μπάλα;

4. Ένας αλεξιπτωτιστής εγκαταλείπει το ελικόπτερο και πέφτει με το αλεξίπτωτό του να μην έχει ανοίξει ακόμη. Αν η συνολική του μάζα είναι $m=90kg$, ποιος νομίζετε ότι είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του; Πόση ταχύτητα θα αποκτήσει ο αλεξιπτωτιστής μετά από ένα δευτερόλεπτο;

Δίνεται: $g=10m/s^2$.

5. Μια μπάλα μάζας $0,5kg$ αφήνεται να πέσει από τέτοιο ύψος, ώστε να φτάσει στο δάπεδο με ταχύτητα $υ_1=30m/s$. Η μπάλα αναπηδά κατακόρυφα με ταχύτητα $υ_2=10m/s$, αφού μείνει σ' επαφή με το δάπεδο για χρόνο $Δt=0,25s$. Να βρείτε:

Α. Τη μεταβολή της ορμής της μπάλας κατά τη διάρκεια $Δt$.

Β. Τη μέση δύναμη που δέχθηκε η μπάλα.

Δίνεται: $g=10m/s^2$.

6. Ένα σπορ αυτοκίνητο Maserati ξεκινάει από την ηρεμία και αποκτά, κινούμενο σε οριζόντιο δρόμο, ταχύτητα $90km/h$ σε χρόνο $t=5s$. Αν η μάζα του αυτοκινήτου είναι $1.600kg$ να βρείτε;

Α. Τη μεταβολή της ορμής του αυτοκινήτου.

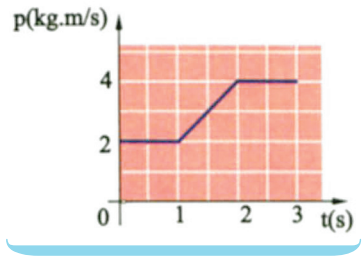
Β. Τη δύναμη που μπορεί να προκαλέσει μία τέτοια μεταβολή ορμής στο χρόνο αυτό.

7. Κατά τη διάρκεια μίας καταιγίδας πέφτουν κάθετα σ' ένα υπόστεγο 500 σταγόνες βροχής ανά δευτερόλεπτο με μέση ταχύτητα $17m/s$. Οι σταγόνες, που έχουν μέση μάζα $3\cdot10^{-5}kg$, δεν αναπηδούν κατά την πτώση τους στο υπόστεγο, και γλιστρούν χωρίς να συσσωρεύονται σ' αυτό.

Α. Πόση είναι η μεταβολή της ορμής κάθε σταγόνας καθώς πέφτει στο υπόστεγο;

Β. Πόση είναι η μέση δύναμη που προκαλείται από τις σταγόνες της βροχής οτο υπόστεγο;

8. Η ορμή ενός σώματος μάζας $m=1kg$ μεταβάλλεται όπως φαίνεται στην εικόνα. Η αρχική και η τελική ορμή έχουν την ίδια κατεύθυνση.



Α. Πόση είναι η ελάχιστη και πόση είναι η μέγιστη ταχύτητα του σώματος;

Β. Να παραστήσετε γραφικά τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο.

9. Ένα βαρύ κιβώτιο μάζας $200kg$, ωθείται από έναν εργάτη πάνω σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο το κιβώτιο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,1$. Ο εργάτης ασκώντας στο αρχικά ακίνητο κιβώτιο οριζόντια μέση δύναμη $F=500N$, το μετακινεί για χρόνο $t=4s$. Πόση νομίζετε ότι θα είναι τότε η ταχύτητα του κιβωτίου; Δίνεται: $g=10m/s^2$.

10. Ένα μπαλάκι του τένις μάζας $m=100g$ πέφτει με οριζόντια ταχύτητα $\upsilon_1=10m/s$ σε κατακόρυφο τοίχο και ανακλάται με επίσης οριζόντια ταχύτητα $\upsilon_2=8m/s$. Να βρείτε:

Α. Την ορμή που έχει το μπαλάκι πριν και μετά την επαφή του με τον τοίχο.

Β. Τη μεταβολή της ορμής του, λόγω της σύγκρουσης με τον τοίχο.

Γ. Τη μέση δύναμη που δέχθηκε το μπαλάκι από τον τοίχο, αν η επαφή διαρκεί χρόνο $\Delta t=0,1s$.

***11.** Από ακίνητο πυροβόλο, του οποίου η μάζα είναι $M=1.000kg$, εκτοξεύεται βλήμα μάζας $m=1kg$ με οριζόντια ταχύτητα $\upsilon_0=1.000m/s$.

Α. Πόση ταχύτητα αποκτά το πυροβόλο μετά την εκπυρσοκρότηση;

Β. Αν το πυροβόλο έχει με το δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,05$, για πόσο χρόνο θα κινηθεί;

***12.** Δύο σώματα $m_1=2kg$ και $m_2=4kg$ κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες $\upsilon_1=10m/s$ και $\upsilon_2=6m/s$ αντίστοιχα.

Α. Να βρείτε την ορμή του συστήματος m_1-m_2, στην περίπτωση που οι ταχύτητες των σωμάτων έχουν ίδια κατεύθυνση και στην περίπτωση που η κατεύθυνση των ταχυτήτων είναι αντίθετη.

Β. Υποθέστε, πως ενώ τα σώματα κινούνται με ταχύτητες αντίθετης κατεύθυνσης, συγκρούονται πλαστικά. Ποια νομίζετε ότι θα είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά τη σύγκρουση;

13. Ένα βλήμα μάζας $m_1=100g$, κινείται με οριζόντια ταχύτητα $\upsilon_1=400m/s$ και διαπερνά ένα ακίνητο κιβώτιο μάζας $m_2=2kg$, που βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Αν το βλήμα βγαίνει από το κιβώτιο με ταχύτητα $\upsilon_1=100m/s$ σε χρόνο $\Delta t=0,1s$ να βρείτε:

Α. Την ταχύτητα που αποκτά το κιβώτιο.

Β. Τη μέση οριζόντια δύναμη που ασκεί το βλήμα στο κιβώτιο.

***14.** Ένας πύραυλος συνολικής μάζας $M=1.000kg$ κινείται κατακόρυφα απομακρυνόμενος από τη Γη. Κάποια στιγμή και ενώ η ταχύτητά του είναι $υ=500m/s$, ο πύραυλος διαχωρίζεται σε δύο κομμάτια. Το ένα κομμάτι έχει μάζα $m_1=800kg$ και η ταχύτητά του αμέσως μετά τη διάσπαση είναι $υ_1=1.000m/s$, ίδιας κατεύθυνσης με αυτήν της ταχύτητας $υ$. Να βρείτε την ταχύτητα που έχει το άλλο κομμάτι αμέσως μετά τη διάσπαση.

15. Ένας μικρός μαθητης μάζας $m=60kg$, ταξιδεύει με αυτοκίνητο που κινείται με ταχύτητα $υ=72km/h$. Ο μαθητής, υπακούοντας στον κώδικα οδικής κυκλοφορίας, φοράει ζώνη ασφαλείας. Το αυτοκίνητο που έχει συνολικά μάζα $M=1.200kg$, συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με άλλο αυτοκίνητο που κινείται αντιθέτως, με αποτέλεσμα και τα δύο να ακινητοποιηθούν σε χρόνο $t=0,12s$. Να βρείτε:

Α. Την ορμή του δεύτερου αυτοκινήτου πριν τη σύγκρουση.

Β. Τη δύναμη που δέχτηκε ο μαθητής από τη ζώνη αοφαλείας. Να συγκρίνετε αυτή τη δύναμη με το βάρος του μαθητή.

16. Ένα όχημα μάζας $2.000kg$ συγκρούεται πλαστικά με ένα όχημα μάζας $1.000kg$ το οποίο είναι ακίνητο και με λυμένο το χειρόφρενο. Τα δύο οχήματα κινούνται, μετά τη σύγκρουση, ως ένα σώμα με ταχύτητα $4m/s$.

Α. Ποια ήταν η ταχύτητα του οχήματος των $2.000kg$ πριν τη σύγκρουση;

Β. Ποια η μεταβολή της ορμής του οχήματος των $1.000kg$;

Γ. Ποια η μεταβολή της ορμής του οχήματος των $2.000kg$;

***17.** Δύο σώματα με μάζες $m_1=0,4kg$ και $m_2=0,6kg$, κινούνται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο έχουν συντελεστή τριβής ολίσθησης $μ=0,2$. Τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και συγκρούονται πλαστικά έχοντας κατά τη στιγμή της σύγκρουσης ταχύτητες $υ_1=20m/s$ και $υ_2=5m/s$ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:

Α. Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Β. Την απώλεια στην κινητική ενέργεια του συστήματος λόγω της κρούσης.

Γ. Το διάστημα που θα διανύσει μετά την κρούση το συσσωμάτωμα ($g=10m/s^2$).

3 ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

3.1. Ο Νόμος του Coulomb
3.2. Ηλεκτρικό πεδίο - Ένταση - Δυναμικές γραμμές
3.3. Ηλεκτρική Δυναμική Ενέργεια
3.4. Δυναμικό - Διαφορά δυναμικού
3.5. Πυκνωτές

Εισαγωγικό ένθετο

Όλοι είχαμε την εμπειρία ενός ηλεκτρικού «τινάγματος» όταν ακουμπήσαμε το αμάξωμα ενός αυτοκινήτου, ή όταν σηκωθήκαμε από μία πλαστική καρέκλα, ή όταν αγγίξαμε την οθόνη ενός υπολογιστή.

Τα παραπάνω φαινόμενα και πολλά άλλα, οφείλονται σε στατικά (ακίνητα) ηλεκτρικά φορτία, που συγκεντρώθηκαν σε κάποια περιοχή των σωμάτων που ηλεκτρίσθηκαν.

Εξάλλου για πολλούς αιώνες ήταν γνωστή η ιδιότητα του ήλεκτρου να έλκει ελαφρά αντικείμενα, αφού το τρίψουμε σε ένα κομμάτι ύφασμα.

Διαπιστώθηκε με πειράματα, ότι την ιδιότητα αυτή αποκτούν και άλλα σώματα όπως ο εβονίτης, το γυαλί, το ρετσίνι, το νάυλον, το λάστιχο, η πορσελάνη, η μίκα κ.ά. (πίνακας Ι).

Τα ηλεκτρισμένα σώματα χωρίζονται σε δύο ομάδες. Εκείνα που εμφανίζουν συμπεριφορά όμοια με την ηλεκτρισμένη ράβδο γυαλιού ονομάστηκαν θετικά ηλεκτρισμένα, και εκείνα που εμφανίζουν συμπεριφορά όμοια με την ηλεκτρισμένη ράβδο εβονίτη ονομάστηκαν αρνητικά ηλεκτρισμένα.

Η θετική και αρνητική ηλέκτριση, αποδόθηκε στα θετικά και αρνητικά φορτία αντίστοιχα.

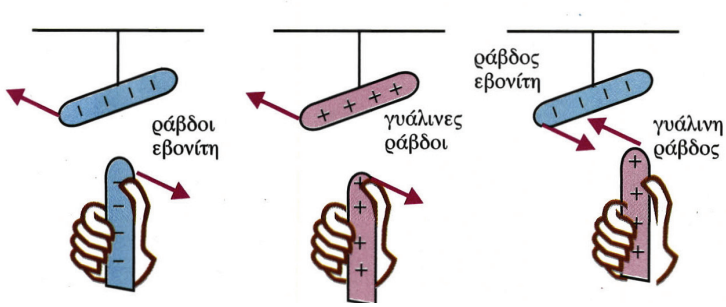
Δύο θετικά ή δύο αρνητικά φορτία ονομάζονται ομώνυμα φορτία.

Ένα θετικό και ένα αρνητικό ηλεκτρικό φορτίο, ονομάζονται ετερώνυμα φορτία.

Οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ φορτισμένων σωμάτων μπορεί να είναι ελκτικές ή απωστικές (Εικ. 1).

ΟΜΑΔΑ Α	ΟΜΑΔΑ Β
Γυαλί (τριβή σε μετάξι ή ύφασμα)	Κεχριμπάρι (τριβή σε ύφασμα)
Μίκα (τριβή σε ύψασμα)	Κομμάτι θείου (τριβή σε μαλλί ή γούνα)
Αμίαντος (τριβή σε ύφασμα ή χαρτί)	Ελαστικό (τριβή σε ύφασμα)
	Μίκα (τριβή σε ξηρό μαλλί)

Πίνακας Ι: Ο B. Franklin ονόμασε τα υλικά της ομάδας (Α) θετικά ηλεκτρισμένα και τα υλικά της ομάδας (Β) αρνητικά ηλεκτρισμένα.



Εικόνα 1. *(α) Τα ομώνυμα φορτία απωθούνται. (β) Τα ετερώνυμα φορτία έλκονται.*

Δομή της ύλης - Το ηλεκτρόνιο

Όλα τα σώματα αποτελούνται από άτομα. Το μοντέλο που θα χρησιμοποιούμε για τα άτομα οικοδομείται από ένα πυρήνα, ο οποίος περιέχει τα πρωτόνια που έχουν όλα το ίδιο θετικό ηλεκτρικό φορτίο και τα νετρόνια που είναι ηλεκτρικά ουδέτερα.

Γύρω από τον πυρήνα περιστρέφονται τα ηλεκτρόνια. Κάθε ηλεκτρόνιο έχει αρνητικό ηλεκτρικό φορτίο που είναι κατά απόλυτη τιμή

ίσο με το θετικό φορτίο του πρωτονίου. Το φορτίο του ηλεκτρονίου είναι η **μικρότερη ποσότητα αρνητικού ηλεκτρικού φορτίου** που εμφανίζεται ελεύθερη στη φύση (Εικ. 2).

Κάθε άτομο περιέχει ίσο αριθμό πρωτονίων και ηλεκτρονίων γι' αυτό και είναι ηλεκτρικά ουδέτερο. Αν διαταραχθεί η ισορροπία αυτή, τότε λέμε ότι «*ηλεκτρίζεται*».

Τα πρωτόνια και τα νετρόνια του πυρήνα **δεν είναι δυνατό να μετακινηθούν** με απλές φυσικές μεθόδους αντίθετα τα ηλεκτρόνια, είναι δυνατό να μετακινηθούν με απλές φυσικές μεθόδους, π.χ. με την τριβή ενός σώματος με κάποιο άλλο σώμα.

Το άτομο.
Εικόνα 2.

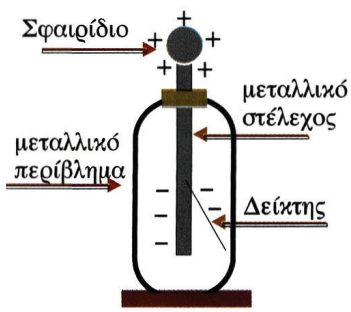
Το ηλεκροσκόπιο

Το ηλεκτροσκόπιο είναι όργανο που χρησιμοποιείται στα εργαστήρια για την ανίχνευση του ηλεκτρικού φορτίου.

Η μορφή που συνήθως χρησιμοποιείται είναι το ηλεκτροσκόπιο με δείκτη (Εικ. 3). Αποτελείται από μία μεταλλική ράβδο, που στο πάνω άκρο της οποίας είναι στερεωμένο ένα μεταλλικό σφαιρίδιο. Στο μέσο της μεταλλικής ράβδου υπάρχει ένας μεταλλικός δείκτης, (συνήθως φύλλο αλουμινίου).

Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε μεταλλικό κουτί.

Όταν η μεταλλική ράβδος με το δείκτη φορτισθούν, απωθούνται λόγω του ομόσημου φορτίου τους. Όσο μεγαλύτερο είναι το ηλεκτρικό φορτίο τόσο μεγαλύτερη είναι η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ ράβδου και δείκτη.



Ηλετροσκόπιο.
Εικόνα 3.

Τρόποι ηλέκτρισης

1. Με τριβή

Αν τρίψουμε μία ράβδο γυαλιού με ένα μεταξωτό ύφασμα, τότε ηλεκτρόνια της ράβδου μεταφέρονται στο ύφασμα. Η ράβδος έχει αποκτήσει θετικό ηλεκτρικό φορτίο (έλλειμα e-) , ενώ το ύφασμα αρνητικό ηλεκτρικό φορτίο (πλεόνασμα e-).

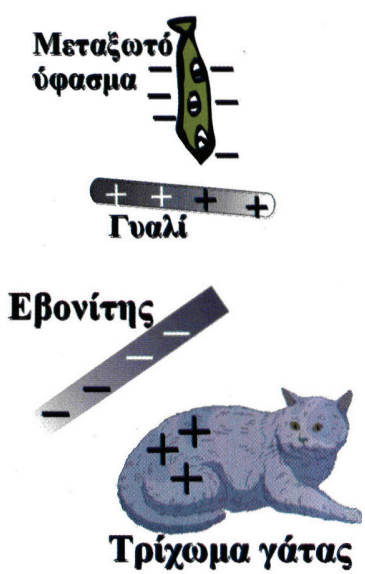
Αντίστοιχα, τριβή ράβδου από εβονίτη με τρίχωμα γάτας προκαλεί μετακίνηση ηλεκτρονίων από το τρίχωμα στον εβονίτη. Έχουμε λοιπόν φόρτιση του εβονίτη με αρνητικό φορτίο (πλεόνασμα ηλεκτρονίων) και φόρτιση του τριχώματος με θετικό φορτίο (έλλειμμα ηλεκτρονίων) (Εικ. 4).

1. Με επαγωγή

α. Πλησιάζουμε μία αρνητικά φορτισμένη ράβδο στο σφαιρίδιο ηλεκτροσκοπίου. Ο δείκτης αποκλίνει από την αρχική κατακόρυφη θέση του.

Αυτό συμβαίνει γιατί τα ηλεκτρόνια (σφαιριδίου - ράβδου - δείκτη) απωθούνται προς τη μεταλλική ράβδο και το δείκτη, οπότε η ράβδος και ο δείκτης φορτίζονται αρνητικά ενώ το σφαιρίδιο θετικά (Εικ. 5α).

β. Στη συνέχεια ακουμπάμε με το δάκτυλό μας το σφαιρίδιο του ηλεκτροσκοπίου. Ο δείκτης επανέρχεται στην αρχική του θέση. Αυτό

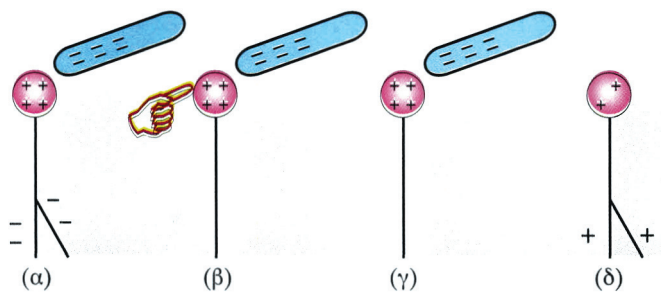


Ηλέκτριση με τριβή.
Εικόνα 4.

συμβαίνει γιατί τα ηλεκτρόνια μέσω του σώματός μας μεταφέρονται στη γη. Το σφαιρίδιο παραμένει φορτισμένο θετικά (Εικ. 5β).

γ. Μετά απομακρύνουμε το δάκτυλό μας από το σφαιρίδιο. Παρατηρούμε ότι το σύστημα παραμένει αμετάβλητο (Εικ. 5γ).

δ. Τέλος, απομακρύνουμε και τη ράβδο από το σφαιρίδιο. Ο δείκτης αποκλίνει από την αρχική κατακόρυφη θέση του. Αυτό συμβαίνει γιατί ηλεκτρόνια της ράβδου και του δείκτη μεταφέρονται στο σφαιρίδιο, οπότε η ράβδος και ο δείκτης φορτίζονται θετικά. Το σφαιρίδιο παραμένει θετικά φορτισμένο γιατί τα ηλεκτρόνια που μεταφέρθηκαν σ' αυτό, εξουδετέρωσαν μέρος του θετικού του φορτίου (Εικ.5δ).

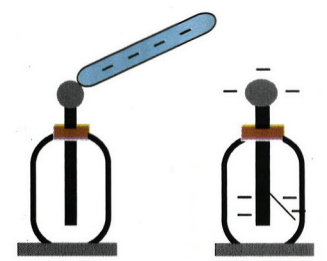


Εικόνα 5. *Ηλέκτριση με επαγωγή.*

3. Με επαφή

Αρνητικά φορτισμένη ράβδος εβονίτη έρχεται σε επαφή με το σφαιρίδιο αρχικά αφόρτιστου ηλεκτροσκοπίου και στη συνέχεια απομακρύνεται.

Παρατηρούμε ότι ο δείκτης αποκλίνει από την αρχική κατακόρυφη θέση του. Αυτό συμβαίνει γιατί ηλεκτρόνια από τη ράβδο του εβονίτη μεταφέρονται στο ηλεκτροσκόπιο φορτίζοντάς το αρνητικά (Εικ. 6). Βλέπουμε λοιπόν, ότι ένα μέρος του φορτίου της ράβδου μεταφέρθηκε στο ηλεκτροσκόπιο κατά τη διάρκεια της επαφής.

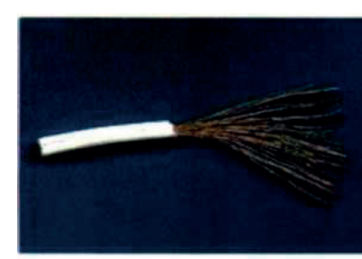


Ηλέκτριση σώματος με επαφή.
Εικόνα 6.

Αγωγοί - Μονωτές - Ηλεκτρικό κύκλωμα

α) Στην καθημερινή ζωή συμβαίνουν φαινόμενα, που προκαλούνται από κινούμενα ηλεκτρικά φορτία. Στην κίνηση των ηλεκτρικών φορτίων οφείλεται ο ηλεκτρικός φωτισμός, η ηλεκτρική θέρμανση, η κίνηση των ηλεκτρικών κινητήρων, η λειτουργία του ραδιοφώνου, η λειτουργία της τηλεόρασης, η λειτουργία των ηλεκτρονικών υπολογιστών κ.ά. Με το σύνολο των φαινομένων που προκαλούνται από κινούμενα φορτία ασχολείται ο **Δυναμικός Ηλεκτρισμός**.

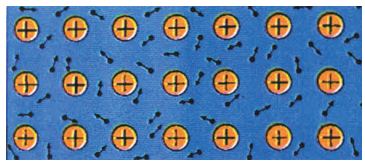
Τα σώματα που επιτρέπουν τη μετακίνηση φορτίου μέσα από τη μάζα τους λέγονται **αγωγοί**. Αγωγοί είναι τα μέταλλα , οι ηλεκτρολυτικοί αγωγοί, οι ημιαγωγοί, οι υπεραγωγοί, τα ιονισμένα αέρια, όπως και όλα τα έμβια όντα.



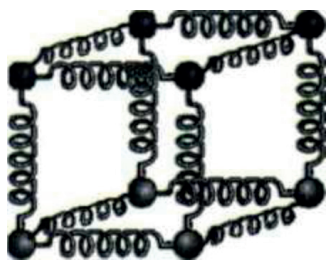
Χάλκινο σύρμα.
Εικόνα 7.

Τα σώματα που δεν επιτρέπουν τη μετακίνηση φορτίου μέσα από τη μάζα τους λέγονται **μονωτές**. Μονωτές είναι το ξύλο, το γυαλί, το πλαστικό, το χαρτί, το καουτσούκ, τα κεραμικά, το λάστιχο κ.ά.

Ας δούμε τι γίνεται στους μεταλλικούς αγωγούς, που είναι οι συνηθέστεροι και έχουν μεγαλύτερη σχέση με την καθημερινή ζωή. Ένα τυπικό παράδειγμα μεταλλικού αγωγού είναι το χάλκινο σύρμα (Εικ. 7), το οποίο υπάρχει μέσα στα καλώδια που χρησιμοποιούμε στις οικιακές συσκευές. Στο εσωτερικό ενός ουδέτερου μεταλλικού αγωγού υπάρχει μεγάλος αριθμός (περίπου $10^{23}/cm^3$) ελευθέρων ηλεκτρονίων και θετικών ιόντων. **Τα ελεύθερα ηλεκτρόνια** είναι ηλεκτρόνια, που ξέφυγαν από την έλξη του πυρήνα και κινούνται άτακτα προς όλες τις κατευθύνσεις με ταχύτητες της τάξης των km/s (Εικ. 8). Τα ελεύθερα ηλεκτρόνια αποτελούν ένα είδος «**ηλεκτρονικού αερίου**», γιατί η κίνησή τους μοιάζει με την κίνηση των μορίων ενός αερίου. **Τα θετικά ιόντα** είναι τα ιόντα, που προέκυψαν από τα άτομα του μετάλλου, επειδή τους ξέφυγαν τα ηλεκτρόνια. Τα θετικά ιόντα ταλαντώνονται γύρω από καθορισμένες θέσεις προς όλες τις κατευθύνσεις, με πλάτος που αυξάνεται με τη θερμοκρασία. Τα θετικά ιόντα συνδέονται μεταξύ τους με ισχυρές δυνάμεις, όμοιες με εκείνες ενός ελατηρίου. Το σύνολο των θετικών ιόντων, που είναι τοποθετημένα σε καθορισμένες θέσεις καλείται **πλέγμα** (Εικ. 9).



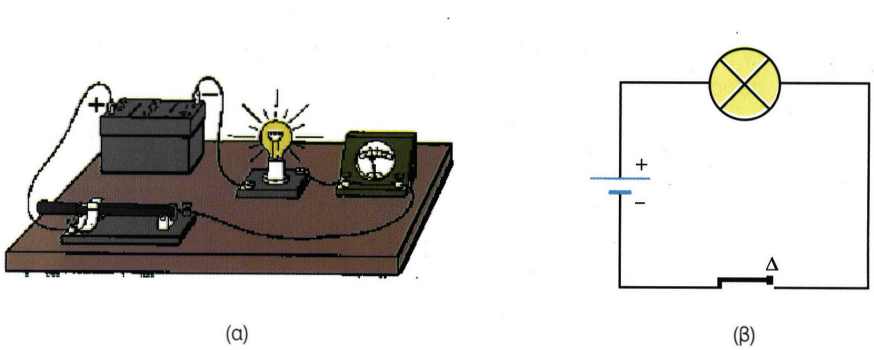
Εσωτερικό μεταλλικού αγωγού.
Εικόνα 8.



Πλέγμα
Εικόνα 9.

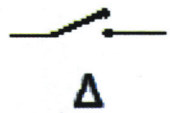
Η αγωγιμότητα των μετάλλων οφείλεται στα ελεύθερα ηλεκτρόνια.

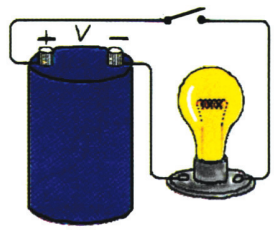
Στους μονωτές η μεγάλη πλειοψηφία των ηλεκτρονίων είναι δέσμια του πυρήνα τους. Υπάρχει περίπου ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο ανά 5 cm^3.



Εικόνα 10. *Ηλεκτρικό κύκλωμα. (α) Εργαστηριακή διάταξη. (β) Συμβολισμός.*

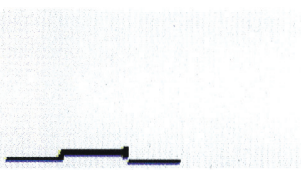
β) **Ηλεκτρικό κύκλωμα** λέμε μία κλειστή αγώγιμη διαδρομή, από την οποία διέρχεται το ηλεκτρικό ρεύμα. Η διάταξη της εικόνας 10, η οποία αποτελείται από μία ηλεκτρική πηγή, ένα διακόπτη Δ, ένα αμπερόμετρο και ένα λαμπτήρα Λ, είναι ένα απλό ηλεκτρικό κύκλωμα.

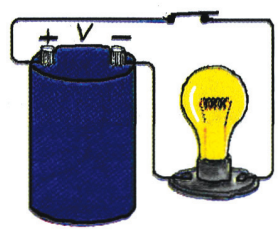




Εικόνα 11. *Συμβολισμός ανοικτού διακόπτη.* **Εικόνα 12.** *Ανοικτό κύκλωμα.*

Όταν ο διακόπτης Δ είναι ανοικτός (Εικ. 11), το κύκλωμα λέγεται **ανοικτό κύκλωμα** και δε διαρρέεται από ρεύμα (Εικ. 12).



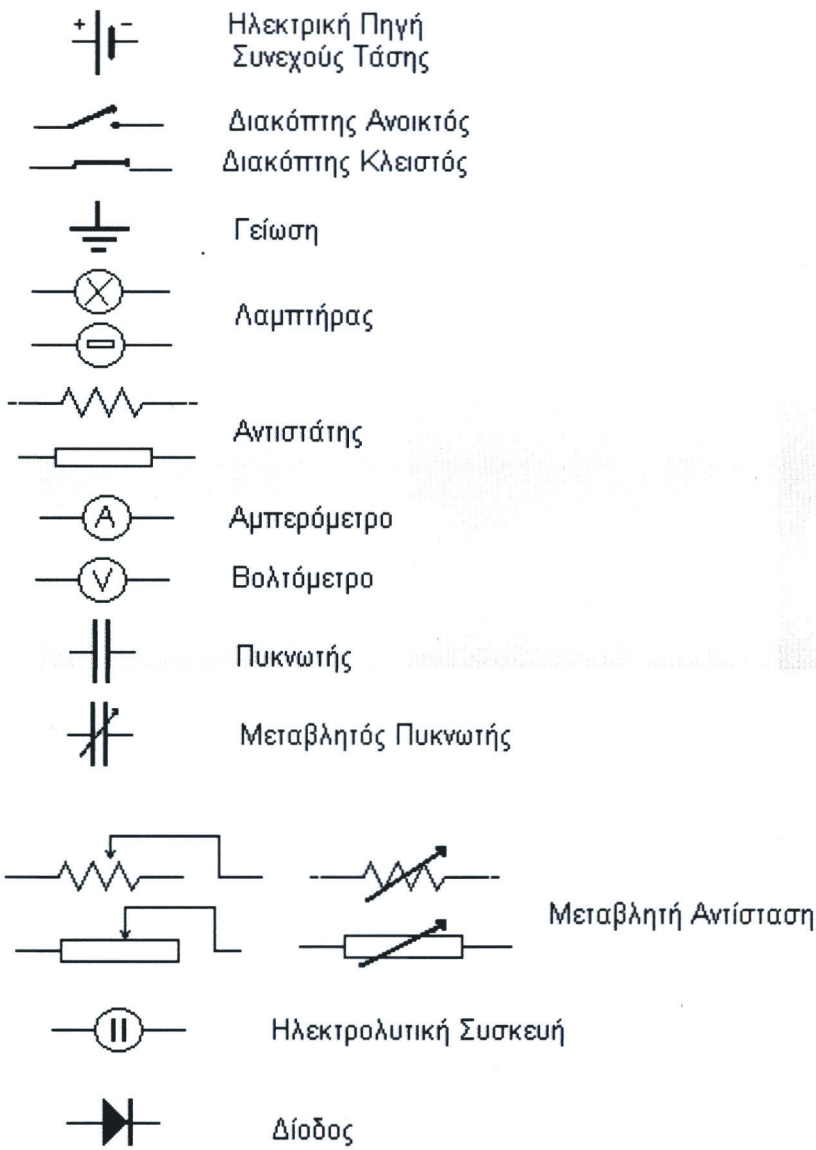


Εικόνα 13. *Συμβολισμός κλειστού διακόπτη.* **Εικόνα 14.** *Κλειστό κύκλωμα.*

Όταν ο διακόπτης Δ είναι κλειστός (Εικ. 13), το κύκλωμα λέγεται **κλειστό κύκλωμα** και διαρρέεται από ρεύμα (Εικ. 14).

Συμβολισμοί σε ηλεκτρικό κύκλωμα

Για να παραστήσουμε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα στο χαρτί μας, χρησιμοποιούμε σύμβολα για τα στοιχεία που το αποτελούν. Αυτό κάναμε και στο κύκλωμα της εικόνας 10. Στον παρακάτω πίνακα υπάρχουν τα σύμβολα των κυριοτέρων στοιχείων ενός ηλεκτρικού κυκλώματος.



Μαγνήτες

Οι Έλληνες και οι Κινέζοι ήξεραν από την αρχαιότητα (περίπου από τον 6° π.Χ. αιώνα) ένα ορυκτό που είχε την ιδιότητα να έλκει διάφορα σιδερένια αντικείμενα όπως καρφιά, βελόνες και ρινίσματα σιδήρου. Το ορυκτό αυτό που είχε βρεθεί στην Μαγνησία της Μικρός Ασίας ονομάστηκε μαγνητίτης. Η ιδιότητά του να έλκει τα σιδερένια αντικείμενα ονομάστηκε μαγνητισμός. Σήμερα γνωρίζουμε ότι το ορυκτό αυτό είναι το επιτεταρτοξείδιο του σιδήρου F_3O_4.

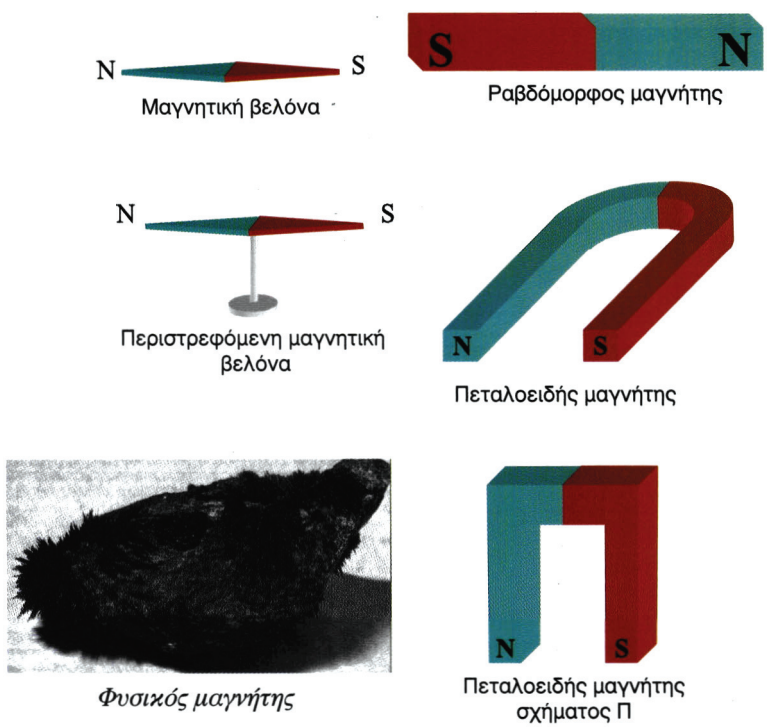
Έρευνες έχουν δείξει ότι ο μαγνήτης ασκεί δυνάμεις σε σώματα από σίδηρο, νικέλιο, κοβάλτιο ή κράματα των παραπάνω μετάλλων.

Ο Μαγνητίτης είναι φυσικός μαγνήτης. Συνήθως όμως χρησιμοποιούμε τεχνητούς μαγνήτες που έχουν κατάλληλο σχήμα ανάλογα με τη χρήση για την οποία προορίζονται π.χ. ράβδου (ραβδοειδής), πετάλου (πεταλοειδής), δίσκου, δακτυλίου ή βελόνας.

Αν φέρουμε κοντά σε ένα μαγνήτη αντικείμενα από μαγνητίσιμο υλικό τότε μετατρέπονται και αυτά σε μαγνήτες.

Αυτό μπορεί να συμβεί ακόμα και αν ανάμεσά τους παρεμβάλλεται ένα μη μαγνητίσιμο υλικό όπως π.χ. ξύλο.

Ορισμένα υλικά, όπως π.χ. ο χάλυβας, όταν μαγνητιστούν γίνονται μόνιμοι μαγνήτες διατηρούν δηλαδή το μαγνητισμό τους για πολύ χρόνο, ενώ άλλα υλικά όπως π.χ. ο μαλακός σίδηρος διατηρούν το μαγνητισμό τους προσωρινά.



Συνηθισμένες μορφές μαγνητών

Κάθε άνθρωπος έχει παρατηρήσει κατά τη διάρκεια μιας καταιγίδας, το φαινόμενο της δημιουργίας ενός κεραυνού που διαρκεί μερικά εκατομμυριοστά του δευτερολέπτου. Όταν περπατάμε σ' ένα χαλί μπορεί να αισθανθούμε ένα ελαφρύ τίναγμα που προκαλεί ένας ηλεκτρικός σπινθήρας. Τα δύο αυτά φαινόμενα παρά τη διαφορά ως προς την κλίμακα που εκδηλώνονται, προκαλούνται από την ίδια αιτία. Η αιτία αυτή είναι οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των ηλεκτρικών φορτίων.

Σήμερα η ηλεκτρομαγνητική δύναμη αποτελεί μία από τις θεμελιώδεις δυνάμεις, η οποία μαζί με τις βαρυτικές (που έχετε διδαχθεί) και τις ασθενείς και ισχυρές πυρηνικές (που θα διδαχθούν στην επόμενη τάξη) αποτελούν τις τέσσερις θεμελιώδεις δυνάμεις στη φύση.

Σ' αυτήν την ενότητα θα μάθουμε για τις δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ ακίνητων ηλεκτρικών φορτίων και πώς αυτές υπολογίζονται μέσω του νόμου του Coulomb.

Θα μάθουμε τι είναι το ηλεκτρικό πεδίο, πώς περιγράφονται οι ηλεκτροστατικές δυνάμεις με τη βοήθειά του, καθώς επίσης και τα χαρακτηριστικά του.

Τέλος, θα μελετήσουμε τις αποθήκες ηλεκτρικού φορτίου και ενέργειας που ονομάζονται πυκνωτές, τη μορφή του πεδίου στο εσωτερικό τους και τη χρησιμότητά τους.

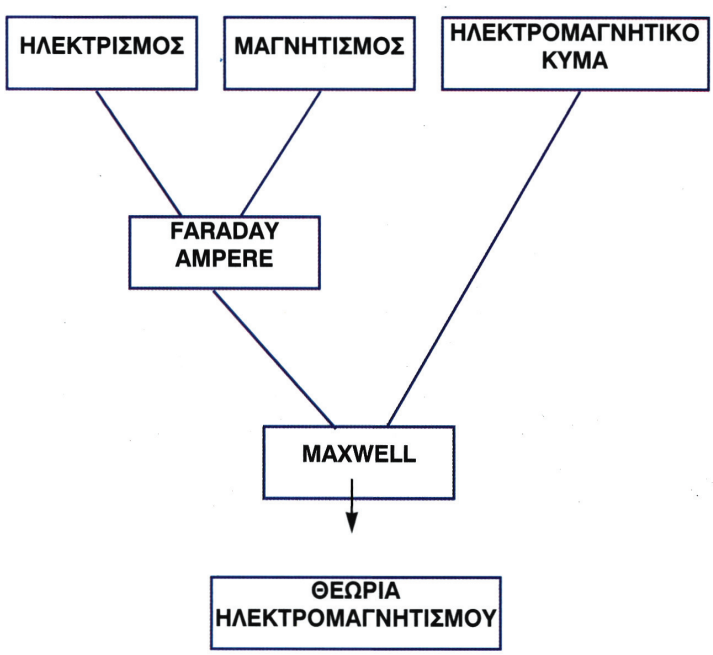
3.1. Ο Νόμος του Coulomb

Η μελέτη των αλληλεπιδράσεων μεταξύ φορτισμένων σωμάτων ξεκινά από τον Έλληνα Θαλή το Μιλήσιο (600 π.Χ.), ο οποίος τρίβοντας το ήλεκτρο (κεχριμπάρι) με ξηρό ύφασμα, παρατήρησε ότι αυτό μπορεί να έλκει μικρά αντικείμενα όπως μικρά κομμάτια χαρτιού. Γι' αυτό το φαινόμενο ονομάστηκε **ηλεκτρισμός**.

Παράλληλα παρατηρήθηκε η ιδιότητα που έχουν κάποια πετρώματα (Μαγνησία γη), να έλκουν τα σιδερένια αντικείμενα. Το φαινόμενο αυτό αντίστοιχα, ονομάστηκε **Μαγνητισμός**.

Τα δύο αυτά φαινόμενα θεωρούνταν ανεξάρτητα και μελετήθηκαν χωριστά ως το 1820. Τότε ο Δανός Hans Christian Oersted (1777-1851), διαπίστωσε πειραματικά ότι υπάρχει σχέση μεταξύ των δύο φαινομένων. Ακολούθησε πλήθος ερευνητών που μελέτησαν τη σχέση αυτή.

Κυριότεροι από τους ερευνητές ήταν ο Michael Faraday (1791-1867), ο Marie Ampere (1775-1836) και ο James Clerk Maxwell (1831-1879). Ο J.C. Maxwell μετά από μελέτες έφτασε στο συμπέρασμα ότι και το φως είναι ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα. Ο Maxwell με τέσσερις εξισώσεις του (1864), ολοκλήρωσε τη θεωρία του ηλεκτρομαγνητισμού. Η ενοποίηση ηλεκτρισμού-μαγνητισμού (θεωρία ηλεκτρομαγνητισμού) που αποτυπώνεται στο παρακάτω διάγραμμα, αποτέλεσε ένα από τα μεγαλύτερα επιτεύγματα της ανθρώπινης διανόησης.

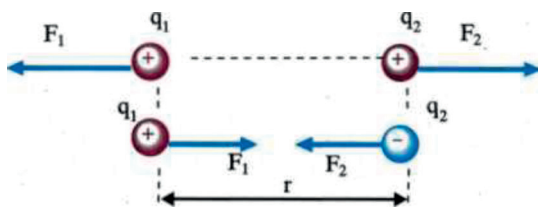


Ο Charles Augustin Coulomb το 1784 μετά από μία σειρά πειραμάτων, κατάφερε να μετρήσει τις δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ ηλεκτρικών φορτίων. Τα συμπεράσματα διατύπωσε με τον παρακάτω νόμο που φέρει το όνομά του.

«Κάθε σημειακό ηλεκτρικό φορτίο ασκεί δύναμη σε κάθε άλλο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο. Το μέτρο της δύναμης είναι ανάλογο του γινομένου των φορτίων που αλληλεπιδρούν και αντίστροφα ανάλογο με το τετράγωνο της μεταξύ τους απόστασης.»

Το μέτρο αυτής της ηλεκτρικής δύναμης* δίνεται από την σχέση:

$$F_c = k\frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2} \qquad (1)$$



Εικόνα 3-1. *(α) Δυνάμεις απωθητικές (β) Δυνάμεις ελκτικές*

Η δύναμη Coulomb έχει:

Μέτρο: Υπολογίζεται από τη σχέση (1).

Διεύθυνση: Τη διεύθυνση της ευθείας που ενώνει τα δύο σημειακά φορτία**, που είναι και φορέας της.

Φορά: Οι δυνάμεις Coulomb είναι ελκτικές για ετερώνυμα και απωστικές για ομώνυμα ηλεκτρικά φορτία.

Σημείο εφαρμογής: Τα σημειακά φορτία q_1 και q_2.

Η μονάδα μέτρησης του ηλεκτρικού φορτίου στο S.I. είναι το 1C (1 Coulomb).

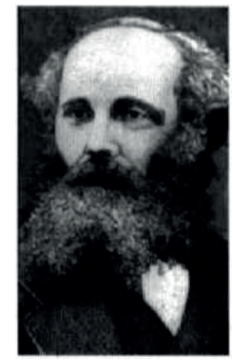
Η σταθερά k ονομάζεται ηλεκτρική σταθερά και εξαρτάται από το σύστημα μονάδων και το μέσο στο οποίο βρίσκονται τα ηλεκτρικά φορτία.

Όταν τα ηλεκτρικά φορτία που αλληλεπιδρούν βρίσκονται στο κενό και κατά προσέγγιση στον αέρα, η σταθερά k δίνεται από τη σχέση:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}$$

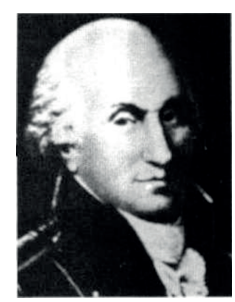
όπου ε_0 μία φυσική σταθερά που ονομάζεται απόλυτη διηλεκτρική σταθερά του κενού και έχει τιμή στο S.I.:

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \quad \frac{C^2}{Nm^2}$$



James Clerck Maxell 1831-1879. *Σκωτσέζος Φυσικός. Υπήρξε Καθηγητής στο King's College και αργότερα στο Cambridge. Διατύπωσε ένα πλήρες σύνολο νόμων για τα ηλεκτρομαγνητικά φαινόμενα και πέτυχε την ενοποίηση ηλεκτρισμού-μαγνητισμού. Τη θεωρία του δημοσίευσε το 1873 στο ονομαστό βιβλίο του με τίτλο «Treatise on Electricity and Magnetism».*

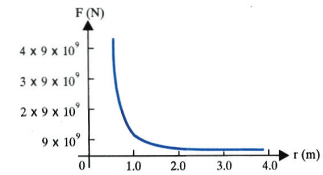
Ο Γερμανός φυσικός I. Boltzmann αναφερόμενος στις εξισώσεις του Maxwell, παρέθεσε μία γραμμή από το έργο του Goëtte «τις γραμμές αυτές τις έγραψε ένας θεός...».



Charles Augustin de Coulomb 1736-1806. *Γάλλος Φυσικός. Υπήρξε μηχανικός του γαλλικού στρατού. Με το ζυγό στρέψης που εφεύρε, απέδειξε ότι η ηλεκτρική δύναμη μεταξύ δύο μικρών φορτισμένων σφαιρών, είναι αντίστροφα ανάλογη του τετραγώνου της απόστασής τους (νόμος αντιστρόφου τετραγώνου).*

Επομένως η σταθερά k έχει τιμή στο S.I. κατά προσέγγιση

$$k \simeq 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$



Το διάγραμμα του μέτρου της δύναμης Coulomb ως συνάρτηση της απόστασης των φορτίων.
Εικόνα 3-2.

Ο νόμος του Coulomb ακολουθεί τον νόμο του αντιστρόφου τετραγώνου, όπως και ο νόμος της παγκόσμιας έλξης δηλαδή

$$F = \text{σταθ.} \frac{1}{r^2} \qquad \text{(Εικ. 2)}$$

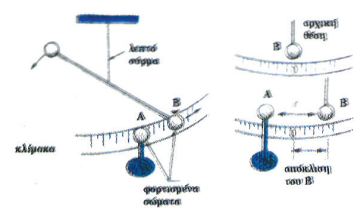
Ο Coulomb το 1785 χρησιμοποιώντας τον ομώνυμο «ζυγό στρέψης του Coulomb», επιβεβαίωσε το νόμο του αντιστρόφου τετραγώνου (Εικ. 3).

* Η δύναμη αυτή ονομάζεται και δύναμη Coulomb.

** Στη συνέχεια όταν χρησιμοποιήσουμε τον όρο φορτίου θα εννοούμε σημειακό ηλεκτρικό φορτίο, δηλαδή το φορτίου που φέρει ένα σώμα που θεωρείται σημειακό αντικείμενο.

Παράδειγμα 1

Δυο μικρά σώματα, έχουν φορτία q_1 = +2 C και q_2 = -2C. Τα σώματα απέχουν 2m. Να υπολογισθεί το μέτρο της ελκτικής δύναμης που ασκεί το ένα φορτίο στο άλλο.



Ο ζυγός στρέψης του Coulomb (αρχή λειτουργίας).
Εικόνα 3-3.

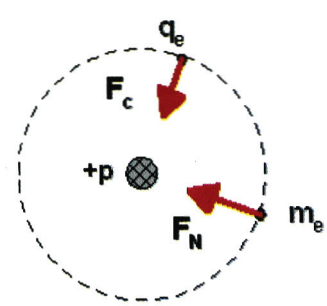
Λύση

Το μέτρο της δύναμης είναι:

$$F_c = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{2C \cdot 2C}{(2m)^2} = 9 \cdot 10^9 N$$

Παράδειγμα 2

Να υπολογισθεί η δύναμη Coulomb που ασκείται μεταξύ πρωτονίου - ηλεκτρονίου στο άτομο του υδρογόνου και να συγκριθεί με τη δύναμη παγκόσμιας έλξης που ασκείται μεταξύ τους. Πόση θα έπρεπε να είναι η μάζα του πυρήνα, ώστε οι δύο δυνάμεις να είναι ίσου μέτρου;



Το άτομο του Υδρογόνου.
Εικόνα 3-4.

Δίδονται: **φορτίο πρωτονίου q_p = + 1,6·10^{-19}C,**
μάζα πρωτονίου m_p = 1,7·10^{-27} kg,
φορτίο ηλεκτρονίου q_e = -1,6·10^{-19}C,
μάζα ηλεκτρονίου m_e = 9,1·10^{-31} kg,
ηλεκτρική σταθερά k = 9·10^9 Nm^2/C^2,
σταθερά παγκόσμιας έλξης G = 6,7·10^{-11} Nm^2/kg^2 και

ακτίνα τροχιάς του ηλεκτρονίου r = 5,3·10^{-11} m.

Λύση

Η δύναμη Coulomb μεταξύ πρωτονίου-ηλεκτρονίου είναι:

$$F_c = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} = 9\cdot 10^9 \frac{(1,6\cdot 10^{-19}C)(1,6\cdot 10^{-19}C)}{(5,3\cdot 10^{-11}m)^2} = 8,2\cdot 10^{-8}N$$

Η δύναμη παγκόσμιας έλξης μεταξύ των μαζών πρωτονίου-ηλεκτρονίου είναι:

$$F_N = G\frac{m_p\cdot m_e}{r^2} = 6,7\cdot 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\frac{1,7\cdot 10^{-27}kg\cdot 9,1\cdot 10^{-31}kg}{(5,3\cdot 10^{-11}m)^2} = 3,7\cdot 10^{-47}N$$

Άρα

$$\frac{F_C}{F_N} = 2,2\cdot 10^{+39}$$

Η δύναμη Coulomb είναι περίπου 10^{39} φορές μεγαλύτερη από τη δύναμη παγκόσμιας έλξης, γι' αυτό επικρατεί και οικοδομεί τον μικρόκοσμο.

Για τον υπολογισμό της υποθετικής μάζας m'_p του πυρήνα εργαζόμαστε ως εξής:

$$F'_N = F_C \text{ ή } G\frac{m'_p\cdot m_e}{r^2} = k\frac{q_p\cdot q_e}{r^2} \text{ ή}$$

$$m'_p = \frac{k|q_p\cdot q_e|}{G\cdot m_e} \text{ ή } m'_p = \frac{9\cdot 10^9 Nm^2/C^2\cdot(1,6\cdot 10^{-19}C)^2}{6,7\cdot 10^{-11}Nm^2/kg^2\cdot 9,1\cdot 10^{-31}kg} \text{ ή}$$

$$m'_p = 3,8\cdot 10^{12}kg$$

Δηλαδή η μάζα του πυρήνα θα έπρεπε να είναι δέκα χιλιάδες φορές μεγαλύτερη από τη μάζα ενός τάνκερ 380.000 τόνων!!!

3.2. Ηλεκτρικό πεδίο

Όπως μάθαμε κάθε φορτίο ασκεί δύναμη σε κάθε άλλο φορτίο. Η δύναμη μεταξύ των φορτίων τείνει στο μηδέν όταν η απόστασή τους τείνει στο άπειρο. Επομένως, ένα ηλεκτρικό φορτίο ασκεί δύναμη σε κάθε άλλο ηλεκτρικό φορτίο που θα βρεθεί στο χώρο γύρω από αυτό.

Ηλεκτρικό πεδίο ονομάζουμε το χώρο μέσα στον οποίο όταν βρεθεί ηλεκτρικό φορτίο δέχεται ηλεκτροστατική δύναμη.

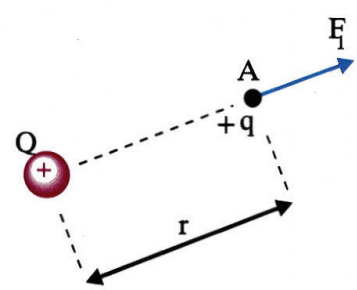
Για να αποδείξουμε πειραματικά την ύπαρξη του ηλεκτρικού πεδίου σε κάποιο σημείο, χρησιμοποιούμε ένα σημειακό ηλεκτρικό φορτίο που ονομάζουμε δοκιμαστικό φορτίο. Αν το δοκιμαστικό φορτίο δεχτεί ηλεκτρική δύναμη, υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο εκείνο.

**Συνηθίζεται να χρησιμοποιούμε τον όρο «ηλεκτρικό πεδίο» αντί του ορθού «ηλεκτροστατικό πεδίο».*

Ένταση ηλεκτρικού πεδίου

Σε κάποιο σημείο του χώρου θεωρούμε ακίνητο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο +Q. Το φορτίο +Q δημιουργεί σε κάθε σημείο του χώρου γύρω από αυτό, ηλεκτρικό πεδίο. Το φορτίο +Q το ονομάζουμε **πηγή του πεδίου**. Η δύναμη που ασκείται από το φορτίο πηγή Q, σε ένα δοκιμαστικό φορτίο q που βρίσκεται στη θέση (A) (Εικ. 5), είναι ανάλογη των φορτίων Q και q. Από το νόμο του Coulomb έχουμε:

$$F_1 = k\frac{|Q|}{r^2}\cdot|q|$$



Εικόνα 3-5.

Αν στην ίδια θέση A που ήταν το q τοποθετήσουμε ένα άλλο δοκιμαστικό φορτίο q΄ = 2q η δύναμη που δέχεται είναι:

$$F_2 = k\frac{|Q|}{r^2}\cdot|q'| = k\frac{|Q|}{r^2}\cdot 2|q|$$

Το συμπέρασμα είναι ότι η δύναμη που δέχεται το δοκιμαστικό φορτίο διπλασιάζεται όταν αυτό διπλασιασθεί.

Επομένως το πηλίκο $\frac{F}{|q|}$ της δύναμης προς το δοκιμαστικό φορτίο στη θέση Α είναι σταθερό. Το ίδιο συμβαίνει σε κάθε άλλη θέση του χώρου γύρω από το φορτίο Q.

Επομένως για να εκφράσουμε την ηλεκτρική επίδραση ενός φορτίου Q στα διάφορα δοκιμαστικά φορτία που τοποθετούνται σε συγκεκριμένη θέση γύρω από το Q, είναι περισσότερο χρήσιμο να την εκφράσουμε μέσω ενός νέου φυσικού μεγέθους που είναι ίσο με το πηλίκο $\frac{\vec{F}}{q}$ ονομάζεται ένταση και ορίζεται ως εξής:

Ένταση $\vec{E}$ σε σημείο ηλεκτρικού πεδίου, ονομάζουμε το φυσικό διανυσματικό μέγεθος που έχει μέτρο ίσο με το πηλίκο του μέτρου της δύναμης που ασκείται σε φορτίο q που βρίσκεται σ' αυτό το σημείο προς το φορτίο αυτό και κατεύθυνση την κατεύθυνση της δύναμης, αν αυτή ασκείται σε θετικό φορτίο.

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q} \qquad (2)$$

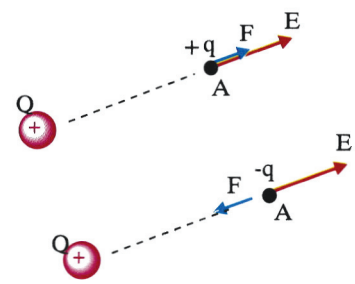
Μονάδα μέτρησης της έντασης στο S.I. είναι το 1 N/C. Αν το δοκιμαστικό φορτίο ήταν αρνητικό, η ένταση του πεδίου $\vec{E}$ στη θέση Α δεν θα άλλαζε κατεύθυνση και μέτρο (Εικ. 6, 7).

Όπως γίνεται αντιληπτό, η ένταση έχει φορά προς το φορτίο Q αν αυτό είναι αρνητικό και αντίθετη, αν το φορτίο είναι θετικό, ανεξάρτητα από το είδος του δοκιμαστικού φορτίου q (Εικ. 6, 7).

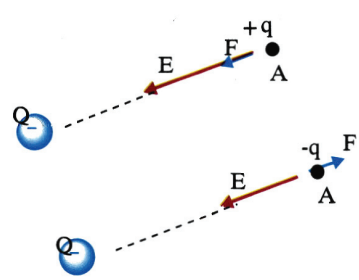
Τι σημαίνει η έκφραση «Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στη θέση Α έχει τιμή 10 N/C»;

Σημαίνει ότι, αν τοποθετηθεί στη θέση Α του πεδίου δοκιμαστικό φορτίο 1C, η δύναμη που θα δεχτεί θα είναι 10 N και η φορά της θα είναι εκείνη που προσδιορίζεται από το φορτίο πηγή (Εικ. 6, 7).

Δηλαδή το μέτρο της έντασης σε κάποιο σημείου του πεδίου, μας δείχνει πόσο ισχυρό είναι το πεδίο στο σημείο αυτό.



Η ένταση του πεδίου που δημιουργεί ένα θετικό σημειακό φορτίο Q, «απομακρύνεται» από το φορτίο.
Εικόνα 3-6.



Η ένταση του πεδίου που δημιουργεί ένα αρνητικό σημειακό φορτίο Q, κατευθύνεται προς το φορτίο.
Εικόνα 3-7.

Ηλεκτροστατικό πεδίο Coulomb

Ηλεκτροστατικό πεδίο Coulomb ονομάζουμε το πεδίο που δημιουργείται από ένα ακίνητο σημειακό φορτίο Q.

Ένταση ηλεκτροστατικού πεδίου Coulomb

Με βάση την σχέση ορισμού της έντασης, το μέτρο της είναι:

$$E=\frac{F}{q} \qquad (3)$$

μπορούμε να οδηγηθούμε σε μία «ειδική σχέση» η οποία ισχύει για το ηλεκτροστατικό πεδίο Coulomb.

Το δοκιμαστικό φορτίο q δέχεται δύναμη Coulomb λόγω του φορτίου Q, η οποία σύμφωνα με τη σχέση (1) είναι:

$$F = k\frac{|Q \cdot q|}{r^2}$$

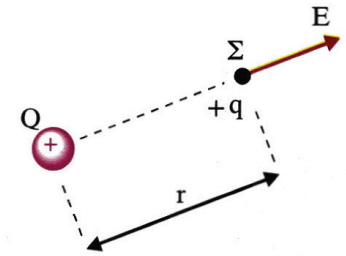
Επομένως λόγω της (3):

$$E_{(\Sigma)} = \frac{k \cdot \frac{|Q \cdot q|}{r^2}}{|q|} \Rightarrow \qquad (4)$$

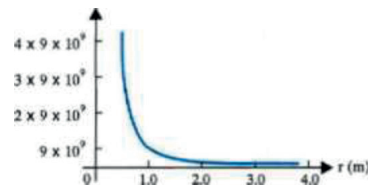
$$E_{(\Sigma)} = k\frac{|Q|}{r^2}$$

όπου |Q| η απόλυτη τιμή του φορτίου που δημιουργεί το πεδίο και r η απόσταση μεταξύ του σημείου «Σ» και του φορτίου Q (Εικ. 8).

Στον πίνακα (Ι) καταγράφεται η ένταση ηλεκτρικών πεδίων σε ενδιαφέρουσες περιπτώσεις:



Εικόνα 3-8.



Το μέτρο της έντασης ηλεκτροστατικού πεδίου Coulomb ως συνάρτηση της απόστασης r από το φορτίο Q.
Εικόνα 3.1-9.

Πίνακας (Ι)

Στην επιφάνεια ενός αστεριού Pulsar	10^{14} N/C
Στην τροχιά που στρέφεται το e^- στο άτομο Η	10^{11} N/C
Κατά τη διάρκεια κεραυνού	10^{4} N/C
Κοντά σε πομπό RADAR	10^{3} N/C
Σε ραδιοφωνικό κύμα	10^{-1} N/C
Ηλεκτρική εγκατάσταση σπιτιού	10^{-2} N/C

Εικόνα 3-10.

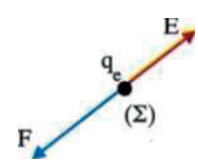
Παράδειγμα 3

Ποια είναι η δύναμη που ασκείται σε ένα ηλεκτρόνιο το οποίο βρίσκεται σε σημείο «Σ» ηλεκτρικού πεδίου, στο οποίο η ένταση έχει μέτρο E = 4·10⁶ N/C; (Εικ. 11).

Δίνεται: φορτίο ηλεκτρονίου q_e = -1,6·10⁻¹⁹ C

Λύση

$$E = \frac{F}{|q|} \Rightarrow F = |q_e| \cdot E \Rightarrow F = 1{,}6 \cdot 10^{-19}C \cdot 4 \cdot 10^{6}N/C \Rightarrow F = 6{,}4 \cdot 10^{-13}N$$

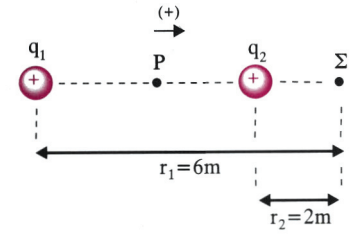


Εικόνα. 3-11.

Η κατεύθυνση δύναμης φαίνεται στην εικόνα 11.

Παράδειγμα 4

Ένα θετικό φορτίο $q_1 = +4 \cdot 10^{-9}$C βρίσκεται στη θέση x =0 ημιάξονα ΟΧ. Στη θέση x_1 = 4m βρίσκεται ηλεκτρικό φορτίο $q_2 = +16 \cdot 10^{-9}$C (Εικ. 12).



Εικόνα 3-12.

1. **Να βρεθεί η ένταση του πεδίου που δημιουργείται από τα δύο φορτία:**

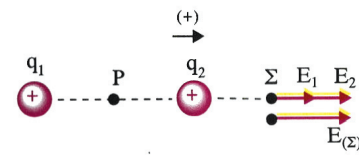
   (α) Στο σημείο (Σ) που βρίσκεται στη θέση x = 6m.

   (β) Στο σημείο (Ρ) που βρίσκεται στη θέση x = 2m.

2. **Σε ποιά θέση η ένταση του πεδίου έχει τιμή μηδέν;**

   Δίνεται: $k = 9 \cdot 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2}$

Λύση



Εικόνα 3-13.

1. (α) Στη θέση (Σ) οι εντάσεις $\vec{E}_1$και $\vec{E}_2$ που οφείλονται στα φορτία q_1 και q_2 αντίστοιχα, είναι ομόρροπες και έχουν θετική φορά (Εικ. 13).

   Επομένως το μέτρο της έντασης είναι:

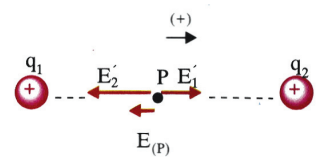
$$E_{(\Sigma)} = E_1 + E_2$$

$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-9}}{(6m)^2} = 1\ N/C$$

$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{16 \cdot 10^{-9}}{(2m)^2} = 36\ N/C$$

   Από τη σχέση (1) έχουμε:

   $E_{(\Sigma)}$ = 1 N/C+36 N/C = 37 N/C και την θετική κατεύθυνση.



Εικόνα 3-14.

   (β) Στη θέση (Ρ) $r'_1 = r'_2 = 2m$

   $E_{(P)} = E'_1 - E'_2$ (2) επειδή οι εντάσεις είναι αντίθετης φοράς (Εικ. 14).

$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1'^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-9}}{(2m)^2} = 9\ N/C$$

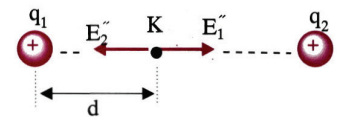
$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2'^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{16 \cdot 10^{-9}}{(2m)^2} = 36\ N/C$$

   Επομένως η ολική ένταση στη θέση (Ρ) είναι:

$$E_{(P)} = 9N/C - 36N/C = -27\ N/C$$

   Το πρόσημο (-) έχει φυσική σημασία και σημαίνει ότι η $E_{(P)}$ έχει αρνητική κατεύθυνση, δηλαδή της έντασης $\vec{E}'_2$.

2. Η ένταση του πεδίου είναι μηδέν σε σημείο (K) που βρίσκεται μεταξύ των φορτίων q_1 και q_2, γιατί πρέπει οι δυο εντάσεις $\vec{E}_1''$ και να $\vec{E}_2''$ να είναι αντίθετες (Εικ. 15). Έστω d η απόσταση του (K) από το φορτίο q_1 επομένως x_1-d η απόσταση του (K) από το φορτίο q_2. Επειδή οι εντάσεις θα έχουν ίσα μέτρα έχουμε:



Εικόνα 3-15.

$$\vec{E}_1'' = \vec{E}_2'' \text{ ή } k\frac{|q_1|}{d^2} = k\frac{|q_2|}{(x_1-d)^2} \text{ ή}$$

$$\left(\frac{x_1-d}{d}\right)^2 = \frac{|q_2|}{|q_1|} \text{ ή } \frac{x_1}{d}-1 = \pm\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}} \text{ ή}$$

$$\frac{x_1}{d} = 1\pm\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}} \text{ ή } d = \frac{x_1}{1\pm\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}}} \text{ ή}$$

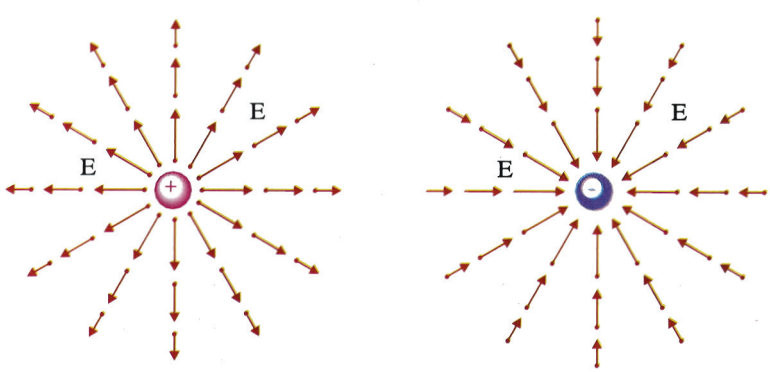
$$d = \frac{4m}{1\pm\sqrt{\frac{16\cdot10^{-9}C}{4\cdot10^{-9}C}}} \text{ ή } d_1 = \frac{4}{3}m \text{ και } d_2 = -4m$$

Άρα το ζητούμενο σημείο θα απέχει d_1 = 4/3 m από το φορτίο q_1. Η λύση d_2 = -4m απορρίπτεται, γιατί το σημείο K δε θα βρίσκεται μεταξύ των φορτίων q_1 και q_2.

Δυναμικές γραμμές

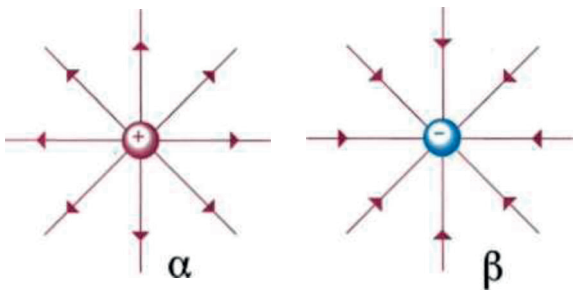
Όπως αναφέραμε, ένα ακίνητο σημειακό φορτίο Q δημιουργεί γύρω του ηλεκτρικό πεδίο. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου, διαφέρει από το ένα σημείο στο άλλο.

Για να αισθητοποιήσουμε το αόρατο πεδίο μέσω της έντασης, πρέπει να σχεδιάσουμε ένα διάνυσμα έντασης, για κάθε σημείο του χώρου γύρω από το φορτίο Q (Εικ. 16).



Εικόνα 3-16. *Διανύσματα της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται γύρω από (α) θετικό σημειακό φορτίο, (β) αρνητικό σημειακό φορτίο.*

Επειδή είναι αδύνατο να σχεδιάσουμε άπειρα διανύσματα έντασης, μπορούμε να χαράξουμε αντιπροσωπευτικά μερικές γραμμές (Εικ. 17).

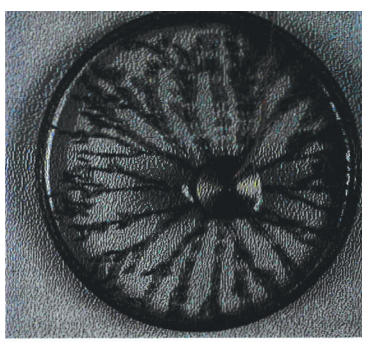


Εικόνα 3-17. *(α) Οι δυναμικές γραμμές αποκλίνουν και κατευθύνονται από το θετικό φορτίο προς το άπειρο.(β) Οι δυναμικές γραμμές συγκλίνουν και κατευθύνονται προς το αρνητικό ηλεκτρικό φορτίο.*

Οι γραμμές αυτές σχεδιάζονται με τέτοιο τρόπο, ώστε η ένταση του πεδίου να είναι εφαπτόμενη σε κάθε σημείο τους και ονομάζονται **δυναμικές γραμμές.**

Οι δυναμικές γραμμές ενός ηλεκτρικού πεδίου μπορούν να γίνουν ορατές, αν πραγματοποιήσουμε το εξής πείραμα.

Σε μία λεκάνη με μονωτικό υγρό (π.χ. καστορέλαιο) ρίχνουμε σπόρους χλόης ή σουσάμι οι οποίοι επιπλέουν. Στη συνέχεια τοποθετούμε με κατάλληλο τρόπο ένα μικρό φορτισμένο σώμα σε ένα σημείο του υγρού και διαπιστώνουμε ότι οι σπόροι διατάσσονται όπως φαίνεται στην εικόνα 18.



Εικόνα 3-18.

Η μορφή αυτή, είναι ίδια με τη μορφή των δυναμικών γραμμών της εικόνας 17.

Ιδιότητες των δυναμικών γραμμών

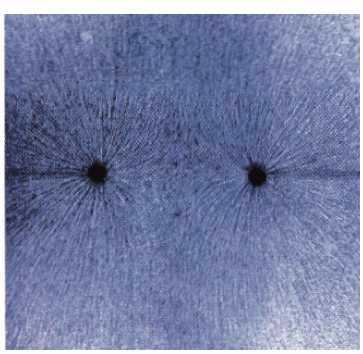
Οι δυναμικές γραμμές έχουν τις παρακάτω ιδιότητες:

1. Απομακρύνονται από τα θετικά φορτία και κατευθύνονται προς τα αρνητικά, επομένως είναι ανοικτές.
2. Η ένταση του πεδίου έχει μεγαλύτερο μέτρο στις περιοχές του χώρου, όπου είναι πιο πυκνές (Εικ. 22).
3. Δεν τέμνονται.

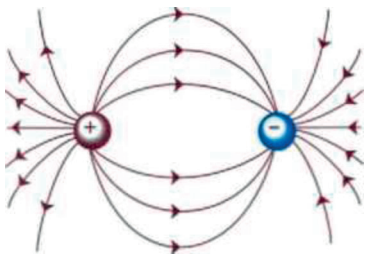
Διάφορες μορφές πεδίων

Ηλεκτρικά πεδία δημιουργούνται και από συστήματα δύο ή περισσότερων ηλεκτρικών φορτίων. Μερικές από τις απλούστερες μορφές τους φαίνονται σχεδιασμένες στις εικόνες 19, 21, 22.

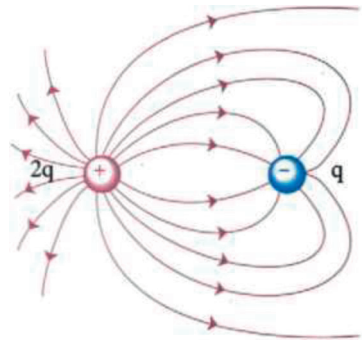
Τα πεδία που αντιστοιχούν στις εικόνες 18 έως 22, είναι πεδία που η έντασή τους μεταβάλλεται από σημείο σε σημείο. Τα πεδία αυτά ονομάζονται **ανομοιογενή**.



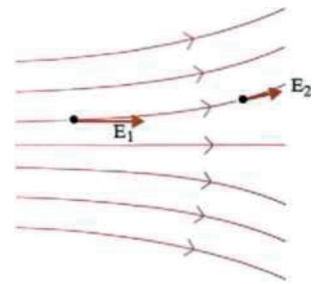
Δυναμικές γραμμές πεδίου δύο ίσων αρνητικών φορτίων.
Εικόνα 3-20.



Εικόνα 3-19. *Δυναμικές γραμμές πεδίου δύο αντίθετων φορτίων +Q και -Q.*



Εικόνα 3-21. *Δυναμικές γραμμές πεδίου δύο φορτίων + 2q και -q.*



Μορφή ανομοιογενούς πεδίου.
Εικόνα 3-22.

Ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο

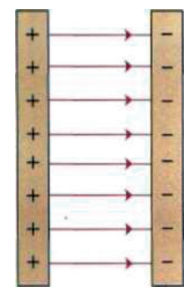
Ένα ηλεκτρικό πεδίο ονομάζεται **ομογενές** όταν η έντασή του είναι η ίδια σε κάθε σημείο του.

Το πεδίο αυτό απεικονίζεται με τη βοήθεια δυναμικών γραμμών, οι οποίες είναι παράλληλες, ίδιας φοράς και ισαπέχουν (Εικ. 23).

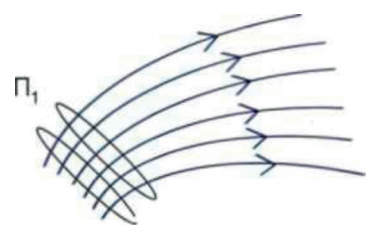
Σε ένα εργαστήριο η «κατασκευή» ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου είναι δυνατή, αν φορτίσουμε ένα σύστημα δύο όμοιων παράλληλων μεταλλικών πλακών με αντίθετα ηλεκτρικά φορτία (Εικ. 23). Το σύστημα αυτό ονομάζεται **επίπεδος πυκνωτής**.

Τα ηλεκτρικά πεδία που εμφανίζονται σπι φύση είναι ανομοιογενή και έχουν ένταση, που σε κάθε σημείο του πεδίου είναι εν γένει, διαφορετικού μέτρου και κατεύθυνσης (Εικ. 24).

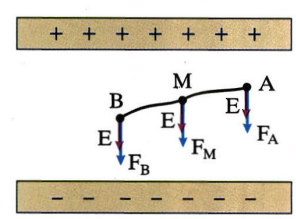
Ένα τέτοιο πεδίο είναι δυνατόν κατά προσέγγιση να θεωρηθεί «τοπικά ομογενές» (Εικ. 24 περιοχή $Π_1$).



Απεικόνιση ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου. Η έντασή του είναι σταθερή σε κάθε σημείο μεταξύ των πλακών.
Εικόνα 3-23.



Στη περιοχή $Π_1$ μπορεί το ηλεκτρικό πεδίο να θεωρηθεί κατά προσέγγιση ομογενές.
Εικόνα 3-24.



Οι δυνάμεις στις θέσεις Α, Β, Μ ομογενούς πεδίου σε θετικό φορτίο q είναι ίσες, όπως και σε κάθε άλλο σημείο του.
Εικόνα 3-25.

3.3. Ηλεκτρική δυναμική ενέργεια

Βαρυτικό πεδίο και βαρυτική δυναμική ενέργεια

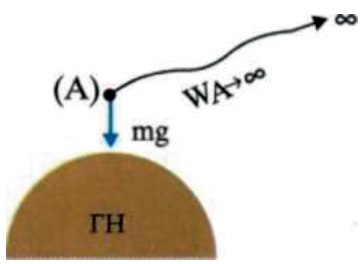
Όπως γνωρίζουμε η βαρυτική δυναμική ενέργεια Γης-σώματος, είναι ιδιότητα του συστήματος των δύο σωμάτων.

Η ιδιότητα αυτή οφείλεται στην ύπαρξη δυνάμεων αλληλεπίδρασης μεταξύ των σωμάτων.

Αν τα δύο σώματα βρεθούν σε άπειρη απόσταση το ένα ως προς το άλλο, τότε πρακτικά δεν ασκούνται δυνάμεις αλληλεπίδρασης και η δυναμική ενέργεια του συστήματος θεωρούμε ότι μηδενίζεται.

Η σχέση που συνδέει τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας συστήματος σωμάτων με το έργο των **συντηρητικών δυνάμεων** αλληλεπίδρασης, όπως π.χ. το βάρος είναι:

$$\Delta U = -W \text{ ή } U_{ΤΕΛ}-U_{ΑΡΧ} = -W \text{ ή } W = -(U_{ΤΕΛ}-U_{ΑΡΧ}) \qquad (5)$$



Εικόνα 3-26.

Κατά τη μετακίνηση μάζας m από τη θέση (A) σε άπειρη απόσταση (πρακτικά σε απόσταση που η δύναμη αλληλεπίδρασης να μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα), το έργο της δύναμης του πεδίου $W_{A\to\infty}$ (Εικ. 26) σύμφωνα με τη σχέση (5) είναι:

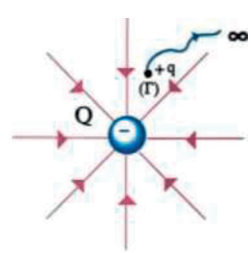
$$W_{A\to\infty} = -(U_\infty - U_A) \text{ ή } W_{A\to\infty} = U_A - U_\infty$$

Επειδή όμως σε άπειρη απόσταση* η δυναμική ενέργεια του σώματος είναι $U_\infty = 0$ έχουμε: $U_A = W_{A\to\infty}$ **(6)**

Από τη σχέση (6) προκύπτει ότι η δυναμική ενέργεια του συστήματος στην αρχική θέση είναι ίση με το έργο της δύναμης του βαρυτικού πεδίου κατά τη μετακίνηση της μάζας από τη θέση (A) στο άπειρο.

**Όταν αναφέρουμε άπειρη απόσταση, αυτή μπορεί να αντιστοιχεί σε απόσταση που για συνήθη φορτία μπορεί να είναι λίγα εκατοστά· δηλαδή ως άπειρη απόσταση θεωρούμε την απόσταση, στην οποία η δύναμη που δέχεται το δοκιμαστικό φορτίο, δεν είναι πρακτικά ανιχνεύσιμη.*

Ηλεκτρικό πεδίο και δυναμική ενέργεια



Εικόνα 3-27.

Έστω ακλόνητο αρνητικό ηλεκτρικό φορτίο Q που δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο. Στη θέση (Γ) του πεδίου βρίσκεται θετικό δοκιμαστικό φορτίο q (Εικ. 27). Επειδή οι ηλεκτροστατικές δυνάμεις είναι συντηρητικές, κατ' αναλογία με το βαρυτικό πεδίο, η δυναμική ενέργεια

του συστήματος των δύο φορτίων δίνεται από τη σχέση (6).

Ο υπολογισμός του έργου $W_{\Gamma\to\infty}$ δε γίνεται με απλά μαθηματικά, διότι υπάρχουν δύο δυσκολίες. Η πρώτη είναι ότι η δύναμη μεταβάλλεται με την απόσταση

$$\left(F = k\frac{|Qq|}{r}\right)$$

και η δεύτερη ότι η μετατόπιση είναι απείρου μήκους. Με τη χρήση όμως ανώτερων μαθηματικών αποδεικνύεται ότι το έργο είναι:

$$W_{\Gamma\to\infty} = k\frac{Q\cdot q}{r}$$

και λόγω της (6) η δυναμική ενέργεια του συστήματος των φορτίων στην αρχική θέση είναι:

$$U_{(\Gamma)} = k\frac{Q\cdot q}{r} \qquad (7)$$

όπου k η ηλεκτρική σταθερά και r η απόσταση μεταξύ των ηλεκτρικών φορτίων στην αρχική θέση.

Επειδή το φορτίο πηγή Q είναι ακλόνητο, θεωρούμε καταχρηστικά ότι η δυναμική ενέργεια του συστήματος ανήκει στο φορτίο q.

Δηλαδή θα λέμε ότι «η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του φορτίου q στη θέση (Γ) του πεδίου είναι η $U_{(\Gamma)}$».

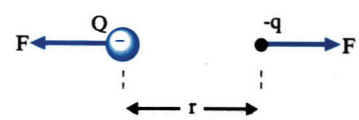
Όπως προκύπτει από τη σχέση (7) το πρόσημο της δυναμικής ενέργειας του ηλεκτρικού φορτίου q στη θέση (Γ) μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό, αν τα φορτία Q, q είναι ομώνυμα ή ετερώνυμα αντίστοιχα. Ποιο είναι όμως το φυσικό περιεχόμενο της θετικής ή αρνητικής δυναμικής ενέργειας;

Όταν έχουμε ομώνυμα ηλεκτρικά φορτία, οι δυνάμεις που ασκούνται είναι απωθητικές (Εικ. 28).

Επομένως, το έργο της δύναμης του πεδίου είναι παραγόμενο (θετικό) κατά τη μετακίνηση του φορτίου q από τη θέση (Γ) στο άπειρο και η δυναμική ενέργεια του φορτίου q στη θέση (Γ) είναι θετική. Αυτό σημαίνει ότι, το φορτίο q μπορεί να μετακινείται αυθόρμητα προς το άπειρο και η δυναμική του ενέργεια να ελαττώνεται.

Όταν έχουμε ετερώνυμα ηλεκτρικά φορτία, οι δυνάμεις που ασκούνται είναι ελκτικές (Εικ. 29).

Επομένως, το έργο της δύναμης του πεδίου είναι καταναλισκόμενο (αρνητικό) κατά τη μετακίνηση του φορτίου q από τη θέση (Γ) στο άπειρο και η δυναμική ενέργεια του φορτίου q στη θέση (Γ) είναι αρνητική. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να προσφερθεί ενέργεια στο φορτίο q για να μετακινηθεί προς το άπειρο με αποτέλεσμα η δυναμική του ενέργεια να αυξάνεται.



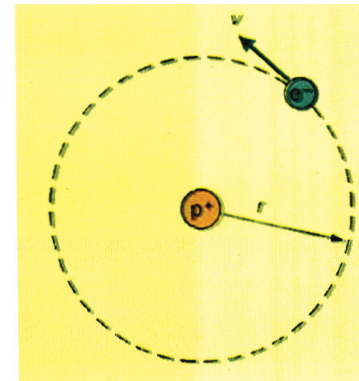
Ομώνυμα ηλεκτρικά φορτία. Η δυναμική ενέργεια U_Γ είναι θετική.
Εικόνα 3-28.

Ετερώνυμα ηλεκτρικά φορτία. Η δυναμική ενέργεια U_Γ είναι αρνητική.
Εικόνα 3-29.

Παράδειγμα 5

Να υπολογισθούν η δυναμική, η κινητική και η μηχανική ενέργεια του ηλεκτρονίου που περιστρέφεται στη στοιβάδα Κ του ατόμου του υδρογόνου.

Δίνονται: Το φορτίο του ηλεκτρονίου $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$C,
το φορτίο του πρωτονίου $q_p = +1{,}6 \cdot 10^{-19}$C,
η ηλεκτρική σταθερά $k = 9 \cdot 10^9$ N m²/C²
και η ακτίνα της τροχιάς του ηλεκτρονίου $r = 5{,}3 \cdot 10^{-11}$m.



Εικόνα 3-30.

Λύση

Η δυναμική ενέργεια του ηλεκτρονίου δίνεται από τη σχέση:

$$U_e = k\frac{q_p \cdot q_e}{r} \quad (1)$$

ή $U_e = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}C(-1{,}6 \cdot 10^{-19}C)}{5{,}3 \cdot 10^{-11}m}$ ή

$U_e \simeq -4{,}350 \cdot 10^{-18}J \quad (2)$

Η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου δίνεται από τη σχέση:

$$K_e = \frac{1}{2}m_e\upsilon^2 \quad (3)$$

από την κυκλική κίνηση γνωρίζουμε ότι το ρόλο της αναγκαίας κεντρομόλου τον πραγματοποιεί η δύναμη Coulomb. Άρα:

$$F_C = \frac{m\upsilon^2}{r} = k\frac{|q_p \cdot q_e|}{r^2} \text{ ή } \upsilon = \sqrt{\frac{k|q_p \cdot q_e|}{m_e \cdot r}} \quad (4)$$

Από τη σχέση (3) λόγω της (4) έχουμε:

$$K_e = \frac{k|q_p \cdot q_e|}{2r} \text{ ή } K_e = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19}C)^2}{2 \cdot 5{,}3 \cdot 10^{-11}m}$$

ή $K_e = 2{,}175 \cdot 10^{-18}J \quad (5)$

Η μηχανική ενέργεια E_M είναι $E_M = K+U$ (6) επομένως:

$E_\mu = K_e + U_e = +2{,}175 \cdot 10^{-18}J - 4{,}350 \cdot 10^{-18}J = -2{,}175.10^{-18}J$

Οι σχέσεις με τις οποίες συνδέονται οι παραπάνω ενέργειες είναι:

$$K = \frac{1}{2}|U| \text{ και } E_M = -K$$

Επειδή η ενέργεια σε επίπεδο ατόμου είναι πολύ μικρής τιμής, χρησιμοποιούμε ως μονάδα μέτρησης (στη φυσική στοιχειωδών σωματιδίων) και το eV (electron volt) ηλεκτρονιοβόλτ: $1eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Joule.

3.4. Δυναμικό διαφορά δυναμικού

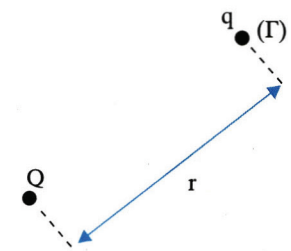
Δυναμικό

Όπως είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο η δυναμική ενέργεια δοκιμαστικού φορτίου q, στη θέση (Γ) που απέχει απόσταση r από φορτίο «πηγή» του πεδίου Q (Εικ. 31) είναι:

$$U_1 = k\frac{Q}{r}q$$

Αν στη θέση (Γ) τοποθετήσουμε ένα άλλο δοκιμαστικό φορτίο q΄ = 2q, η δυναμική του ενέργεια γίνεται:

$$U_2 = k\frac{Q}{r}\cdot 2q$$



Εικόνα 3-31.

Διαπιστώνουμε ότι $U_2 = 2U_1$ δηλαδή η δυναμική ενέργεια είναι ανάλογη του φορτίου q. Το πηλίκο της δυναμικής ενέργειας του φορτίου q προς το φορτίο αυτό είναι μία φυσική ποσότητα που έχει σταθερή τιμή ανεξάρτητη του φορτίου q στη συγκεκριμένη θέση (Γ) του πεδίου. Τη φυσική αυτή ποσότητα ονομάζουμε δυναμικό του πεδίου στη θέση (Γ) και συμβολίζεται $V_Γ$.

Δυναμικό σε μία θέση (Γ) ηλεκτρικού πεδίου, ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος, που είναι ίσο με το πηλίκο της δυναμικής ενέργειας φορτίου q στη θέση Γ προς το φορτίο αυτό.

Το δυναμικό δίνεται από τη σχέση:

$$V_Γ = \frac{U_Γ}{q} \qquad (8)$$

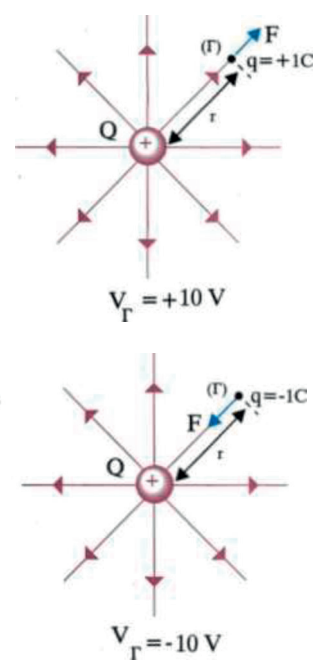
Μονάδα μέτρησης του δυναμικού στο S.I. είναι το $1V = \frac{1J}{1C}$

$$\left(1\text{Volt} = \frac{1\text{Joule}}{1\text{C}}\right)$$

Επειδή $U_Γ = W_{Γ\to\infty}$ η σχέση (8) γράφεται:

$$V_{(Γ)} = \frac{W_{Γ\to\infty}}{q} \qquad (9)$$

Τι σημαίνει λοιπόν ότι το δυναμικό σε μία θέση (Γ) του πεδίου είναι $V_Γ = +10V$;



Εικόνα 3-32.

Σημαίνει ότι, αν βρεθεί στη θέση (Γ) φορτίο δοκιμαστικό φορτίο +1C, θα έχει ηλεκτρική δυναμική ενέργεια +10J ή ισοδύναμα, αν βρεθεί στη θέση (Γ) δοκιμαστικό φορτίο -1C, θα έχει ηλεκτρική δυναμική ενέργεια -10 J (Εικ. 32).

Δυναμικό ηλεκτροστατικού πεδίου Coulomb

Με βάση τη σχέση ορισμού του φυσικού μεγέθους του δυναμικού:

$$V_\Gamma = \frac{U_\Gamma}{q}$$

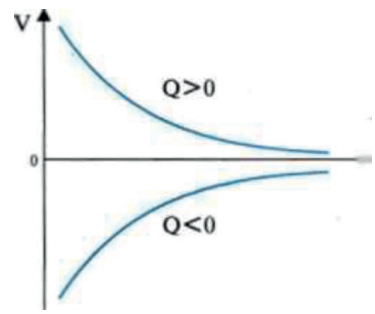
και αντικαθιστώντας τη δυναμική ενέργεια φορτίου q στη θέση (Γ) με τη σχέση:

$$U_\Gamma = k\frac{Q \cdot q}{r}$$

έχουμε:

$$V_\Gamma = k\frac{Q}{r} \qquad (10)$$

Όπου Q το φορτίο που δημιουργεί το πεδίο και r η απόσταση μεταξύ του σημείου (Γ) και του φορτίου Q.



Το δυναμικό V ως συνάρτηση της απόσταση r από θετικό και από αρνητικό φορτίο πηγή Q. **Εικόνα 3-33.**

Παράδειγμα 6

1. Να βρεθεί το δυναμικό σε απόσταση

(α) 30 cm

(β) 60 cm

από ένα φορτίο πηγή Q = -4μC.

2. Πόση δυναμική ενέργεια έχει φορτίο q΄ = 2μC αν βρεθεί σε απόσταση 30 cm;

Δίνεται ότι: 1μC=10^{-6}C και k= $9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$.

Λύση

1. Το δυναμικό δίνεται από τη σχέση:

$$V_\Gamma = k\frac{Q}{r}$$

(α) Στην απόσταση των 30 cm το δυναμικό είναι:

$$V_1 = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C} \cdot \frac{-4 \cdot 10^{-6} C}{3 \cdot 10^{-1} m} \text{ ή } V_1 = -12 \cdot 10^4 V$$

(β) Στην απόσταση των 60 cm το δυναμικό είναι:

$$V_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C} \cdot \frac{-4 \cdot 10^{-6} C}{6 \cdot 10^{-1} m} \text{ ή } V_2 = -6 \cdot 10^4 V$$

2. Η δυναμική ενέργεια του φορτίου q΄ υπολογίζεται από τη σχέση του δυναμικού:

$$V = \frac{U}{q'}$$

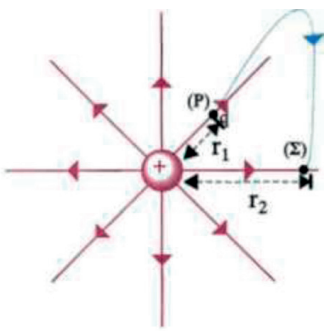
από την σχέση αυτή έχουμε:

$$U = V \cdot q' \text{ ή } U = -12 \cdot 10^4 V \cdot 2 \cdot 10^{-6} C = -0{,}24 J$$

Αυτό σημαίνει ότι κατά τη μετακίνηση φορτίου 2μC στο άπειρο, η δύναμη του πεδίου καταναλώνει έργο ίσο με 0,24 J.

Διαφορά δυναμικού

Έστω φορτίο πηγή Q και δοκιμαστικό φορτίο q, το οποίο μετακινείται από μία θέση (Σ) σε μία άλλη θέση (P) του πεδίου (Εικ. 34). Το φορτίο Q στις θέσεις (Σ) και (P) έχει δυναμική ενέργεια U_Σ και U_P αντίστοιχα. Τα δυναμικά στις θέσεις (Σ) και (P) είναι V_Σ και V_P αντίστοιχα.



Εικόνα 3-34.

Η διαφορά V_Σ-V_P ονομάζεται **διαφορά δυναμικού** μεταξύ των σημείων (Σ) και (P) και συμβολίζεται $V=_{\Sigma P}$ και είναι:

$$V_{\Sigma P} = V_\Sigma - V_P \text{ ή } V_{\Sigma P} = \frac{U_\Sigma}{q} - \frac{U_P}{q} \text{ ή } V_{\Sigma P} = \frac{U_\Sigma - U_P}{q} \quad (11)$$

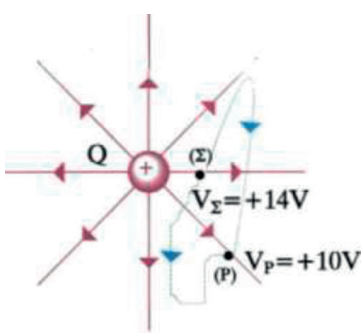
Όπως έχουμε αναφέρει για το ηλεκτροστατικό πεδίο ισχύει:

$$W_{\Sigma \to P} = -\Delta U_{\Sigma P} = U_\Sigma - U_P$$

Επομένως, η σχέση (11) γίνεται ισοδύναμα: $V_{\Sigma P} = \frac{W_{\Sigma \to P}}{q}$

Η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων (Σ) και (P) ηλεκτρικού πεδίου ισούται με το πηλίκο του έργου της δύναμης του πεδίου κατά τη μεταφορά δοκιμαστικού φορτίου q από τη θέση (Σ) στη θέση (P), προς το φορτίο αυτό.

$$V_{\Sigma P} = \frac{W_{\Sigma \to P}}{q} \quad (12)$$



Η διαφορά δυναμικού (τάση) μεταξύ δυο σημείων Σ και P.
Εικόνα 3-35.
V_Σ-V_P ή $V_{\Sigma P}$ = +4V

Η διαφορά δυναμικού επομένως μας δίνει: το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου ανά μονάδα φορτίου για τη μετακίνησή του από τη θέση (Σ) στη θέση (P).

Έστω ότι δύο σημεία (Σ) και (P) (Εικ. 35) του ηλεκτροστατικού πεδίου, έχουν δυναμικά V_Σ = +14Volt και V_P = +10Volt. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο σημείων είναι:

$$V_{\Sigma P} = V_\Sigma - V_P = 14V - 10V = 4V$$

Αυτό σημαίνει ότι, κατά τη μετακίνηση θετικού δοκιμαστικού φορτίου ενός Coulomb από τη θέση (Σ) στη θέση (P), το έργο της δύναμης του πεδίου είναι +4J και η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του δοκιμα-

στικού φορτίου ελαττώθηκε κατά 4 J.

Παρατηρήσεις

1. Στην περίπτωση του πεδίου Coulomb η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων (Σ) και (P), υπολογίζεται από τη σχέση:

$$V_{\Sigma P} = V_{\Sigma} - V_P = k\frac{Q}{r_1} - k\frac{Q}{r_2} \text{ ή } V_{\Sigma P} = kQ\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \qquad (13)$$

όπου r_1, r_2 οι αποστάσεις των σημείων (Σ) και (P) αντίστοιχα, από το φορτίο Q.

2. Από τη σχέση (12) έχουμε ότι:

$$W_{\Sigma \to P} = q \cdot V_{\Sigma P} \qquad (14)$$

Η σχέση αυτή μας δίνει τη δυνατότητα να υπολογίσουμε το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση ηλεκτρικού φορτίου q από το σημείο (Σ) σε σημείο (P), των οποίων η διαφορά δυναμικού είναι $V_{\Sigma P}$.

Παράδειγμα 7

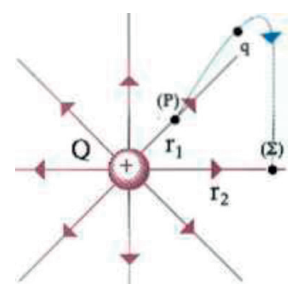
Δίνεται σημειακό ηλεκτρικό φορτίο $Q = +10^{-8}C$ και δύο σημεία (P) και (Σ) τα οποία απέχουν αποστάσεις $r_1 = 0,4$ m και $r_2 = 0,8$ m αντίστοιχα από το φορτίο Q (Εικ. 36). Να βρεθούν:

(α) Η διαφορά δυναμικού $V_{P\Sigma}$ μεταξύ των σημείων (P) και (Σ).

(β) Το έργο της δύναμης του πεδίου, όταν φορτίο $q = +4\mu C$ μετακινηθεί από τη θέση (P) στη θέση (Σ).

(γ) Ποια είναι η φυσική σημασία του $W_{P\Sigma}$;

Δίνεται: $k = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2.



Εικόνα 3-36.

Λύση

(α) Η διαφορά δυναμικού $V_{P\Sigma}$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$V_{P\Sigma} = V_P - V_{\Sigma} \qquad (1)$$

Από τη σχέση (10) έχουμε: $V_P = k\frac{Q}{r_1}$ (2)

και $V_{\Sigma} = k\frac{Q}{r_2}$ (3)

Η (1) λόγω των (2) και (3) γίνεται:

$$V_{P\Sigma} = V_P - V_{\Sigma} = k\frac{Q}{r_1} - k\frac{Q}{r_2} = kQ\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

ή $V_{P\Sigma} = 9 \cdot 10^{9} \frac{N \cdot m^{2}}{C} 10^{-8} C \left(\frac{1}{0,4m} - \frac{1}{0,8m} \right) = 112,5 Volts$

(β) Το έργο της δύναμης υπολογίζεται από τη σχέση (14):

$$W_{P \to \Sigma} = q \cdot V_{P\Sigma} \text{ ή } W_{P \to \Sigma} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 112,5V = 450 \text{ Joule}$$

(γ) Το αποτέλεσμα της ερώτησης (β) σημαίνει ότι κατά τη μετακίνηση του φορτίου q από το (Σ) στο (P), η δύναμη του πεδίου παράγει έργο ίσο με 450J ή ότι η δυναμική ενέργεια του φορτίου στη θέση (Σ) μειώθηκε κατά 450 Joule.

3.5. Πυκνωτές

Σε πολλές από τις συσκευές που χρησιμοποιούμε στην καθημερινή ζωή, όπως τα στερεφωνικά συγκροτήματα, οι τηλεοράσεις, οι τηλεφωνικές συσκευές, οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές, υπάρχει η ανάγκη να αποθηκεύεται κάποια ποσότητα ηλεκτρικού φορτίου για ορισμένο χρονικό διάστημα και να χρησιμοποιείται την κατάλληλη χρονική στιγμή.

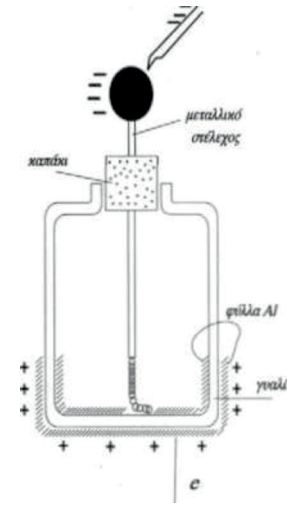
Η διάταξη με την οποία επιτυγχάνεται η αποθήκευση του ηλεκτρικού φορτίου είναι ο **πυκνωτής**.

Ο πυκνωτής είναι μία συσκευή που χρησιμεύει ως αποθήκη ηλεκτρικού φορτίου και επομένως ηλεκτρικής ενέργειας. Αποτελείται από δύο αγωγούς που διαχωρίζονται από ένα μονωτικό υλικό.

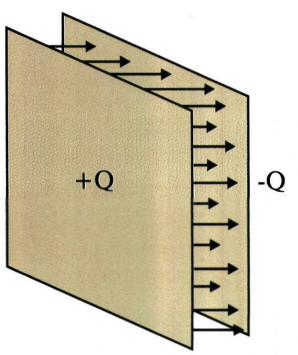
Ο πρώτος πυκνωτής κατασκευάστηκε στο Πανεπιστήμιο του Leyden της Ολλανδίας το 1745 (Εικ. 37).

Αποτελείται από ένα γυάλινο δοχείο το οποίο έχει καλυφθεί εσωτερικά και εξωτερικά με λεπτά φύλλα μετάλλου. Ένα κατακόρυφο μεταλλικό στέλεχος που περνά από το στόμιο του δοχείου, έχει στο επάνω μέρος του ένα μεταλλικό σφαιρίδιο και είναι μονωμένο με κατάλληλο πώμα. Το κάτω άκρο του στελέχους μέσω μιας μεταλλικής αλυσίδας έρχεται σε επαφή με το εσωτερικό φύλλο του μετάλλου-αγωγού.

Οι δυο αγωγοί (φύλλα μετάλλου) εσωτερικός και εξωτερικός αποτελούν τον πυκνωτή. Αν με μία φορτισμένη ράβδο φορτίσουμε τον εσωτερικό αγωγό αρνητικά, τότε τα ηλεκτρόνια του εξωτερικού αγωγού απωθούμενα διαφεύγουν μέσω της γείωσης και ο αγωγός φορτίζεται θετικά. Διακόπτοντας την επαφή με την ράβδο και τη γείωση έχουμε ένα φορτισμένο πυκνωτή.



Ο πρώτος πυκνωτής (Leyden)
Εικόνα 3-37.



Επίπεδος πυκνωτής.
Εικόνα 3-38.

Πυκνωτής εμπορίου.
Εικόνα 3-39.

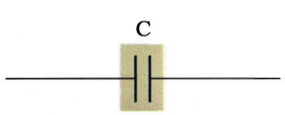
Επίπεδος πυκνωτής - Φόρτιση

Τυπική μορφή πυκνωτή είναι ο **επίπεδος πυκνωτής**. Αποτελείται από δύο όμοια λεπτά και επίπεδα μεταλλικά φύλλα (πλάκες), που βρίσκονται σε πολύ μικρή απόσταση σε σχέση με τις διαστάσεις τους.

Τα δύο μεταλλικά φύλλα ονομάζονται **οπλισμοί του πυκνωτή** (Εικ. 38).

Ο επίπεδος πυκνωτής είναι η μόνη διάταξη με την οποία μπορούμε να παράγουμε **ομογενές ηλεκτρικό πεδίο** φορτίζοντάς τον, με τη παρακάτω διαδικασία.

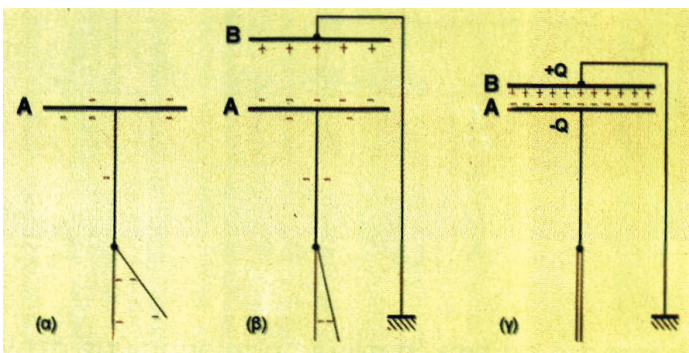
Έστω μία επίπεδη μεταλλική πλάκα (Α) η οποία έχει συνδεθεί με



Συμβολισμός του επίπεδου πυκνωτή.
Εικόνα 3-40.

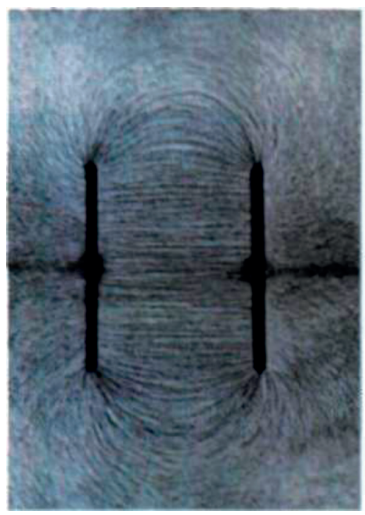
ένα ηλεκτροσκόπιο (Εικ. 41), την οποία φορτίζουμε με αρνητικό ηλεκτρικό φορτίο. Μία δεύτερη όμοια μεταλλική πλάκα (Β), που είναι γειωμένη, τοποθετείται κοντά στην (Α).

Η πλάκα (Β) αποκτά θετικό ηλεκτρικό φορτίο καθώς πλησιάζει την (Α), γιατί ελεύθερα ηλεκτρόνιά της, απωθούμενα από τα ηλεκτρόνια της φορτισμένης πλάκας (Α), φεύγουν προς τη Γη.



Εικόνα 3-41.

Ταυτοχρόνως, καθώς η πλάκα (Β) πλησιάζει την πλάκα (Α), διαπιστώνουμε ότι η πλάκα (Α) αποκτά όλο και μεγαλύτερο αρνητικό φορτίο. Η αύξηση του ηλεκτρικού φορτίου της πλάκας (Α) αποδεικνύεται από το πλησίασμα των φύλλων του ηλεκτροσκοπίου (Εικ. 41β). Αυτό οφείλεται στη μετακίνηση ελεύθερων ηλεκτρονίων από τα φύλλα του ηλεκτροσκοπίου και του στελέχους προς τη πλάκα (Α), λόγω των ελκτικών δυνάμεων Coulomb, οι οποίες μεγαλώνουν, καθώς πλησιάζει η πλάκα (Β).



Φάσμα ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου.
Εικόνα. 3-42.

Τελικά, οι δύο οπλισμοί αλληλεπιδρώντας αποκτούν αντίθετα ηλεκτρικά φορτία +Q και -Q. Τότε λέμε ότι ο πυκνωτής είναι φορτισμένος. Η απόλυτη τιμή |Q| του φορτίου ενός από τους δύο οπλισμούς του, λέγεται **φορτίο του πυκνωτή**. Λόγω της ανάπτυξης ηλεκτρικού φορτίου στους αγωγούς (Α) και (Β), εμφανίζεται σε κάθε έναν από αυτούς, δυναμικό V_A και V_B αντίστοιχα. Η διαφορά V_A-V_B ή V_{AB} ή V ονομάζεται διαφορά δυναμικού ή τάση του πυκνωτή.

Χωρητικότητα πυκνωτή

Αν φορτίσουμε διαδοχικά έναν πυκνωτή, με φορτία Q, 2Q, 3Q κ.λπ. αποδεικνύεται, ότι η τάση του γίνεται αντίστοιχα V, 2V, 3V κ.λπ. Επομένως, το φορτίο και η τάση ενός πυκνωτή είναι μεγέθη ανάλογα. Το πηλίκο τους είναι χαρακτηριστικό μέγεθος του πυκνωτή, ονομάζεται, χωρητικότητα του πυκνωτή και συμβολίζεται με το γράμμα C.

Χωρητικότητα C ενός πυκνωτή ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που είναι ίσο με το πηλίκο του ηλεκτρικού φορτίου Q του πυκνωτή, προς την τάση V του πυκνωτή.

$$C = \frac{Q}{V} \qquad (15)$$

Μονάδα χωρητικότητας στο S.I. είναι το 1F $\left(1\text{Farad} = \frac{1\text{Coulomb}}{1\text{Volt}}\right)$

Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή είναι ένα πολύ χρήσιμο μέγεθος, γιατί μας πληροφορεί για το φορτίο που μπορεί να αποθηκευτεί ανά μονάδα τάσης μεταξύ των οπλισμών του.

Η χωρητικότητα C ενός πυκνωτή δεν εξαρτάται από το φορτίο και την τάση του, αλλά εξαρτάται από το σχήμα, τις διαστάσεις και την απόσταση των οπλισμών του, καθώς και από το μονωτή (διηλεκτρικό) που παρεμβάλλεται μεταξύ των οπλισμών του.

Ο ορισμός της χωρητικότητας όπως δόθηκε από τη σχέση (15), ισχύει για κάθε μορφής πυκνωτή.

Ειδικά όμως για ένα επίπεδο πυκνωτή, όταν μεταξύ των οπλισμών του υπάρχει κενό ή αέρας, αποδεικνύεται ότι η χωρητικότητά του δίνεται από τη σχέση:

$$C = \varepsilon_o \frac{S}{\ell} \qquad (16)$$

όπου ε_0 η απόλυτη διηλεκτρική σταθερά του κενού:

$\varepsilon_o = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ C^2/N \cdot m^2$, S το εμβαδόν οπλισμού και ℓ η απόσταση των οπλισμών του (Εικ. 43).

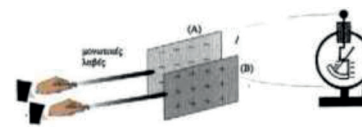
Αν μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή υπάρχει κάποιο μονωτικό υλικό (διηλεκτρικό) η χωρητικότητά του δίνεται από τη σχέση:

$$C = \varepsilon \cdot \varepsilon_o \frac{S}{\ell}$$

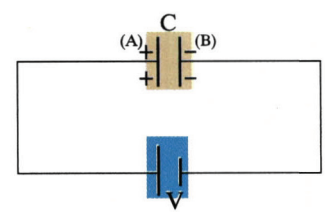
όπου ε η σχετική διηλεκτρική σταθερά του μονωτικού υλικού που είναι καθαρός αριθμός και εξαρτάται από το μονωτικό υλικό (πίνακας I) ειδικά για το κενό ή τον αέρα είναι: $\varepsilon = 1$.

Πίνακας 1

Υλικό	Διηλεκτρική σταθερά
κενό	1
αέρας	1,0005
νερό	80
χαρτί	3,5
μίκα	5,4
κεχριμπάρι	2,7
γυαλί	4,5
πορσελάνη	6,5
πολυαιθυλένιο	2,3



Πειραματικός έλεγχος της εξάρτησης της χωρητικότητας πυκνωτή από την απόσταση των οπλισμών του.
Εικόνα 3-43.



Ένας πυκνωτής μπορεί να φορτιστεί μέσω μίας πηγής. Ηλεκτρόνια μεταφέρονται από τον οπλισμό Α στον οπλισμό Β. Όταν η τάση γίνει ίση με τη τάση της πηγής, ο πυκνωτής φορτίστηκε.
Εικόνα 3-44.

Ενέργεια φορτισμένου πυκνωτή

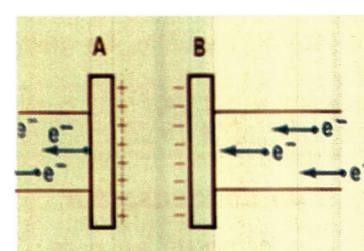
Στο εργαστήριο εκτελούμε την παρακάτω διαδικασία. Φορτίζουμε ένα πυκνωτή C = 25.000 μF με συνεχή τάση V = 12V (Εικ. 44). Ο πυκνωτής συνδέεται μέσω διακόπτη με αντιστάτη αντίστασης R = 100Ω και με λαμπτήρα (με χαρακτηριστικά 6V και 60 mA).

Κλείνουμε το διακόπτη και παρατηρούμε ότι ο λαμπτήρας αρχικά φωτοβολεί και γρήγορα σβήνει. Τη διαδικασία αυτή ονομάζουμε **εκφόρτιση του πυκνωτή** (Εικ. 46).

Από πού προέρχεται η ενέργεια φωτοβολίας του λαμπτήρα; Επειδή δεν υπάρχει άλλο στοιχείο στο κύκλωμα εκτός από τον πυκνωτή, τον αντιστάτη και τον λαμπτήρα, η ενέργεια αυτή προέρχεται από το φορτισμένο πυκνωτή.

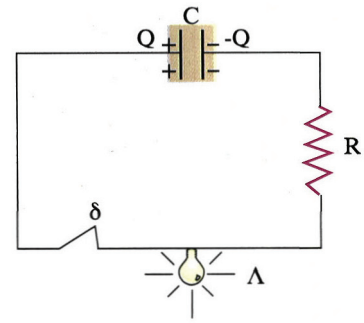
Πώς ο πυκνωτής απέκτησε αυτή την ενέργεια;

Ο πυκνωτής απέκτησε αυτή την ενέργεια κατά τη διαδικασία φόρτισής του. Αυτό συμβαίνει γιατί απαιτείται προσφορά ενέργειας για



Κίνηση ηλεκτρονίων κατά τη φόρτιση πυκνωτή, μέσω ηλεκτρικής πηγής.
Εικόνα 3-45.

τη μεταφορά ηλεκτρικού φορτίου στους οπλισμούς του. Τα αντίθετα φορτία των δύο οπλισμών παρουσιάζουν αναλογία με ένα τεντωμένο ελατήριο.



Εικόνα 3-46.

Για τη παραμόρφωση ελατηρίου απαιτείται ενέργεια, η οποία αποθηκεύεται σ' αυτό με μορφή ελαστικής δυναμικής ενέργειας. Το ελατήριο κατά την επαναφορά του στην αρχική του κατάσταση προσφέρει την αποθηκευμένη ενέργεια.

Αντίστοιχα, για τη φόρτιση του πυκνωτή απαιτείται ενέργεια, η οποία αποθηκεύεται σ' αυτόν με μορφή ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας. Ο πυκνωτής κατά την εκφόρτισή του προσφέρει την αποθηκευμένη σ' αυτόν ενέργεια.

Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση:

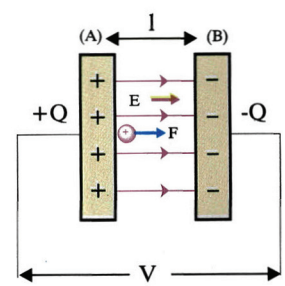
$$U = \frac{Q \cdot V}{2} \qquad \textbf{(17)}$$

εάν χρησιμοποιήσουμε τη σχέση ορισμού $C = \frac{Q}{V}$, έχουμε και τις ισοδύναμες:

$$U = \frac{C \cdot V^2}{2} \text{ ή } U = \frac{Q^2}{2C}$$

Σχέση μέτρου έντασης και διαφοράς δυναμικού σε ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο

Διαθέτουμε ένα φορτισμένο πυκνωτή του οποίου η τάση είναι V και η απόσταση των οπλισμών του ℓ (Εικ. 47).



Εικόνα 3-47.

Έστω ότι δοκιμαστικό φορτίο +q, αφήνεται αρχικά πολύ κοντά στον οπλισμό (Α). Λόγω του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, το φορτίο δέχεται δύναμη F=E•q, και μετακινείται μέχρι τον οπλισμό (Β). Κατά τη μετακίνηση, η δύναμη του πεδίου παράγει έργο:

$$W_{AB} = F \cdot \ell \text{ ή } W_{AB} = E \cdot q \cdot \ell \qquad \textbf{(I)}$$

Το έργο αυτό μπορεί να υπολογισθεί από τη γνωστή μας σχέση (14):

$$W_{AB} = q \cdot V \qquad \textbf{(II)}$$

Επομένως, από τις (I) και (II) έχουμε: $E \cdot q \cdot \ell = q \cdot V$

ή $E = \frac{V}{\ell}$ **(18)**

Από τη σχέση αυτή προκύπτει μία άλλη μονάδα μέτρησης της έντασης Ε του πεδίου: 1 V/m.

Η μονάδα 1 V/m είναι ίση με την γνωστή μονάδα 1 N/C .

Μεταβλητός πυκνωτής.
Εικόνα 3-48.

Τύποι πυκνωτών

Οι συνηθέστερες μορφές πυκνωτών που χρησιμοποιούνται σε πρα-

κτικές εφαρμογές είναι:

(α) Πυκνωτές αέρα

Οι πυκνωτές αυτοί αποτελούνται από δύο συστήματα μεταλλικών πλακών, που αντιστοιχούν στους δύο οπλισμούς του πυκνωτή. Οι πλάκες κάθε συστήματος είναι σε αγώγιμη σύνδεση και βρίσκονται η μία μέσα στην άλλη χωρίς να ακουμπούν μεταξύ τους. Αν το ένα σύστημα των μεταλλικών πλακών είναι ακίνητο, ενώ το άλλο μπορεί να στρέφεται, τότε έχουμε ένα **μεταβλητό πυκνωτή** (Εικ. 48). Η μεταβολή της χωρητικότητάς του γίνεται με τη στροφή του κινητού οπλισμού, οπότε τα ελάσματά του μπαίνουν ή βγαίνουν μέσα στα ελάσματα του ακίνητου οπλισμού.

Οι χωρητικότητες τέτοιων πυκνωτών φθάνουν από 10-400pF και χρησιμοποιούνται σε ραδιοφωνικούς δέκτες. (1 pF = 10^{-12}F)

(β) Πυκνωτές με στερεά διηλεκτρικά

Οι οπλισμοί τους αποτελούνται από πολύ λεπτά μεταλλικά φύλλα, και μεταξύ τους παρεμβάλλονται λεπτά φύλλα διηλεκτρικού (όπως χαρτί, μίκα).

Τα λεπτά φύλλα του μετάλλου με το διηλεκτρικό τυλίγονται με τέτοιο τρόπο ώστε ο όγκος του πυκνωτή να είναι μικρός (Εικ. 49).

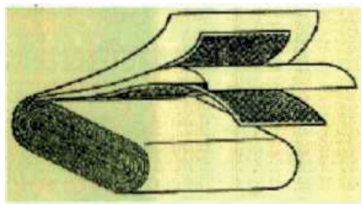
Οι χωρητικότητες των πυκνωτών αυτών φθάνουν από 100 pF έως 1μF (1μF = 10^{-6}F).

Χρησιμοποιούνται σε ηλεκτρονικές και ηλεκτρικές συσκευές.

(γ) Ηλεκτρολυτικοί πυκνωτές

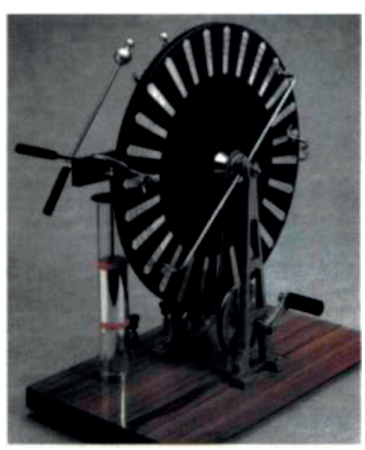
Αποτελούνται από δύο μεταλλικά φύλλα που χωρίζονται με χαρτί που έχει εμπλουτιστεί με διάλυμα ηλεκτρολύτη. Οι πυκνωτές αυτοί έχουν πολύ μεγαλύτερες χωρητικότητες από τους προηγούμενους. Οι χωρητικότητες των πυκνωτών αυτών φθάνουν από 10-2000μF (Εικ. 53).

Χρησιμοποιούνται στο κύκλωμα εκκίνησης ηλεκτρικών κινητήρων.



Τύλιγμα πυκνωτή με στερεό διηλεκτρικό.
Εικόνα 3-49.

Ηλεκτρολυτικός πυκνωτής.
Εικόνα 3-50.



Μηχανή Wimshurst.
Εικόνα 3-51.

Ηλεκτροστατική μηχανή Wimshurst

Όταν χρειαζόμαστε μεγάλες ποσότητες ηλεκτρικού φορτίου χρησιμοποιούμε τις ηλεκτροστατικές μηχανές.

Μια γνωστή ηλεκτροστατική μηχανή είναι και η μηχανή Wimshurst. Κατασκευάστηκε από τον Άγγλο μηχανικό James Wimshurst το 1883.

Η μηχανή αυτή χρησιμοποιείται στα περισσότερα σχολικά εργαστήρια φυσικής.

Η μηχανή με την περιστροφή των δύο δίσκων, αναπτύσσει αντίθετα ηλεκτρικά φορτία, τα οποία αποθηκεύονται σε δύο φιάλες-πυκνωτές (*τύπου Leyden*).

Οι δυο πυκνωτές είναι συνδεδεμένοι με δύο μεταλλικά στελέχη, που καταλήγουν σε δύο αγώγιμα σφαιρίδια. Τα σφαιρίδια καθώς λει-

τουργεί η μηχανή φορτίζονται με αντίθετα φορτία, όπως και οι πυκνωτές.

Αν πλησιάσουμε τα δύο σφαιρίδια, για κατάλληλη τιμή της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ τους (*από 15000-30000 V/cm*), ξεσπά ηλεκτρικός σπινθήρας. Αυτό συμβαίνει γιατί ηλεκτρόνια του αρνητικά φορτισμένου σφαιριδίου οδηγούνται μέσω του αέρα προς το θετικά φορτισμένο, με αποτέλεσμα την εκφόρτιση του συστήματος.

Η εμφάνιση του σπινθήρα σημαίνει ότι κατά τη διάρκεια του φαινομένου, καταστράφηκε η «μονωτική συμπεριφορά» του ατμοσφαιρικού αέρα μεταξύ των δύο σφαιριδίων.

Σ' αυτήν την ενότητα μάθαμε

Νόμος του Coulomb

$$F = k\frac{|Q_1Q_2|}{r^2}$$

Ο νόμος του Coulomb εκφράζει τη δύναμη μεταξύ των φορτίων Q_1 και Q_2 που βρίσκονται σε απόσταση r. Η διεύθυνση της δύναμης είναι συγγραμμική με την ευθεία που ενώνει τα σημειακά φορτία και είναι ελκτική αν τα φορτία είναι αντίθετα.

Μονάδα μέτρησης του φορτίου (S.I.): 1C.

Ένταση ηλεκτρικού πεδίου

$$\vec{E} = \vec{F}/q$$

Η ένταση ηλεκτρικού πεδίου είναι το διανυσματικό μέγεθος που δείχνει τη δύναμη που ασκείται στη μονάδα του ηλεκτρικού φορτίου, σε κάθε σημείο του πεδίου.

Μονάδα μέτρησης της έντασης (S.I.): 1N/C.

Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

Ομογενές ονομάζεται το πεδίο που σε κάθε σημείο του η έντασή του είναι σταθερή.

Δυναμικές γραμμές

Δυναμικές γραμμές είναι οι νοητές γραμμές, με τις οποίες σχεδιάζουμε ένα ηλεκτρικό πεδίο. Σε κάθε σημείο τους η ένταση είναι εφαπτόμενη.

Όσο πιο πυκνές είναι οι δυναμικές γραμμές τόσο μεγαλύτερο είναι το μέτρο της έντασης Ε στη συγκεκριμένη περιοχή.

Δυναμικό ηλεκτρικού πεδίου

$$V_A = U_A/q$$

Δυναμικό είναι το μέγεθος που εκφράζει ενέργεια ανά μονάδα ηλεκτρικού φορτίου σε συγκεκριμένη θέση του πεδίου.

Μονάδα μέτρησης δυναμικού (S.I.): 1V.

Διαφορά δυναμικού

$$V_{AB} = U_{AB}/q$$

Η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων Α και Β, είναι ίση με το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου ανά μονάδα ηλεκτρικού φορτίου, κατά τη μεταφορά του από το σημείο Α στο σημείο Β ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται από ακίνητο και σημειακό ηλεκτρικό φορτίο.

Χωρητικότητα πυκνωτή

$$C = Q/V$$

Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή εκφράζει το μέγιστο φορτίο που μπορεί να αποκτήσει ο πυκνωτής για συγκεκριμένη τάση μεταξύ των οπλισμών του (*χωρίς να ξεσπά σπινθήρας*). Στο εσωτερικό του πυκνωτή δημιουργείται ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.

Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων

Για τον υπολογισμό των διανυσματικών μεγεθών δύναμης, έντασης δεν πρέπει να ξεχνάμε ότι πρέπει να υπολογίζονται: Μέτρο · Διεύθυνση - Φορά.

(I) Δύναμη Coulomb

(α) Αν ζητείται σε ένα πρόβλημα ο υπολογισμός της δύναμης που ασκείται από ένα φορτίο σε ένα άλλο φορτίο, εργαζόμαστε όπως επιβάλει ο νόμος του Coulomb, προσδιορίζοντας τα διανυσματικά χαρακτηριστικά της.

(β) Αν ζητείται ο υπολογισμός της δύναμης που δέχεται ηλεκτρικό φορτίο από σύστημα δύο ή περισσότερων φορτίων, θα υπολογίσουμε τη δύναμη που οφείλεται σε κάθε ένα από τα φορτία αυτά και στη συνέχεια θα προσθέσουμε τις δυνάμεις *διανυσματικά* για να προσδιορίσουμε τελικά το μέτρο, τη διεύθυνση και τη φορά της συνισταμένης.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots$$

(II) Ένταση σε σημείο ηλεκτρικού πεδίου

(α) Αν ζητείται σε ένα πρόβλημα ο υπολογισμός της έντασης σε σημείο ηλεκτρικού πεδίου, την βρίσκουμε απλά εφαρμόζοντας τη σχέση ορισμού της $\vec{E} = \vec{F}/q$ ή αν πρόκειται για πεδίο που οφείλεται σε σημειακό φορτίο, πεδίο Coulomb, από την σχέση:

$$E = k\frac{|Q|}{r^2}$$

Η διεύθυνση και η φορά της, προσδιορίζεται από το είδος του φορτίου Q.

(β) Αν ζητείται ο υπολογισμός της έντασης σε σημείο (Α) ηλεκτρικού πεδίου που οφείλεται σε δύο ή περισσότερα σημειακά φορτία, προσδιορίζουμε την ένταση του πεδίου που προκαλεί κάθε ένα φορτίο πηγή στο σημείο (Α) και στη συνέχεια θα προσθέσουμε τις εντάσεις διανυσματικά για να προσδιορίσουμε τελικά το μέτρο, τη διεύθυνση και τη φορά της συνισταμένης.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots$$

(III) Δυναμικό

Το δυναμικό είναι μονόμετρο μέγεθος. Επομένως για τον υπολογισμό του αρκεί ο προσδιορισμός της αλγεβρικής του τιμής.

(α) Εάν ζητείται σε ένα πρόβλημα να γίνει ο υπολογισμός του δυναμικού σε σημείο (Α) ηλεκτρικού πεδίου, υπολογίζεται από τη σχέση ορισμού $V_A = U_A/q$ ή αν πρόκειται για πεδίο σημειακού ηλεκτρικού φορτίου υπολογίζεται και από τη σχέση

$$V_A = k\frac{Q}{r}$$

και η *αλγεβρική τιμή* του αποτελέσματος είναι η ζητούμενη.
(*το φορτίο Q το αντικαθιστούμε με το πρόσημό του*).

(β) Εάν ζητείται το δυναμικό σε σημείο πεδίου που οφείλεται σε δύο ή περισσότερα σημειακά φορτία-πηγές, προσδιορίζουμε το δυναμικό που προκαλεί στο σημείο κάθε φορτίο πηγή και στη συνέχεια προσθέτουμε αλγεβρικά τα δυναμικά αυτά.

$$V_{ολ} = V_1 + V_2 + V_3 + ...$$

Λυμένα προβλήματα

Πρόβλημα 1

Επίπεδος πυκνωτής έχει τετραγωνικούς οπλισμούς, πλευράς 10cm. Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του είναι ℓ = 1mm. Να υπολογιστεί:

(α) Η χωρητικότητά του.

(β) Η ενέργεια που είναι αποθηκευμένη σ' αυτόν αν έχει φορτισθεί με φορτίο Q = 1μC.

Δίνεται $\varepsilon_0 = 8{,}85\ 10^{-12}\ C^2/N{\cdot}m^2$

Λύση

(α) Από τη σχέση (16) για τη χωρητικότητα έχουμε:

$$C = \varepsilon_o \frac{s}{\ell} = \left(8{,}85\cdot 10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2}\right)\frac{(0{,}1m)^2}{0{,}001m} = 8{,}85\cdot 10^{-11}F$$

(β) Η ενέργεια του πυκνωτή από τη σχέση (17) είναι:

$$U = \frac{Q\cdot V}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{(10^{-6}C)^2}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-11}F} = 0{,}0056\ J$$

Πρόβλημα 2

'Ενας πυκνωτής 90μF συνδέεται με μπαταρία 12V και φορτίζεται μέχρις ότου η τάση του να γίνει 12V. Πόσα ηλεκτρόνια μεταφέρθηκαν από τη μία πλάκα στην άλλη;

Δίνεται $q_e = -1{,}6{\cdot}10^{-19}C$

Λύση

Από τη σχέση ορισμού της χωρητικότητας σχέση (15) έχουμε:

$Q = CV = (90{\cdot}10^{-6}F){\cdot}(12V) = 108{\cdot}10^{-5}\ C$

Αυτό είναι το φορτίο σε κάθε ένα οπλισμό κατά απόλυτη τιμή. Ο αριθμός των ηλεκτρονίων που συναποτελούν το φορτίο Q είναι:

$$n = \frac{Q}{|q_e|} = \frac{108\cdot 10^{-5}C}{1{,}6\cdot 10^{-19}C} = 67{,}5\cdot 10^{14}\ \text{ηλεκτρόνια}$$

Πρόβλημα 3

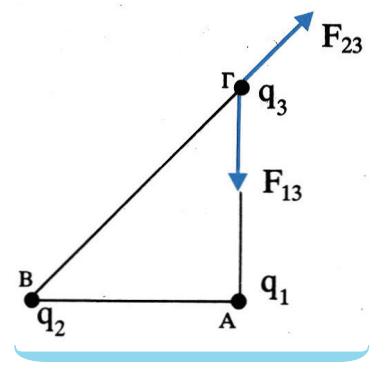
Τρία φορτία q_1 = -15μC, q_2 = +15pC και q_3 = +20μC, βρίσκονται στις κορυφές Α,Β,Γ αντίστοιχα ενός ισοπλεύρου ορθογωνίου τριγώνου.

Να υπολογισθούν:

(α) Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το φορτίο q_3.

(β) Η ένταση του πεδίου στο μέσο της Μ υποτείνουσας (ΒΓ).

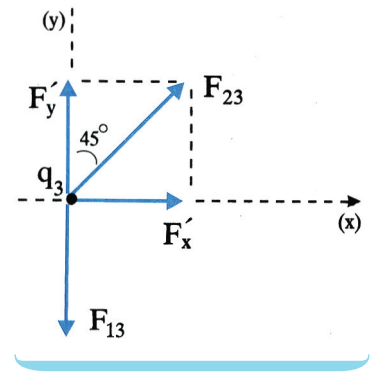
Δίνονται k = $9\cdot10^9$ Nm^2/C^2 και (ΑΒ) = (ΑΓ) = 2m.



Λύση

Για τον υπολογισμό της δύναμης F, που δέχεται το φορτίο q_3, θα υπολογίσουμε τη δύναμη $F_{1,3}$ που ασκεί το φορτίο q_1 στο φορτίο q_3 και την δύναμη $F_{2,3}$ που ασκεί το φορτίο q_2 στο φορτίο q_3.

Επειδή τα φορτία q_1 και q_3 είναι ετερώνυμα ενώ τα q_2, q_3 ομώνυμα, οι δυνάμεις $F_{1,3}$ και $F_{2,3}$ έχουν τις κατευθύνσεις που φαίνονται στο σχήμα.



Τα μέτρα των δυνάμεων είναι:

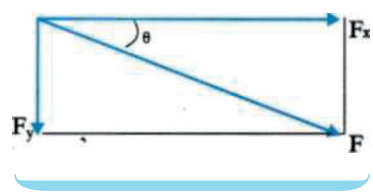
$$F_{1,3} = k\frac{|q_1\cdot q_3|}{A\Gamma^2} = 9\cdot10^9\frac{Nm^2}{C^2}\frac{15\cdot10^{-6}C\cdot20\cdot10^{-6}C}{(2m)^2} \text{ ή } F_{1,3} = 675\cdot10^{-3}N$$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο προκύπτει: $B\Gamma^2 = AB^2+A\Gamma^2 = 8m^2$

$$F_{2,3} = k\frac{|q_2\cdot q_3|}{B\Gamma^2} = 9\cdot10^9\frac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{15\cdot10^{-6}C\cdot20\cdot10^{-6}C}{8m^2} \text{ ή}$$

$$F_{2,3} = 337{,}5\cdot10^{-3}\ N$$

Αναλύουμε την $F_{2,3}$ σε δύο συνιστώσες F'_x και F'_y οι οποίες έχουν ίσα μέτρα, επειδή η δύναμη $F_{2,3}$ σχηματίζει γωνία 45° με την (ΑΓ).



$$F'x = F'y = F_{2,3}\sigma\upsilon\nu45^o = 337{,}5\cdot10^{-3}N\frac{\sqrt{2}}{2} \simeq 475\cdot10^{-3}N$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε την συνισταμένη των δυνάμεων στους άξονες x και y, F_x και F_y αντίστοιχα.

$$F_x = F'_x = 475\cdot10^{-3}N \text{ και}$$

$$F_y = F_{13} - F'_y = 675\cdot10^{-3}N - 475\cdot10^{-3}N \text{ ή}$$

$$F_y = 200\cdot10^{-3}N$$

Η συνισταμένη των δυνάμεων F έχει μέτρο:

$$F = \sqrt{F_X{}^2 + F_y{}^2} = \sqrt{(475\cdot10^{-3}N)^2 + (200\cdot10^{-3}N)^2}$$

$$F = 515{,}4\cdot10^{-3}N$$

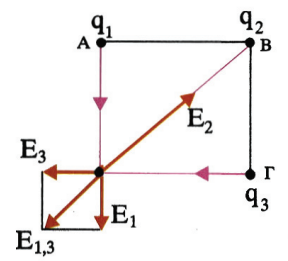
Η διεύθυνση της δύναμης F είναι: $\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_x}{F_y} = \frac{200 \cdot 10^{-3} N}{475 \cdot 10^{-3} N} = 0,42$

Πρόβλημα 4

Τρία ηλεκτρικά φορτία $q_1 = q_3 = \sqrt{2} \cdot 10^{-8} C$ και $q_2 = -10^{-7} C$, βρίσκονται στις τρεις κορυφές ενός τετραγώνου πλευράς d = 3m. Να βρεθούν:

(α) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται στην τέταρτη κορυφή.

(β) Το δυναμικό του πεδίου στην τέταρτη κορυφή.



Λύση

(α) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στη κορυφή Δ θα είναι ίση με την συνισταμένη των εντάσεων που οφείλονται στα q_1, q_2, q_3. Σχεδιάζουμε τις εντάσεις $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, $\vec{E}_3$ που δημιουργούν τα φορτία q_1, q_2, q_3 αντίστοιχα. Η κατεύθυνσή τους είναι η κατεύθυνση που προσδιορίζεται από τη φορά της αντίστοιχης δυναμικής γραμμής.

(Α→Δ, Δ→Β, Γ→Δ αντίστοιχα).

Όπως γνωρίζουμε: $E_1 = k\frac{|q_1|}{d^2}$, $E_3 = k\frac{|q_3|}{d^2}$

και επειδή $(ΒΔ)^2 = 2d^2$

$$E_2 = k\frac{|q_2|}{2d^2}$$

Πρώτα βρίσκουμε τη συνισταμένη των $\vec{E}_1$ και $\vec{E}_3$.

$$E_{1,3} = \sqrt{E_1^2 + E_3^2} = \sqrt{2E_1^2} = E_1\sqrt{2} = k\frac{|q_1|}{d^2}\sqrt{2} \text{ ή}$$

$$E_{1,3} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot 10^{-8} C}{(3m)^2}\sqrt{2} = 20\frac{N}{C}$$

Η διεύθυνση είναι ίδια με τη διεύθυνση της διαγώνιου ΒΔ δηλαδή σχηματίζει γωνία 45° με τις E_1 και E_3.

Η E_2 είναι:

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{10^{-7} C}{2(3m)^2} = 50\frac{N}{C}$$

Η διεύθυνση της E_2 είναι ίδια με την $E_{1,3}$ και η φορά αντίθετη. Επομένως, η συνισταμένη τους θα είναι: $\vec{E}_{ολ} = \vec{E}_{1,3} + \vec{E}_2$

Η αλγεβρική τιμή της $E_{ολ}$ είναι:

$$E_{ολ} = E_{1,3}+E_2 = 20\frac{N}{C}-50\frac{N}{C} = -30\frac{N}{C}$$

Δηλαδή η $\vec{E}_{ολ}$ θα έχει τη διεύθυνση και τη φορά της $\vec{E}_2$.

(β)Το δυναμικό ως μονόμετρο μέγεθος στη θέση (Δ) υπολογίζεται άμεσα από το άθροισμα των δυναμικών που δημιουργούν τα τρία φορτία στη θέση Δ: $V_δ = V_1+V_2+V_3$.

Τα δυναμικά είναι: $V_1 = V_3 = k\frac{q_1}{d} = 9\cdot10^9\frac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{\sqrt{2}\cdot10^{-8}C}{3m} = 42{,}3V$

και επειδή $(BΔ) = d\sqrt{2}$ το V_2 είναι:

$$V_2 = k\frac{q_2}{(BΔ)} = k\frac{q_2}{d\sqrt{2}} = 9\cdot10^9\frac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{(-10^{-7}C)}{3\sqrt{2}m} = -213{,}8V$$

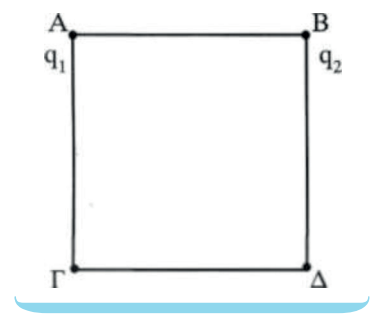
Επομένως, το δυναμικό $V_Δ$ = 42,3V+(-213,8)V+42,3V ή $V_Δ$ = -129,2 V

Πρόβλημα 5

Δίδονται δύο φορτία στις κορυφές Α και Β ενός τετραγώνου ΑΒΓΔ, $q_1 = 2\cdot10^{-7}C$ και $q_2 = -10^{-7}C$, πλευράς d = 3m, Να βρεθεί:

(α) Η διαφορά δυναμικού $V_{ΓΔ}$ μεταξύ των σημείων Γ και Δ.

(β) Αν φορτίο $q = -10^{-6}C$ μετακινηθεί από τη θέση (Γ) στη θέση (Δ), πόσο είναι το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση αυτή;



Λύση

(α) Η διαφορά δυναμικού $V_{ΓΔ}$ είναι: $V_{ΓΔ} = V_Γ - V_Δ$

Υπολογίζουμε τα δυναμικά $V_Γ$ και $V_Δ$.

$V_Γ = V_1 + V_2$ επομένως

$V_Γ = k\frac{q_1}{(AΓ)}+k\frac{q_2}{(BΓ)}$ και $(AΓ)=d\sqrt{2}$, $(BΓ)=d$ Επομένως:

$$V_Γ = 9\cdot10^9\frac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{2\cdot10^{-7}C}{3\sqrt{2}m}+9\cdot10^9\frac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{(-10^{-7}C)}{3m} \simeq 125V$$

όμοια $V_Δ=V_1+V_2=k\frac{q_1}{d}+k\frac{q_2}{BΔ}$ ή

$$V_Δ = 9\cdot10^9\frac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{2\cdot10^{-7}C}{3m}+9\cdot10^9\frac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{(-10^{-7}C)}{3\sqrt{2}m} \simeq 387V$$

Επομένως: $V_{ΓΔ} = V_Γ-V_Δ$ ή $V_Δ \simeq 125V+(-387)V \simeq -262V$

(β) Όπως μάθαμε $V_{\Gamma\Delta} = \dfrac{W_{\Gamma\to\Delta}}{q}$ ή $W_{\Gamma\to\Delta} = V_{\Gamma\Delta} \cdot q$

$$W_{\Gamma\to\Delta} = (-262V) \cdot (-10^{-6}C) = -262 \cdot 10^{-6} Joule$$

Ερωτήσεις - Δραστηριότητες

1. **α)** Να διατυπώσετε το νόμο του Coulomb και να γράψετε την αντίστοιχη σχέση.

β) Ποιες οι μονάδες των μεγεθών που εμφανίζονται στη σχέση;

2. Ποιες οι ομοιότητες και ποιες οι διαφορές ανάμεσα στο νόμο του Coulomb και το νόμο της παγκόσμιας έλξης;

3. Δύο όμοια ηλεκτρικά φορτία απέχουν σταθερή απόσταση. Ποιο θα είναι το αποτέλεσμα στη δύναμη Coulomb εάν:

(α) Ένα από τα δύο φορτία διπλασιαστεί.

(β)Ένα φορτίο διπλασιαστεί και το άλλο υποδιπλασιαστεί.

(γ) Διπλασιαστούν και τα δύο φορτία.

4. Ένα ηλεκτροσκόπιο μπορεί να χρησιμοποιηθεί, για να ανιχνεύει ηλεκτρικό φορτίο. Πλησιάζουμε μία αρνητικά φορτισμένη ράβδο στο σφαιρίδιο του ηλεκτροσκοπίου.

(α) Τι παρατηρείτε;

(β) Τι είδους φορτίο εμφανίζεται στο σφαιρίδιο;

(γ) Ποιο είναι το συνολικό φορτίο του ηλεκτροσκοπίου; (εξηγήστε)

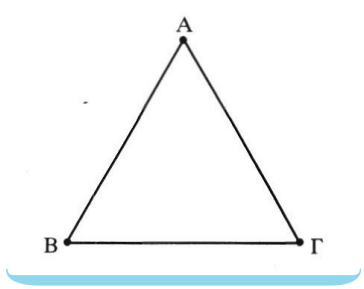
5. Τρίψτε ένα φουσκωμένο μπαλόνι σε ένα ύφασμα. Στη συνέχεια φέρτε σε επαφή το μπαλόνι με τον τοίχο. Το μπαλόνι «κολλά» στον τοίχο. Γιατί;

6. Δύο ετερώνυμα ηλεκτρικά φορτία q_1 και q_2 έλκονται με δύναμη F, όταν η απόστασή τους είναι r. Να βρεθεί η απόσταση στην οποία πρέπει να τοποθετηθούν, ώστε η ελκτική δύναμη να γίνει:

(α) 4F

(β) F/4

7. Δίνονται τρία όμοια ηλεκτρικά φορτία που βρίσκονται στις κορυφές Α, Β, Γ ισοπλεύρου τριγώνου. Ποια είναι η κατεύθυνση της δύναμης που δέχεται το φορτίο της κορυφής (Α);



8. Δύο όμοια ηλεκτρικά φορτία είναι ακίνητα στις δύο διαγώνια απέναντι κορυφές τετραγώνου. Πού δέχεται μεγαλύτερη δύναμη ένα τρίτο φορτίο, στις δύο ελεύθερες κορυφές ή στο κέντρο του τετραγώνου;

9. Τρίψτε το πλαστικό μέρος ενός στυλό στο πουκάμισό σας, για να το φορτίσετε. Στη συνέχεια ανοίξτε τη βρύση του νερού και πλησιάστε τη «*φλέβα*». Τι παρατηρείτε; Εξηγήστε το φαινόμενο.

10. Τι ονομάζουμε ένταση ηλεκτρικού πεδίου;

Να γράψετε την αντίστοιχη σχέση.

11. Η μονάδα μέτρησης της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι:
(α) C **(β)** N/m **(γ)** N/C **(δ)** J/C

12. Συμπληρώστε τα κενά του κειμένου:
Η ένταση $\vec{E}$ σε σημείο «Σ» ηλεκτρικού πεδίου που οφείλεται σε ηλεκτρικό φορτίο Q, έχει μέτρο που είναι.....του φορτίου Q και .....ανάλογο της απόστασης του «Σ» από το.....πηγή. Η κατεύθυνση της έντασης στο «Σ» εξαρτάται από το.....του φορτίου Q.

13. Χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστή, με (Λ) αν είναι λανθασμένη. Η κατεύθυνση της έντασης $\vec{E}$, σε ένα σημείο «Σ» ηλεκτρικού πεδίου:

(α) Είναι ανεξάρτητη της θέσης του σημείου «Σ».

(β) Είναι ανεξάρτητη της θέσης του σημείου «Σ» αν το πεδίο είναι ομογενές.

(γ) Είναι ανεξάρτητη από δοκιμαστικό φορτίο που τοποθετείται στο σημείο «Σ».

14. Χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστή, με (Λ) αν είναι λανθασμένη.
Δοκιμαστικό φορτίο q τοποθετείται σε πεδίο που δημιουργεί, σημειακό ηλεκτρικό φορτίο Q.
Η δύναμη που δέχεται το φορτίο q:

(α) Έχει μέτρο που εξαρτάται από τη θέση του φορτίου q μέσα στο πεδίο.

(β) Έχει τη διεύθυνση της αντίστοιχης δυναμικής γραμμής.

(γ) Έχει μέτρο που παραμένει σταθερό, για κάθε σημείο που βρίσκεται πάνω σε (νοητή) σφαιρική επιφάνεια, με κέντρο το σημειακό φορτίο Q.

(δ) Έχει φορά που δεν εξαρτάται από τη φορά της έντασης του πεδίου.

15. Δίνονται δύο ομώνυμα ηλεκτρικά φορτία $Q_1 = 2Q_2$, στις θέσεις (Α) και (Β) όπως στο σχήμα.

(Ι) Το ηλεκτρικό πεδίο μηδενίζεται σε σημείο που βρίσκεται:

(α) Αριστερά του Α.

(β) Δεξιά του Β.

(γ) Μεταξύ Α και Β.

(ΙΙ) Αν r_1 και r_2 είναι οι αποστάσεις του σημείου μηδενισμού της έντασης, από τα φορτία Q_1 και Q_2 αντίστοιχα, ο λόγος $\frac{r_1}{r_2}$ είναι:

(α) 1/2 **(β)** 2/1 **(γ)** $1/\sqrt{\ }$ **(δ)** $\sqrt{2}$

16. Συμπληρώστε τα κενά του κειμένου:
Κάθε ηλεκτροστατικό πεδίου μπορεί να απεικονίζεται μέσω των ..... γραμμών.
Οι δυναμικές γραμμές είναι οι νοητές γραμμές που σε κάθε σημείο τους η ..... του πεδίου είναι εφαπτόμενη.
Οι δυναμικές γραμμές δεν.....στο χώρο γύρω από τα φορτία. Όπου οι δυναμικές γραμμές είναι πιο πυκνές η ένταση του πεδίου είναι..... .

17. Χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστή, με (Λ) αν είναι λανθασμένη.
Κάθε ηλεκτροστατικό πεδίο παριστάνεται από ένα πλήθος (νοητών) γραμμών οι οποίες:

(α) Δεν τέμνονται έξω από τα φορτία.

(β) Είναι πάντοτε ευθύγραμμες.

(γ) Έχουν πάντοτε φορά από τα θετικά προς τα αρνητικά φορτία.

18. Να σχεδιάσετε τις δυναμικές γραμμές ηλεκτροστατικού πεδίου που οφείλεται:

(α) Σε ένα αρνητικό φορτίο.

(β) Σε δύο ίσα κατά απόλυτη τιμή και ετερώνυμα ηλετρικά φορτία.

19. Χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστή, με (Λ) αν είναι λανθασμένη.
Ηλεκτρικό φορτίο q τοποθετείται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, που δημιουργείται μεταξύ δυο όμοιων παράλληλων και ετερώνυμα φορτισμένων πλακών.
Η δύναμη που δέχεται το φορτίο q:

(α) Εξαρτάται από τη θέση του φορτίου μέσα στο πεδίο.

(β) Έχει κατεύθυνση που εξαρτάται από το είδος του φορτίου q.

(γ) Έχει μέτρο σταθερό.

(δ) Έχει διεύθυνση παράλληλη προς τις πλάκες.

(ε) Έχει πάντοτε φορά από τη θετική πλάκα στην αρνητική.

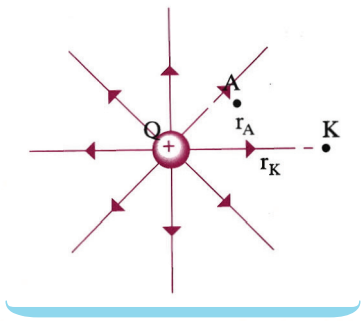
20. Να σχεδιάσετε τις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται, ανάμεσα σε δύο όμοιες παράλληλες μεταλλικές πλάκες, φορτισμένες με αντίθετα φορτία.

21. Αν το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο της προηγούμενης δραστηριότητας είναι κατακόρυφο και αρνητικά φορτισμένη σταγόνα λαδιού ισορροπεί μέσα σ’ αυτό:

(α) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται η σταγόνα.

(β) Να προσδιορίσετε το είδος του φορτίου κάθε πλάκας.

22. Θετικό σημειακό φορτίο Q, προκαλεί τη δημιουργία ηλεκτροστατικού πεδίου.

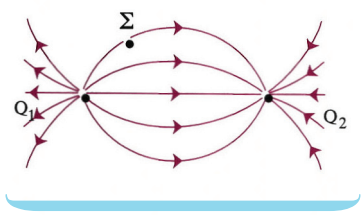


(α) Να σημειώσετε τη φορά των δυναμικών γραμμών.

(β) Να σχεδιάσετε το διάνυσμα της έντασης Ε του πεδίου στα σημεία «Κ» και «Λ».

(γ) Να βρεθεί ο λόγος των μέτρων εντάσεων του πεδίου $\frac{E_K}{E_\Lambda}$, αν: $r_K = 2r_\Lambda$.

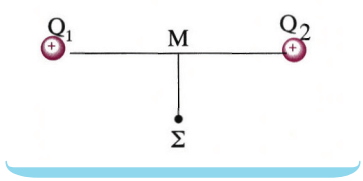
23. Δίνεται το πεδίο του σχήματος που οφείλεται στα σημειακά φορτία Q_1, Q_2.



(α) Ποιο είναι το είδος των φορτίων Q_1, Q_2;

(β) Σχεδιάστε το διάνυσμα της έντασης του πεδίου στο σημείο Σ.

24. Δίδονται δυο ίσα θετικά φορτία ($Q_1 = Q_2$) και σημείο «Σ» της κάθετης στο μέσο «Μ» της απόστασής τους.



(α) Να υποδείξετε μέθοδο για τη γραφική απεικόνιση της έντασης του πεδίου στη θέση «Σ».

(β) Ποια είναι η κατεύθυνση του διανύσματος $\vec{E}$;

(γ) Ποια η κατεύθυνση της δύναμης που θα ασκηθεί, αν στη θέση «Σ» τοποθετήσουμε αρνητικό δοκιμαστικό φορτίο q;

25. Συμπληρώστε τα κενά του κειμένου:
Η δυναμική ενέργεια αποτελεί κοινή ιδιότητα ενός.....ηλεκτρικών φορτίων. Για την περίπτωση αλληλεπίδρασης δύο ηλεκτρικών φορτίων q_1 και q_2, υπολογίζεται από τη σχέση U =..... .
Η μονάδα μέτρησης της δυναμικής ενέργειας είναι το..... .
Εάν το πρόσημο του αποτελέσματος είναι.....αυτό σημαίνει ότι οι δυνάμεις Coulomb μεταξύ των φορτίων είναι.....

26. Ποια από τις παρακάτω σχέσεις δίνει τη δυναμική ενέργεια συστήματος δυο σημειακών φορτίων Q_1, Q_2;

(α) $k\frac{Q_1Q_2}{r^2}$ (β) $k\frac{Q_1}{r^2}$ (γ) $k\frac{Q_1Q_2}{r}$ (δ) $k\frac{Q_2}{r^2}$

27. Να γίνουν οι αντιστοιχίσεις

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΔΥΟ ΦΟΡΤΙΩΝ	ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ
· Θετική δυναμική ενέργεια	· δυνάμεις ελκτικές
· Αρνητική δυναμική ενέργεια	· άπειρη απόσταση
· Δυναμική ενέργεια ίση με το μηδέν	· μηδενική απόσταση
	· ομόσημα φορτία

28. Χαρατηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστή, με (Λ) αν είναι λανθασμένη.

Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια δυο σημειακών φορτίων, είναι:

(α) Αντίστροφα ανάλογη της μεταξύ τους απόστασης.

(β) Είναι μέγεθος διανυσματικό.

(γ) Είναι πάντοτε θετική.

(δ) Η μονάδα μέτρησής της είναι: 1J/C.

29. Δοκιμαστικό φορτίο +q τοποθετείται στη θέση «Σ» πεδίου, που δημιουργείται από ακίνητο ηλεκτρικό φορτίο Q. Το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση του φορτίου q από το (Σ) στο άπειρο είναι:

(α) Ανάλογο του φορτίου q.

(β) Ίσο με τη δυναμική ενέργεια του φορτίου q στη θέση «Σ».

(γ) Ανεξάρτητο της διαδρομής που θα ακολουθήσει το φορτίο q.

(δ) Είναι άπειρο αφού η διαδρομή έχει άπειρο μήκος.

30. Ακίνητο θετικό ηλεκτρικό φορτίο Q, δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο. Τοποθετούμε δοκιμαστικό φορτίο q σε σημείο (Σ) του πεδίου. Αν η δυναμική ενέργεια του φορτίου q είναι αρνητική αυτό σημαίνει ότι:

(α) Το φορτίο q είναι ομόσημο του Q.

(β) Οι δυνάμεις μεταξύ των φορτίων είναι ελκτικές.

(γ) Για να μεταφερθεί το φορτίο q, από μεγάλη απόσταση στη θέση (Σ) απαιτείται να του προσφέρουμε ενέργεια.

31. Να δώσετε τον ορισμό και την αντίστοιχη σχέση, για το δυναμικό σε σημείο ηλεκτροστατικού πεδίου.

32. Συμπληρώστε τα κενά του κειμένου:

Το δυναμικό είναι ένα.....φυσικό μέγεθος, που μας δείχνει την.....ενέργεια που έχει η .....του ηλεκτρικού φορτίου στη συγκεκριμένη θέση του πεδίου.

33. Συμπληρώστε τα κενά του κειμένου:
Η μονάδα μέτρησης του δυναμικού στο S.I. είναι το.....
Θα λέμε ότι το δυναμικό σε μία θέση του πεδίου είναι ίσο με 1 ....., αν φορτίο ίσο με..... στη θέση αυτή έχει δυναμική ενέργεια ίση με 1.....

34. Χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστή, με Λ αν είναι λανθασμένη.
Φορτίο πηγή Q παράγει ηλεκτροστατικό πεδίο. Όταν δίνεται η πληροφορία ότι «Το δυναμικό σε μία θέση «Σ» του ηλεκτρικού πεδίου είναι, V_{Σ} = +10V», αυτό σημαίνει ότι:

(α) Η δυναμική ενέργεια δοκιμαστικού φορτίου είναι +10Joule.

(β) Δοκιμαστικό φορτίο -1C στη θέση «Σ» περιέχει δυναμική ενέργεια -10J.

(γ) Δοκιμαστικό φορτίο +1C στη θέση «Σ» θα μετακινηθεί στο άπειρο από τη δύναμη του πεδίου.

(δ) Το φορτίο πηγή είναι αρνητικό.

35. Δίνεται ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Τοποθετούμε δοκιμαστικό φορτίο +q σε μία θέση του πεδίου. Να αποδειχτεί ότι το φορτίο θα κινηθεί από σημεία υψηλότερου δυναμικού σε σημεία χαμηλότερου δυναμικού.

36. Τα σχήματα I και II αντιστοιχούν στις δυναμικές γραμμές δύο ηλεκτρικών πεδίων. Να δικαιολογήσετε τη συμφωνία ή τη διαφωνία σας με κάθε μία από τις παρακάτω απόψεις σημειώνοντας (Χ) αν συμφωνείτε:

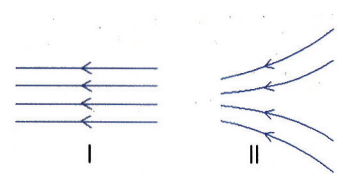
(α) Σε όλες τις θέσεις καθενός πεδίου, η ένταση είναι σταθερή.

(β) Καθώς κινούμαστε από αριστερά προς τα δεξιά η ένταση και των δύο πεδίων μειώνεται.

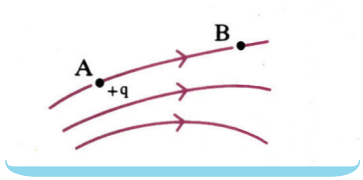
(γ) Η ένταση του πεδίου (I) είναι σταθερή, ενώ η ένταση του πεδίου (II) αυξάνεται καθώς κινούμαστε προς τα αριστερά.

(δ) Και τα δύο πεδία προκύπτουν από αρνητικά φορτία στ' αριστερά και θετικά στα δεξιά.

(ε) Το δυναμικό καθώς κινούμαστε προς τα αριστερά ελαττώνεται και στα δύο πεδία.



37. Χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστή, με Λ αν είναι λανθασμένη.
Θετικό φορτίο +q μετακινείται από τη θέση «Α» στην «Β».



(α) Η κίνηση γίνεται κάτω από την επίδραση της δύναμης του πεδίου.

(β) Το φορτίο στη θέση Β έχει μικρότερη δυναμική ενέργεια σε σχέση με την Α.

(γ) Η δύναμη που του ασκείται στη θέση Β είναι μικρότερη από τη δύναμη στη θέση Α.

(δ) Το δυναμικό στη θέση Α είναι μικρότερο από το δυναμικό στη θέση Β.

38. Να δώσετε τον ορισμό και την αντίστοιχη σχέση για τη διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων ηλεκτρικού πεδίου.

39. Συμπληρώστε τα κενά του κειμένου:
Η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο..... ηλεκτρικού πεδίου, μας δείχνει την.....της δυναμικής ενέργειας ανά ..... ηλεκτρικού φορτίου.

40. Συμπληρώστε τα κενά του κειμένου:
Η διαφορά δυναμικού είναι ..... φυσικό μέγεθος και έχει μονάδα μέτρησης το 1 ..... . Διαφορά δυναμικού ίση με 1 ..... μας δείχνει ότι, η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας φορτίου +1C μεταξύ των δύο θέσεων, είναι ίση με 1.....

41. Χαρακτηρίστε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστή ή Λ αν είναι λανθασμένη.
Η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων Α και Β ηλεκτρικού πεδίου είναι = -10V. Αυτό σημαίνει ότι:

(α) Αν αφήσουμε φορτίο +q στη θέση «Α», αυτό θα μετακινηθεί από τη θέση «Α» στην «Β».

(β) Η διαφορά των δυναμικών V_A- V_B είναι ίση με -10V.

(γ) Το δυναμικό $V_B > V_A$.

(δ) Αν μετακινήσουμε φορτίο q = 1C από το «Α» στο «Β» η δυναμική του ενέργεια θα ελαττωθεί κατά 10 Joule.

42. Τι ονομάζουμε χωρητικότητα ενός πυκνωτή;

43. Αν διπλασιάσουμε το φορτίο Q ενός φορτισμένου πυκνωτή, πόση θα γίνει η διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο οπλισμών του;

44. Συμπληρώστε τα κενά του κειμένου:
Η χωρητικότητα ενός πυνωτη είναι ένα φυσικό.....μέγεθος. Λέμε ότι η χωρητικότητα ενός πυκνωτή είναι ίση με 1 ..... όταν ο πυκνωτής έχει φορτίο ίσο με 1..... και η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του είναι ίση με 1 ..... . Εάν πυκνωτή χωρητικότητας C, τον φορτίσουμε με φορτίο Q (χωρίς να ξεσπάσει σπινθήρας) τότε η ενέργεια που έχει αποκτήσει είναι ίση με .....

45. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;
Ο πυκνωτής είναι:

(α) Μία συσκευή που αποθηκεύει ηλεκτρικά φορτία.

(β) Μία συσκευή που παράγει ηλεκτρικά φορτία.

(γ) Σύστημα δύο αγωγών σε επαφή.

46. Χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστή, με Λ αν είναι λανθασμένη.
Η χωρητικότητα πυκνωτή:

(α) Είναι ανάλογη του ηλεκτρικού του φορτίου.

(β) Είναι ανάλογη της διαφοράς δυναμικού, μεταξύ των οπλισμών του.

(γ) Είναι ίση με το σταθερό πηλίκο του φορτίου του Q προς την διαφορά δυναμικού V των οπλισμών του.

47. Χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστή, με Λ αν είναι λανθασμένη.

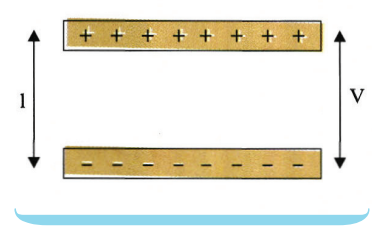
Η χωρητικότητα επίπεδου πυκνωτή μεγαλώνει αν:

(α) Αυξήσουμε την απόσταση μεταξύ των οπλισμών του.

(β) Αυξήσουμε το εμβαδόν των οπλισμών του.

(γ) Αυξήσουμε το εμβαδόν των οπλισμών του και
και ελαττώσουμε την απόστασή τους.

48. Δίνεται ο επίπεδος φορτισμένος πυκνωτής του σχήματος.



(α) Να σχεδιαστούν οι δυναμικές γραμμές του πεδίου του

(β) Αν διπλασιάσουμε το φορτίο του τι θα συμβεί με την ένταση, του ηλεκτρικού πεδίου;

(γ) Αν φορτίο +q μετακινηθεί από τη θετική πλάκα στην αρνητική, πότε θα είναι μεγαλύτερο το έργο ηλεκτρικής δύναμης, όταν ο πυνωτής έχει φορτίο Q ή 2Q;

(δ) Πότε το φορτίο q έχει μεγαλύτερη δυναμική ενέργεια; Κοντά στη θετική πλάκα, στην αρνητική πλάκα ή στο μέσο της απόστασης ℓ;

49. Να αποδειχτεί γραφικά (κατά ελεύθερη εκτίμηση), η σχέση τάσης-φορτίου σε άξονες V-Q για ένα πυκνωτή. Τι συμπέρασμα προκύπτει από το διάγραμμα, σχετικά με τη χωρητικότητα του πυκνωτή;

Προβλήματα

(α) Οι παρακάτω φυσικές ποσότητες, όπου χρειάζονται, θα θεωρούνται γνωστές;

$k = 9 \cdot 10^{9} \frac{Nm^2}{C^2}$, $q_p = |q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19} C$, $m_e = 9 \cdot 10^{-31} kg$, $m_p = m_n = 1,6 \cdot 10^{-27} kg$

$\varepsilon_o = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$, $g = 9,81 m/s^2$

(β) Τα φορτία των προβλημάτων θα θεωρούνται σημειακά και ακίνητα (εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά).

1. Να υπολογίσετε τον αριθμό των ηλεκτρονίων που συναποτελούν φορτίο ίσο με:

(α) -1C **(β)** -1mC **(γ)** -1μC **(δ)** -1nC **(ε)** -1pC

2. Δίνονται δύο σημειακά φορτία -0,04μC.
Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκείται από το ένα φορτίο στο άλλο, αν η απόστασή τους είναι:

(α) 3cm **(β)** 6cm

3. Δύο μικρές φορτισμένες σφαίρες έχουν ίσα ηλεκτρικά φορτία -0,02μC. Αν η δύναμη που ασκείται από τη μία σφαίρα στην άλλη έχει μέτρο $9 \cdot 10^{3}$N, να υπολογιστεί η απόσταση μεταξύ των σφαιρών.

4. Φορτίο $3 \cdot 10^{-9}$C βρίσκεται σε απόσταση 2cm από φορτίο q. Το φορτίο q δέχεται ελκτική δύναμη, μέτρου $27 \cdot 10^{-5}$N. Να βρεθεί το είδος και η ποσότητα του φορτίου q.

5. Δοκιμαστικό φορτίο +2μC τοποθετείται στο μέσο της απόστασης μεταξύ δύο φορτίων Q_1=+6μC και Q_2=+4μC, τα οποία απέχουν απόσταση 10cm. Να βρεθεί η δύναμη που ασκείται στο δοκιμαστικό φορτίο.

6. Τρία φορτία +2μC, -3μC και -5μC τοποθετούνται πάνω σε ευθεία και στις θέσεις Α, Β, Γ αντίστοιχα. Αν οι αποστάσεις μεταξύ των φορτίων είναι (ΑΒ) = 0,4m και (ΑΓ) = 1,2m, να βρεθεί η δύναμη που ασκείται στο φορτίο -3μC.

7. Να βρεθεί το μέτρο της έντασης ηλεκτροστατικού πεδίου, που δημιουργεί φορτίο Q = -2μC, σε απόσταση 3cm από αυτό.

8. Φορτίο $+4 \cdot 10^{-9}$C, δημιουργεί πεδίο έντασης μέτρου $3,6 \cdot 10^{-3}$N/C σε απόσταση r από αυτό. Να βρεθεί η απόσταση r.

9. Η ένταση ηλεκτρικού πεδίου σε απόσταση 1cm από ηλεκτρικό φορτίο-πηγή, έχει μέτρο $36 \cdot 10^{-9}$N/C. Να βρεθεί η ποσότητα του

ηλεκτρικού φορτίου.

10. Φορτίο +9μC απέχει απόσταση 30cm από άλλο φορτίο +4μC. Να βρεθεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου, στο μέσο της μεταξύ τους απόστασης.

11. Δοκιμαστικό ηλεκτρικό φορτίο q_1 = 2μC, βρίσκεται στη θέση (Σ) ηλεκτρικού πεδίου και δέχεται $2 \cdot 10^{-3}$N, κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα x. Να βρεθούν:

(α) Η ένταση του πεδίου στη θέση (Σ).

(β) Η δύναμη που θα δεχτεί φορτίο q_2 = -4μC στη θέση (Σ).

12. Στα σημεία Α και Β ευθείας (ε), που απέχουν απόσταση d = 0,3m, τοποθετούμε φορτία +2μC και +8μC αντίστοιχα. **α)** Σε ποιο σημείο της ευθείας η ένταση του πεδίου είναι μηδέν; **β)** Σε ποιο σημείο της ευθείας η ένταση μηδενίζεται αν το φορτίο +8μC αντικατασταθεί από φορτίο -8μC;

13. Δύο ηλεκτρικά φορτία βρίσκονται σε απόσταση d = 6m. Αν τα φορτία είναι ίσα με: **α)** +4μC, **β)** -4μC, να υπολογιστεί, η ένταση του πεδίου σε σημείο (Σ) της μεσοκάθετης στην απόσταση d, που απέχει 3m από το μέσο της απόστασης d.

14. Μικρός μεταλλικός δίσκος έχει βάρος $32 \cdot 10^{-3}$N, και ισορροπεί σε μικρό ύψος από την επιφάνεια της Γης. Κοντά στην επιφάνεια της Γης εμφανίζεται ηλεκτροστατικό πεδίο, έντασης Ε = 100N/C, κατακόρυφο και με φορά προς τα κάτω. Να βρεθεί το είδος και η ποσότητα του ηλεκτρικού φορτίου που έχει ο δίσκος.

15. Δύο όμοια μεταλλικά σφαιρίδια, έχουν το καθένα βάρος 0,45N και είναι στερεωμένα στις άκρες δύο, ίσου μήκους, μεταξωτών νημάτων. Τα νήματα έχουν μήκος 0,20m. Αν τα δύο σφαιρίδια έχουν ίσα φορτία, να βρεθεί το φορτίο καθενός, ώστε να ισορροπούν, με τα νήματα κάθετα μεταξύ τους.

16. Στις κορυφές ΑΒΓΔ τετραγώνου, πλευράς 0,1m, τοποθετούνται αντίστοιχα τα φορτία: +100μC, -200μC, +97μC, -196μC. Να υπολογίσετε την ένταση του πεδίου στο κέντρο του τετραγώνου.

17. Σωματίδιο με μάζα $1,0 \cdot 10^{-5}$Kg και φορτίο +1μC αφήνεται να κινηθεί σε ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης 12N/C. Να βρεθούν:

(α) Η μετατόπισή του μετά από χρόνο 1s.

(β) Η κινητική του ενέργεια στο τέλος του πρώτου δευτερολέπτου της κίνησης.

(γ) Ποιες μετατροπές ενέργειας συνέβησαν;

18. Με βάση το προηγούμενο πρόβλημα και μετά από 1s κίνησης, εφαρμόζουμε συγχρόνως και ένα αντίρροπο ομογενές ηλεκτρικό

πεδίο. Να βρεθεί ποια θα έπρεπε να είναι η έντασή του, ώστε να μηδενιστεί η ταχύτητα του σωματιδίου μετά από 1s.

19. Δύο ηλεκτρικά φορτία +4μC και -6μC, βρίσκονται σε απόσταση 0,4m. Να υπολογιστεί η δυναμική ενέργεια στου συστήματος των φορτίων.

20. Το σύστημα δύο ηλεκτρικών φορτίων +3μC και +4μC περιέχει ενέργεια 0,27Joule. Να βρεθεί η απόσταση μεταξύ των δύο φορτίων.

21. Φορτίο-πηγή +6μC δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο. Σε θέση που απέχει 0,3m από το φορτίο τοποθετείται δοκιμαστικό φορτίο -6nC. Πόση είναι η δυναμική ενέργεια του δοκιμαστικού φορτίου; (1nC = 10^{-9}C)

22. Να βρεθεί το δυναμικό σε απόσταση 0,9 m από φορτίο +6μC.

23. Σε ποια απόσταση από φορτίο +2μC το δυναμικό έχει τιμή $4 \cdot 10^{4}$Volt;

24. Δοκιμαστικό φορτίο +2μC τοποθετείται σε σημείο (Σ) ηλεκτρικού πεδίου. Αν το δυναμικό στη θέση (Σ) είναι -10V να βρείτε:

(α) Τη δυναμική ενέργεια του δοκιμαστικού φορτίου.

(β) Πόσο έργο πρέπει να προσφερθεί στο δοκιμαστικό φορτίο για να φθάσει στο άπειρο χωρίς ταχύτητα;

25. Δύο σημειακά φορτία +2μC και +18μC απέχουν απόσταση 16cm. Να βρεθεί:

(α) Σε ποιο σημείο μηδενίζεται η ένταση του πεδίου.

(β) Το δυναμικό στη θέση μηδενισμού της έντασης.

26. Ακίνητο σημειακό φορτίο +2μC, βρίσκεται σε σημείο «Σ».

(α) Να υπολογιστεί το δυναμικό σε απόσταση r_1 = 2m και r_2 = 4m από το (Σ).

(β) Αν σημειακό φορτίο q = 1μC τοποθετηθεί σε απόσταση r_1 ποια η δυναμική του ενέργεια;

(γ) Αν το φορτίο q = 2μC μετακινηθεί από τη θέση r_1 στη θέση r_2, ποιό είναι το έργο της δύναμης του πεδίου; Το έργο αυτό εξαρτάται από τη διαδρομή που θα ακολουθήσει το φορτίο q;

27. Στο μοντέλο του Bohr για το άτομο του υδρογόνου, τα ηλεκτρόνια μπορούν να περιστρέφονται γύρω από τον πυρήνα (πρωτόνιο) σε (επιτρεπόμενες) κυκλικές τροχιές. Αν μία τροχιά έχει ακτίνα r_1 = $21 \cdot 10^{-5}$m, να υπολογιστούν:

(α) Η δυναμική

(β) Η κινητική

(γ) Η μηχανική

ενέργεια του ηλεκτρονίου στην τροχιά ακτίνας r_1.

28. Τέσσερα ηλεκτρικά φορτία +30μC, -60μC, +90μC και -120μC βρίσκονται αντίστοιχα στις κορυφές Α, Β, Γ, Δ τετραγώνου, πλευράς $5\sqrt{2}$ m. Να υπολογίσετε:

(α) Το δυναμικό στο μέσο «Μ» της πλευράς (ΑΒ).

(β) Το δυναμικό στο κέντρο του τετραγώνου «Κ».

(γ) Το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μεταφορά φορτίου $q = 10^{-9}$C, από τη θέση «Μ» στη θέση «Κ». Ποιο είναι το φυσικό περιεχόμενο του έργου αυτού;

29. Στο πρόβλημα 28 να υπολογιστεί το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου, κατά τη μετακίνηση φορτίου + 1μC.

(α) Από τη θέση Μ στο άπειρο.

(β) Από τη θέση Κ στο άπειρο.

Ποιο συμπέρασμα βγάζετε σε κάθε μία περίπτωση;

30. Το σωματίδιο «α» έχει τη δομή του $^{4}_{2}He^{++}$δηλαδή αποτελείται από δύο πρωτόνια και δύο νετρόνια ($m_p = m_n$). Το σωματίδιο «α» επιταχύνεται, σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Εάν το αφήσουμε ($υ_0$ = 0), να επιταχυνθεί μεταξύ δύο σημείων ΑΒ που έχουν διαφορά δυναμικού ίση με 12.000V, να βρεθεί ποια είναι η ταχύτητά του στο σημείο Β.

31. Κατά τη διάρκεια μίας καταιγίδας, νέφος στην επιφάνειά του προς τη Γη εμφανίζει φορτίο -25C. Στην επιφάνεια της Γης, δημιουργούνται από επαγωγή, θετικά φορτία. 'Οταν η διαφορά δυναμικού μεταξύ νέφους - Γης φθάσει τα $5 \cdot 10^7$V, ο ατμοσφαιρικός αέρας παύει για λίγο να λειτουργεί ως μονωτής και ξεσπά ηλεκτρική εκκένωση, κατά την οποία ηλεκτρόνια του νέφους κατευθύνονται προς τη Γη (κεραυνός).

(α) Πόση ηλεκτρική ενέργεια απελευθερώθηκε;

(β) Πόση είναι η μέση ισχύς που αποδίδεται, αν η διάρκεια του φαινομένου είναι 10^{-3}s;

32. Πυκνωτής έχει χωρητικότητα 30μF. Πόση διαφορά δυναμικού πρέπει να εφαρμοστεί μεταξύ των δύο οπλισμών του πυκνωτή, για να αποκτήσει ηλεκτρικό φορτίο 10^{-3}C; Πόση ενέργεια έχει τότε ο πυκνωτής;

33. Δυο φύλλα αργιλίου έχουν διαστάσεις 10cm×20cm, και απέχουν απόσταση 0,5mm. Πόση είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή;

34. Επίπεδος πυκνωτής έχει οπλισμούς με εμβαδόν 200cm^2 ο καθένας. Εάν η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι $17{,}7 \cdot 10^{-11}$F, πόση είναι η απόσταση μεταξύ των δύο οπλισμών του;

35. Ο κάθε οπλισμός ενός επίπεδου πυκνωτή έχει εμβαδόν $0,2m^2$, ενώ οι οπλισμοί του απέχουν 4mm. Να υπολογίσετε:

(α) Τη χωρητικότητα του πυκνωτή.

(β) Το φορτίο που αποκτά ο πυνωτής, αν φορτισθεί με τάση 200V.

36. 'Ενας επίπεδος πυκνωτής, έχει χωρητικότητα 2μF, απόσταση οπλισμών 2cm, και έχει φορτιστεί με τάση 150V. Στη συνέχεια απομακρύνουμε την πηγή φόρτισης και διπλασιάζουμε την απόσταση των οπλισμών του. Να υπολογιστούν οι τιμές πριν και μετά το διπλασιασμό:

(α) Της χωρητικότητας του πυνωτή.

(β) Της τάσης μεταξύ των οπλισμών του.

(γ) Της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου.

(δ) Της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου.

Πώς εξηγείται η μεταβολή της ενέργειας του πυνωτή;

37. Δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες απέχουν απόσταση 0,5cm και είναι συνδεδεμένες με διαφορά δυναμικού 80V. Να βρεθεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ αυτών.

38. Διαφορά δυναμικού 120V εφαρμόζεται σε δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες. Εάν το πεδίο που παράγεται μεταξύ των πλακών είναι 600 V/m, πόσο απέχουν οι δύο πλάκες;

39. Δύο μεταλλικές πλάκες συνδέθηκαν με μπαταρία 4,5 V. Πόσο έργο απαιτείται για να μεταφερθεί φορτίο +4μC:

(α) Από την αρνητική στη θετική πλάκα;

(β) Από τη θετική στην αρνητική πλάκα;

Θεωρήστε την κινητική ενέργεια του φορτίου σταθερή.

40. Η ηλεκτρονική δέσμη στο σωλήνα μίας τηλεόρασης, αποτελείται από ηλεκτρόνια που επιταχύνονται από την κατάσταση ηρεμίας, μέσω διαφοράς δυναμικού περίπου 20.000V.

(α) Ποια είναι η κινητική ενέργεια που αποκτούν τα ηλεκτρόνια;

(β) Ποια είναι η ταχύτητα των ηλεκτρονίων;

41. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών ενός επίπεδου πυκνωτή είναι $5 \cdot 10^5$ V/m. Στο χώρο μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή, αιωρείται σταγόνα λαδιού που έχει βάρος $3,2 \cdot 10^{-13}$N. Ποιο είναι το ηλεκτρικό φορτίο της σταγόνας;

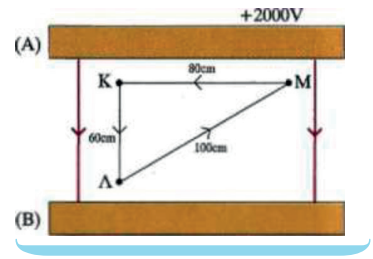
42. Μικρή αγώγιμη σφαίρα, που έχει μάζα $2 \cdot 10^{-4}$ Kg και φορτίο +6μC, βρίσκεται στην άκρη κατακόρυφου μεταξωτού νήματος ανάμεσα στους κατακόρυφους οπλισμούς ενός πυκνωτή. Οι οπλισμοί του πυκνωτή απέχουν απόσταση 5cm. Με ποια τάση πρέπει να φορ-

τιστεί ο πυκνωτής ώστε η σφαίρα να ισορροπεί σχηματίζοντας με τη κατακόρυφη, γωνία 30° (χωρίς να εφάπτεται στους οπλισμούς);

43. Δίνονται δύο σημεία Κ και Λ ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου. Η διαφορά δυναμικού $V_{K\Lambda}$ = 1000V. Εάν η απόσταση των ΚΛ είναι 50cm. Να υπολογισθούν:

(α) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου.

(β) Το δυναμικό σημείο «Λ», εάν το δυναμικό στο «Κ» είναι +200V.



44. Οι οπλισμοί Α και Β του πυκνωτή του σχήματος, απέχουν απόσταση 100cm και η διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο οπλισμών είναι 2.000V. Σημειακό φορτίο +1μC τοποθετείται στη θέση «Κ» που απέχει απόσταση 20cm από τον οπλισμό (Α). Να βρείτε το έργο της δύναμης του πεδίου για τη μετακίνηση του φορτίου:

(α) $W_{K\to\Lambda}$ **(β)** $W_{M\to K}$ **(γ)** $W_{K\to\Lambda\to M\to K}$

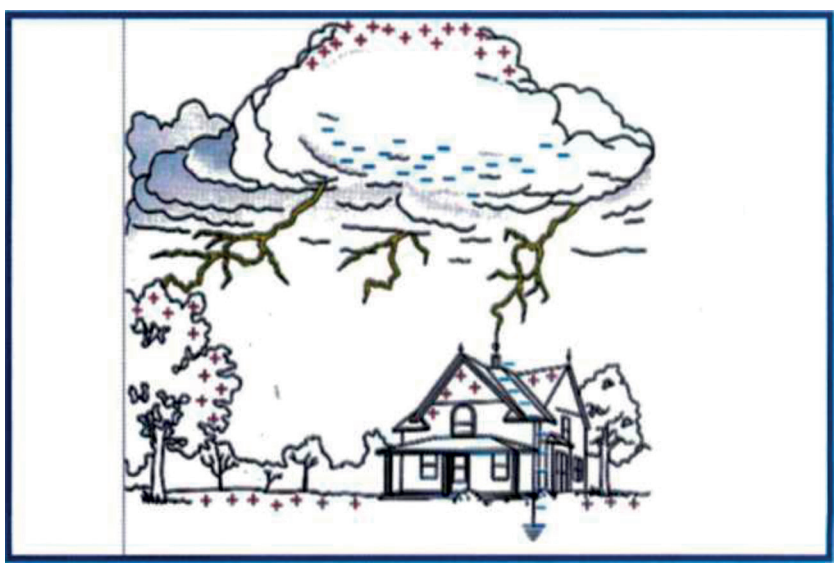
Ένθετα

Κεραυνός

Κάθε ένας μας, έχει γίνει μάρτυρας των βίαιων φωτεινών φαινομένων που παράγονται κατά τη διάρκεια μίας καταιγίδας.

Έχουμε παρατηρήσει τις λάμψεις που εμφανίζονται στο συννεφιασμένο ουρανό ή λάμψεις που «ταξιδεύουν» προς τη Γη.

Τα φαινόμενα αυτά είναι ηλεκτροστατικά φαινόμενα.



Εικόνα (Α). *Η συσσώρευση φορτίου στην επιφάνεια του νέφους επάγει θετικό φορτίο στην επιφάνεια της Γης.*

Κατά τη διάρκεια μίας καταιγίδας τα νέφη εμφανίζουν ηλεκτρικά φορτία με το κάτω μέρος τους φορτισμένο συνήθως αρνητικά και το επάνω θετικά (Εικ. Α).

Το αρνητικό φορτίο που βρίσκεται στη βάση του νέφους δημιουργεί με επαγωγή θετικά φορτία στην επιφάνεια της Γης.

Επομένως, εμφανίζεται ένα ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ νέφους-Γης.

Ο ατμοσφαιρικός αέρας είναι ένας μονωτής (διηλεκτρικό) που εμποδίζει την κίνηση του ηλεκτρικού φορτίου. Εάν όμως η ένταση του πεδίου μεταξύ νέφους-Γης αποκτήσει μεγάλη τιμή (κοντά στα $5 \cdot 10^6$ V/m) ο ατμοσφαιρικός αέρας γίνεται αγώγιμος (για μερικά μs) με αποτέλεσμα τα ηλεκτρόνια που βρίσκονται στη βάση του νέφους να τον διαπερνούν, και να δημιουργείται ηλεκτρική εκκένωση.

Τα ηλεκτρόνια σχηματίζουν μία σφήνα, που ονομάζεται «οδηγός», και η οποία ακολουθώντας στρεβλή τροχιά κατευθύνεται προς τη γη, δημιουργώντας ισχυρότατα πεδία.

Όταν η μύτη του οδηγού φθάσει σε ύψος μερικών δεκάδων μέτρων από το έδαφος, η εκκένωση που κατεβαίνει συναντά την ανερχόμενη και κλείνει το κύκλωμα νέφους - εδάφους.

Η ανερχόμενη προς το νέφος εκκένωση, δημιουργεί ρεύμα μεγάλης έντασης, 10.000 έως 20.000 A, το οποίο διαρκεί έως 0,01 ms. Το ανερχόμενο ρεύμα είναι εκείνο που δίνει τη φωτεινή αναλαμπή που βλέπουμε σαν κεραυνό.

Η διαδρομή, που ακολούθησε η ηλεκτρική εκκένωση έχει εξαιρετικά υψηλή θερμοκρασία που φθάνει τα 30.000 K. Η πίεση που επικρατεί στην περιοχή της εκκένωσης δημιουργεί αρχικά ένα κρουστικό κύμα το οποίο σταδιακά μετατρέπεται στο ηχητικό, που ακούμε μετά τη φωτεινή λάμψη.

Αλεξικέραυνο

Είναι ράβδοι αγώγιμες από χαλκό, οι οποίες τοποθετούνται σε υψηλά κτίρια και σε κατάλληλες θέσεις, εξέχουν σε ύψος της κατασευής, και μέσω αγωγού συνδέονται με τη Γη.

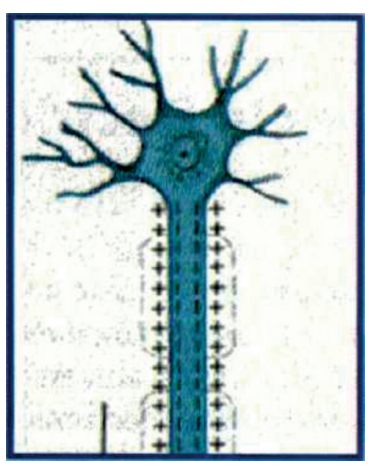
Κατά τη διάρκεια ενός κεραυνού οι ακίδες των αλεξικέραυνων «έλκουν» λόγω του σχήματός τους και της θέσης όπου βρίσκονται, την ηλεκτρική εκκένωση και «οδηγούν» τα αρνητικά φορτία στο έδαφος, προστατεύοντας τη γύρω περιοχή από τον κεραυνό.

Πυκνωτές και ανθρώπινο σώμα

Το ανθρώπινο σώμα περιέχει εκατομμύρια επίπεδων πυκνωτών. Στα νευρικά κύτταρα οι μεμβράνες, λειτουργούν ως μονωτικό υλικό, ξεχωρίζοντας θετικά και αρνητικά ηλεκτρικά φορτία.

Οι νευρικές ωθήσεις, ταξιδεύουν μεταξύ του εγκεφάλου μας και του υπολοίπου σώματός μας μέσω φόρτισης και εκφόρτισης αυτών των μικροσκοπικών πυκνωτών.

Οι τυπικές τιμές της χωρητικότητας και της διαφοράς δυναμικού ενός από τους μικροπυκνωτές ενός νευρικού κυττάρου αντιστοιχεί στη χωρητικότητα ενός επίπεδου πυκνωτή με εμβαδόν οπλισμού $1m^2$ και χωρητικότητα 0,01 F που είναι τεράστια, ενώ η τιμή της έντασης του πεδίου ενός νευρικού κυττάρου είναι της τάξης των 10^7 N/C!!

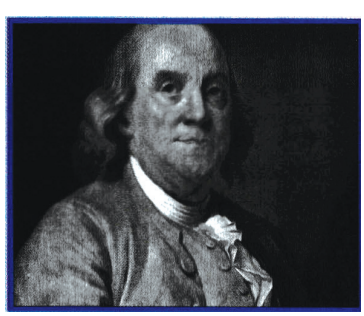


«Πυκνωτές» νευρικού κυττάρου.

Βενιαμίν Φραγκλίνος

Ο Βενιαμίν Φραγκλίνος (1706 - 1790), ήταν ο πρώτος Αμερικανός επιστήμονας που αναγνωρίστηκε διεθνώς. Το έργο του περιλαμβάνει μεταξύ των άλλων, τη διατύπωση μιας θεωρίας για την ηλεκτρική δράση στην οποία εξηγεί την παραγωγή και μετακίνηση φορτίου καθώς και τη φόρτιση με επαγωγή. Ασχολήθηκε επίσης με την ιδέα της ύπαρξης ενός ηλεκτρικού ρευστού και την αρχή διατήρησης του ηλετρικού φορτίου. Ήταν ο πρώτος που πρότεινε τους όρους θετικό και αρνητικό ηλεκτρικό φορτίο.

Το βασικό του όμως επίτευγμα ήταν η εφεύρεση του αλεξικέραυνου.



Το 1749 ο Φραγκλίνος έκανε την υπόθεση ότι τα σύννεφα είναι ηλεκτρισμένα και ότι η αστραπή είναι μία ταχύτατη απελευθέρωση

ηλεκτρικού ρευστού από τα σύννεφα. Καθώς μάλιστα ήταν απόλυτα πεισμένος ότι η αστραπή ήταν ένα ηλεκτρικό φαινόμενο, προειδοποιούσε στα κείμενά του τους αναγνώστες του ότι οι ψηλοί λόφοι, τα δένδρα και οι καμινάδες, ήταν ιδιαίτερα επικίνδυνα, διότι δρούσαν σαν προεξοχές, -σαν ακίδες- και μπορούσαν να προκαλέσουν εκφόρτιση των νεφών. Η δράση αυτή των ακίδων ήταν μία από τις πρώτες ανακαλύψεις του Φραγκλίνου, ο οποίος αν και αδυνατούσε να την εξηγήσει πίστευε ότι θα ήταν ιδιαίτερα χρήσιμη στην ανθρωπότητα.

Εκτελώντας ο ίδιος μία σειρά πειραμάτων παρατήρησε και μία άλλη λειτουργία της ακίδας με τη χρήση του αλεξικέραυνου. Το αλεξικέραυνο εκτός του ότι προκαλούσε εκφόρτιση ενός νέφους, μπορούσε να οδηγήσει την αστραπή με ασφάλεια στο έδαφος.

Ο Φραγκλίνος προσπάθησε να εξηγήσει και την απώθηση ανάμεσα σε φορτισμένα σώματα. Για το σκοπό αυτό πρότεινε την ιδέα της «ηλεκτρικής ύλης» την οποία θεωρούσε ότι αποτελείται από μικρά σωματίδια ικανά να διεισδύσουν στην κοινή ύλη, ακόμη και στα μέταλλα, χωρίς καμμία αισθητή αντίσταση. Η διαφορά ανάμεσα στην κοινή και στην ηλεκτρική ύλη, οφείλεται στην αμοιβαία έλξη των σωματιδίων της πρώτης και στην αμοιβαία άπωση των σωματιδίων της δεύτερης. Τα σωματίδια της ηλετρικής ύλης όμως έλκονται από την κοινή ύλη και σκορπίζονται μέσα σ’ αυτή. Μ’ άλλα λόγια η κοινή ύλη είναι ένα σφουγγάρι για το ηλεκτρικό ρευστό. Όταν όμως προστίθεται συνεχώς ηλεκτρική ύλη σ’ ένα σώμα, τότε αυτή δεν μπορεί να μπει μέσα στο σώμα και συγκεντρώνεται στην επιφάνειά του, όπου και σχηματίζει μία ηλεκτρική «ατμόσφαιρα». Το σώμα τότε ηλεκτρίζεται. Ο Φραγκλίνος, με τη θεωρία αυτή της «ηλεκτρικής ατμόσφαιρας» κατάφερε να εξηγήσει την άπωση ανάμεσα στα θετικά, φορτισμένα σώματα. Η θεωρία του όμως δεν μπορούσε να ερμηνεύσει την άπωση ανάμεσα στα αρνητικά φορτισμένα σώματα.

Γενικώς, με τα πειράματα του ο Φραγκλίνος απέδειξε ότι τα ηλεκτρικά φαινόμενα δεν είναι αποτελέσματα ανθρώπινων τεχνασμάτων στο εργαστήριο, αλλά αποτελούν μέρος των δραστηριοτήτων της φύσης.

3.1. Δυνάμεις μεταξύ ηλεκτρικών φορτίων

1. Έστω φορτίο Q περιέχει n ηλεκτρόνια· θα έχουμε $Q = n \cdot q_e$, επομένως $n = \frac{Q}{q}$, άρα:

(α) $n = 0{,}625 \cdot 10^{19} e$

(β) $n = 0{,}625 \cdot 10^{16} e$

(γ) $n = 0{,}625 \cdot 10^{13} e$

(δ) $n = 0{,}625 \cdot 10^{10} e$

(ε) $n = 0{,}625 \cdot 10^{7} e$

2. Η δύναμη μεταξύ των φορτίων δίνεται από το Νόμο του Coulomb:

$F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$ (Οι δυνάμεις είναι απωθητικές)

(α) $F_1 = k \frac{q_1 q_2}{r_1^2} \Rightarrow F_1 = 16 \cdot 10^{-3} N$

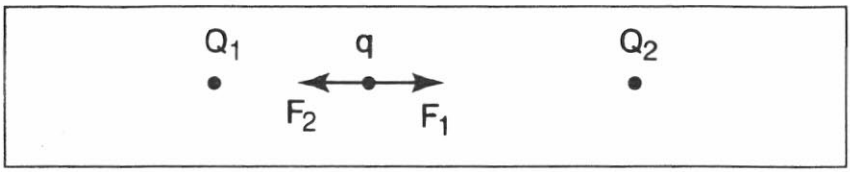
(β) $F_2 = k \frac{q_1 q_2}{r_2^2} \Rightarrow F_2 = 4 \cdot 10^{-3} N$

3. Από τον νόμο του Coulomb $r = \sqrt{\frac{k \cdot q \cdot q}{F}} \Rightarrow r = 2 \cdot 10^{-5} m$.

4. Εφόσον δίδεται ότι η δύναμη είναι ελκτική το φορτίο q είναι αρνητικό. Το μέτρο του φορτίου δίνεται από τη σχέση.

$$|q| = \frac{F \cdot d^2}{k|Q|} \Rightarrow |q| = 4 \cdot 10^{-9} C$$

5.



Η δύναμη που δέχεται το δοκιμαστικό φορτίο q είναι η συνισταμένη των δυνάμεων F_1 και F_2 από τα φορτία Q_1 και Q_2 αντίστοιχα.

Επομένως:

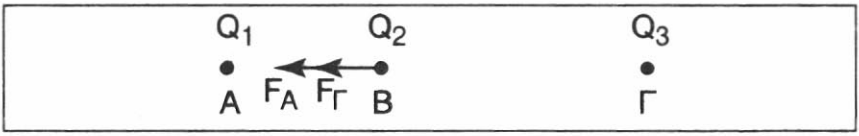
$$F_1 = k\frac{Q_1 q}{(r/2)^2} \Rightarrow F_1 = 43{,}2N$$

$$\text{όμοια } F_2 = k\frac{Q_2 q}{(r/2)^2} \Rightarrow F_2 = 28{,}8N$$

άρα $\Sigma F = F_1 - F_2 \Rightarrow \Sigma F = (43{,}2-28{,}8)N \Rightarrow \boxed{\Sigma F = 14{,}4N}$

και έχει τη φορά της F_1.

6.



$(B\Gamma) = (A\Gamma)-(AB) \Rightarrow$

$(B\Gamma) = 0{,}8m$

$$F_A = k\frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{(AB)^2} \Rightarrow F_A \simeq 0{,}34N$$

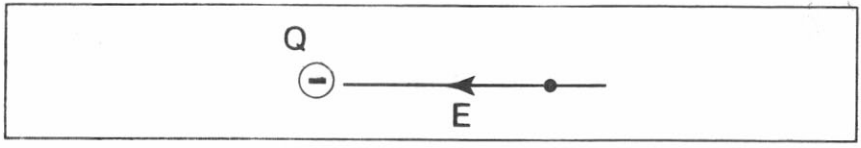
$$F_B = k\frac{|Q_3 \cdot Q_4|}{(B\Gamma)^2} \Rightarrow F_B = 0{,}21N$$

Επειδή οι δυνάμεις F_A, F_Γ είναι ομόρροπες η δύναμη που δέχεται το φορτίο Q_2 είναι:

$$\Sigma F = F_A + F_B \Rightarrow \boxed{\Sigma F = 0{,}55N}$$

και έχει την ίδια κατεύθυνση με τις F_A, F_Γ.

7.



Το μέτρο της έντασης του πεδίου είναι:

$$E = \frac{F}{q} \text{ και από το N. του Coulomb } F = k\frac{|Qq|}{r^2}$$

έχουμε: $E = k\frac{|Q|}{r^2}$ άρα $E = 2\cdot 10^7$ N/C

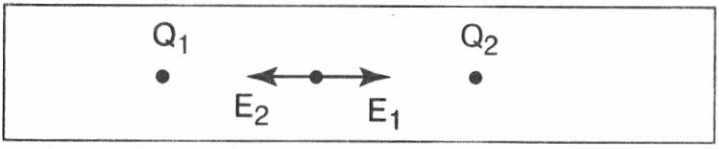
και έχει φορά προς το φορτίο πηγή Q.

8. Όπως γνωρίζουμε στο μέτρο της έντασης δίνεται από τη σχέση,

$$E = k\frac{|Q|}{r^2} \Rightarrow r = \frac{k|Q|}{E} \Rightarrow r = 100\text{m}$$

9. $E = k\frac{|Q|}{r^2} \Rightarrow |Q| = \frac{E\cdot r^2}{k} \Rightarrow Q = 4\cdot 10^{-22}$ C.

10.



Επειδή οι εντάσεις είναι αντίθετες η ένταση στο μέσο θα υπολογισθεί από τη διαφορά των εντάσεων E_1 και E_2.

$$E_1 = k\frac{|Q_1|}{(r/2)^2} \Rightarrow E_1 = 86\cdot 10^5 \text{N/C}$$

$$E_2 = k\frac{|Q_2|}{(r/2)^2} \Rightarrow E_2 = 16\cdot 10^5 \text{N/C}$$

άρα: $E_{o\lambda} = E_1 - E_2 \Rightarrow E_{o\lambda} = 20 \cdot 10^5 N/C$

και κατεύθυνση της E_1.

11. α) Η ένταση στο σημείο Σ έχει μέτρο:

$$E_\Sigma = \frac{F}{|q_1|} \Rightarrow E_\Sigma = 10^3\ N/C$$

και κατεύθυνση την θετική του άξονα x.

β) Το φορτίο q_2 θα δεχτεί δύναμη μέτρου:

$$F' = E \cdot |q_2| \Rightarrow F' = 4 \cdot 10^{-3} N$$

και κατεύθυνση αντίθετη της Ε.

12. Έστω σημείο Σ της ευθείας, όπου η ένταση θεωρείται μηδέν, και το σημείο απέχει απόσταση x από το Α. Πρέπει επομένως η ένταση από το φορτίο +2μC και η αντίθετης φοράς ένταση από το φορτίο +8μC, να έχουν ίσα μέτρα (ώστε η συνισταμένη τους να είναι μηδέν).

$$E_1 = E_2 \text{ ή } k\frac{|Q_1|}{x^2} = k\frac{|Q_2|}{(d-x)^2} \text{ ή}$$

$$\left(\frac{d-x}{x}\right)^2 = \left|\frac{Q_2}{Q_1}\right| \text{ ή } \frac{d}{x} = 1 \pm \sqrt{\left|\frac{Q_2}{Q_1}\right|} \text{ ή}$$

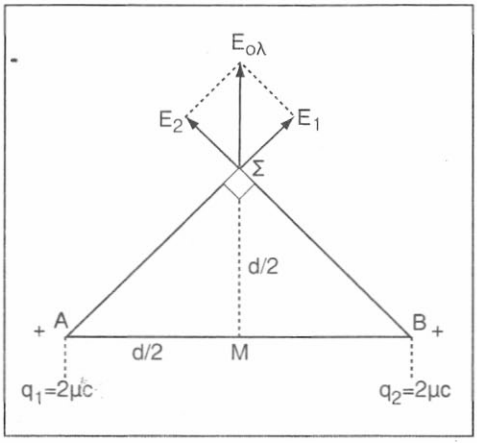
$$x = \frac{d}{1 \pm \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}}$$

$x_1 = 0{,}1$ m δεκτή όταν $q_1 q_2 > 0$

$x_2 = -0{,}3$m δεκτή όταν $q_1 q_2 < 0$

(ή $x_2 = 0{,}3$m το σημείο (Α) εκτός της (ΑΒ)).

13. Η ένταση στο σημείο Σ υπολογίζεται από τη συνισταμένη των δύο εντάσεων που δημιουργούν τα q_1 και q_2 τα οποία επειδή είναι ίσα δημιουργούν ίσου μέρου εντάσεις στο Σ,



$(A\Sigma)=(B\Sigma)=\sqrt{18}m.$

Το μέτρο των εντάσεων είναι:

$$E_1 = E_2 = k\,\frac{|q_1|}{(A\Sigma)^2} \Rightarrow$$

$E_1 = E_2 = 2\cdot 10^3 N/C.$

$\vec{E}_{ολ} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ άρα το μέτρο της συνισταμένης είναι:

$$E_{ολ} = \sqrt{E_1^2+E_2^2} \text{ ή}$$

$$E_{ολ} = \sqrt{2E_1^2} \text{ ή } E_{ολ} = E_1\sqrt{2}$$

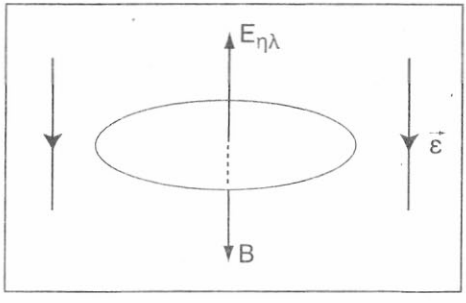
επειδή E_1 και E_2 είναι κάθετες μεταξύ τους.

Άρα:

$$E_{ολ} = 2000 \cdot \sqrt{2}\ N/C$$

και σχηματίζει γωνία 45° με κάθε μία από τις E_1 και E_2.

14. Το ηλεκτρικό φορτίο του δίσκου θα είναι αρνητικό ώστε η δύναμη που θα δέχεται από το ηλεκτρικό πεδίο να έχει φορά αντίθετη του βάρους και έτσι ο δίσκος να ισορροπεί.



Άρα: $F_{ηλ} = B$ ή $E.q = B$

$$q = \frac{B}{E} \text{ ή } q = 32.10^{-5}C$$

15. Στη θέση ισορροπίας ασκούνται οι δυνάμεις όπως στο σχήμα.

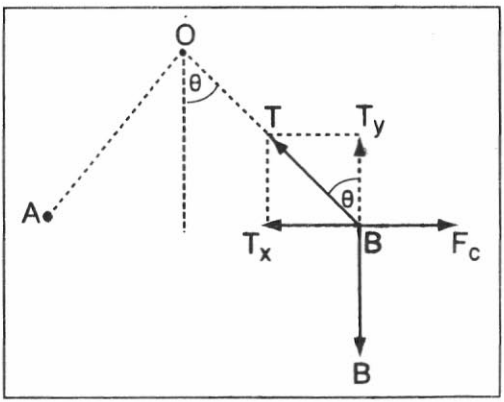
Λόγω ισορροπίας ισχύουν:

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma\vec{F}x = \vec{0} \Leftrightarrow F_c = T_x \\ \\ \Sigma\vec{F}_y = \vec{0} \Leftrightarrow B = T_y \end{array}\right\} \quad \frac{T_y}{T_x} = \frac{B}{F_c} \quad (1)$$

Επειδή $\theta = 45^\circ \Rightarrow εφθ = 1$ (2)

Επομένως $k\dfrac{|Q \cdot Q|}{r^2} = B$

$$\Rightarrow |Q| = \sqrt{\frac{B \cdot r^2}{k}} \quad (3)$$



όμως η απόσταση

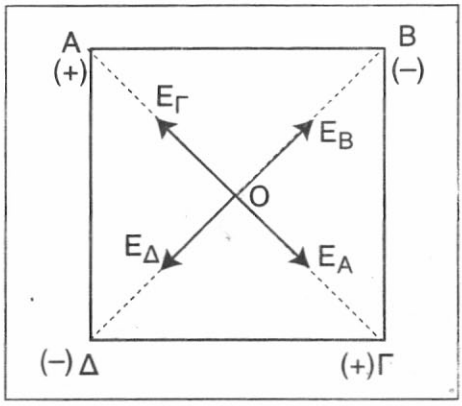
$r^2 = (AB)^2 = 2\ell^2$ (4)

από τις (3) και (4) έχουμε:

$$|Q| = \sqrt{\frac{2B\ell^2}{k}} \text{ και } Q = 2 \cdot 10^{-6}C.$$

16. Οι εντάσεις λόγω των τεσσάρων φορτίων στο κέντρο του τετραγώνου έχουν μέτρα:

$$E_A = k\frac{|Q_1|}{r^2}$$



άρα $E_A = 18 \cdot 10^7 N/C$

$$E_B = k \frac{|Q_2|}{r^2}$$

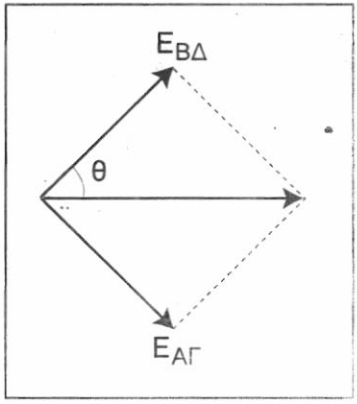
άρα $E_B = 36 \cdot 10^7 N/C$

$$E_Γ = k \frac{|Q_3|}{r^2}$$

άρα $E_Γ = 17{,}46 \cdot 10^7 N/C$

$$E_Δ = k \frac{|Q_4|}{r^2}$$

άρα $E_Δ = 35{,}28 \cdot 10^7 N/C$



Υπολογίζουμε τη συνισταμένη με διεύθυνση (ΑΓ):

$$E_{AΓ} = E_A - EΓ = 0{,}54 \cdot 10^7 N/C$$

Υπολογίζουμε τη συνισταμένη με διεύθυνση (ΒΔ):

$$E_{BΔ} = E_B - E_Δ = 0{,}72 \cdot 10^7 N/C$$

Και επομένως η συνισταμένη ένταση έχει μέτρο:

$$E_{ολ} = \sqrt{E_{AΓ}^2 + E_{BΔ}^2} \text{ ή } E_{ολ} = 9 \cdot 10^6 \, N/C$$

και $εφθ = \frac{E_{AΓ}}{E_{BΔ}}$ ή εφθ = 0,75.

17. α) Η μετατόπιση δίνεται από τη σχέση: $x = \frac{1}{2} at^2$ (1)

Η επιτάχυνση που δέχεται είναι: $a = \frac{F}{m}$ (2)

Η δύναμη από το ηλ. πεδίο είναι: $F = E \cdot q$ (3)

(3) $\Rightarrow$ $F = 12\cdot10^6 N$

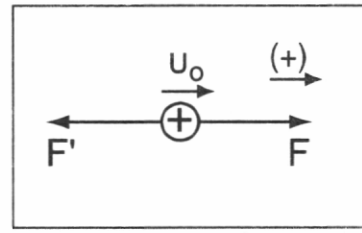
(2) $\Rightarrow$ $\alpha = 1{,}2 m/s^2$

από την (1) έχουμε: $x = 0{,}6$ m.

β) Η κινητική ενέργεια του φορτίου είναι:

$$\left.\begin{array}{l} k = \frac{1}{2} mu^2 \\ \\ u = \alpha t \end{array}\right\} k = \frac{1}{2} m\alpha^2 t^2 \text{ άρα } k = 7{,}2\cdot10^{-6} \text{ Joule.}$$

18. Έστω F η δύναμη από το αρχικό πεδίο, F΄ η αντίστοιχη από το αντίρροπο πεδίο και u_o η ταχύτητα που απέκτησε από την προηγούμενη κίνηση.



Ο χρόνος που χρειάζεται μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητα του φορτίου δίνεται από τη σχέση $t = \frac{u_o}{\alpha'}$ από την οποία προκύπτει:

$$\alpha' = \frac{u_o}{t} \text{ ή } \alpha' = 1\cdot2 m/s^2 \quad (1)$$

Επίσης από το νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$F - F' = -m\cdot\alpha \Rightarrow \mathscr{E}q - \mathscr{E}'q = -m\alpha \Leftrightarrow \mathscr{E}' = \frac{m\alpha}{q} + \mathscr{E} \Rightarrow$$

$$\mathscr{E}' = 24 N/C$$

19. Η δυναμική ενέργεια του συστήματος δίνεται από τη σχέση:

$$U = k\frac{Q_1Q_2}{r} \text{ άρα } U = -0{,}54 \text{ Joule}$$

20. Από τη σχέση $U = k\frac{Q_1Q_2}{r} \Rightarrow r = k\frac{Q_1Q_2}{U}$ και βρίσκουμε ότι:

$r = 0{,}4$ m.

21. Από τη σχέση $U = k\frac{Q\cdot q}{r}$ έχουμε $U = -10{,}8\cdot 10^{-4}$ Joule.

22. Από τη σχέση του δυναμικού έχουμε: $V = k\frac{Q}{r}$ ή $V = 6\cdot 10^4$V.

23. Από τη σχέση $V = k\frac{Q}{r} \Rightarrow r = \frac{k\cdot Q}{V}$ και $r = 0{,}45$m.

24. α) Από τη σχέση του δυναμικού: $U = q\cdot V$ βρίσκουμε $U = -20\cdot 10^{-6}$J.

β) Εφόσον η δυναμική του ενέργεια είναι αρνητική πρέπει να του προσφερθεί ενέργεια ίση με $+20\cdot 10^6$Joule για τη μεταφορά του φορτίου στο άπειρο.

25. Έστω $Q_1 = +2\mu C$ και $Q_2 = +18\mu C$ που βρίσκονται στις θέσεις Α και Β αντίστοιχα και απέχουν απόσταση $d = 16$cm.

(α) Έστω ότι η ένταση μηδενίζεται στη θέση Μ που απέχει απόσταση x από το Α.

Η ένταση στο σημείο Μ οφείλεται σε δύο πεδία που δημιουργούνται από τα φορτία Q_1 και Q_2.

Εφόσον η ένταση στο Μ υποτέθηκε μηδενική θα πρέπει

$$E_1 = E_2 \text{ ή } k\frac{|Q_1|}{x^2} = k\frac{|Q_2|}{(d-x)^2} \text{ ή } \left(\frac{d-x}{x}\right)^2 = \left|\frac{Q_2}{Q_1}\right|$$

Επομένως $x = \dfrac{d}{1 \pm \sqrt{\dfrac{Q_2}{Q_1}}}$ οπότε $x_1 = 0{,}04m$ η λύση $x_2 = -0{,}8m$

απορρίπτεται.

(β) Στο σημείο Μ το δυναμικό θα είναι $V_M = V_1 + V_2$ (1)

$V_1 = k\dfrac{Q_1}{x} \Rightarrow V_1 = 4{,}5 \cdot 10^5 V$ (2)

$V_2 = k\dfrac{Q_2}{d-x} \Rightarrow V_2 = 13{,}5 \cdot 10^5 V$ (3)

από τη σχέση (1) λόγω των (2) και (3) έχουμε: $V_M = 18 \cdot 10^5 V$.

26. α) Για $r_1 = 2m$: $V_1 = k\dfrac{Q}{r_1}$ ή $V_1 = 9 \cdot 10^3 V$

Για $r_2 = 4m$: $V_2 = k\dfrac{Q}{r_2}$ ή $V_2 = 4{,}5 \cdot 10^3 V$

β) $U_1 = q \cdot V_1$ ή $U_1 = 9 \cdot 10^{-3}$ J

γ) $W_F = q(V_1 - V_2)$ ή $W_F = 9 \cdot 10^{-3} J$.

27. α) Η δυναμική ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι: $U = k\dfrac{Q \cdot q_e}{r}$ από αυτή βρίσκουμε: $U = -1{,}1 \cdot 10^{-24} J$.

β) Η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι:

$$K = \frac{1}{2} m\upsilon^2 \quad (1)$$

η δύναμη Coulomb είναι κεντρομόλος και επομένως:

$$k\frac{Qq}{r^2} = \frac{m\upsilon^2}{r} \quad (2)$$

από τη (1) λόγω της (2) έχουμε:

$K = \frac{1}{2} k \frac{Qq}{r}$ και επομένως: $K = 0{,}55 \cdot 10^{-24} J$.

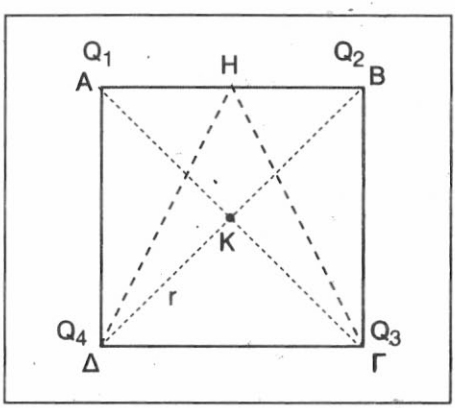
γ) Η ολική ενέργεια $E = U + K$ βρίσκουμε: $E = -0{,}55 \cdot 10^{-24} J$.

28. α) Το δυναμικό στο σημείο Μ είναι:

$V_M = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$ ή

$$V_M = k\frac{Q_1}{(AM)} + k\frac{Q_2}{(MB)} + k\frac{Q_3}{(M\Gamma)} + k\frac{Q_4}{(\Delta M)}$$ ή

$$V_M = \frac{k}{(AM)}(Q_1 - |Q_2|) + \frac{k}{(M\Gamma)}(Q_3 - |Q_4|)$$



από την οποία βρίσκουμε:

$$V_M = -111{,}24 \cdot 10^3 V$$

β) $V_K = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$ ή

$$V_K = k\frac{Q_1}{r} + k\frac{Q_2}{r} + k\frac{Q_3}{r} + k\frac{Q_4}{r}$$

από την οποία βρίσκουμε

$V_K = -108 \cdot 10^3 V$.

29. α) Το έργο κατά τη μετακίνηση του φορτίου από το Μ στο άπειρο είναι: $W_1 = q(V_M - V_\infty)$ ή $W_1 = q \cdot V_M$ ή

$$W_1 = -111{,}24 \cdot 10^{-3} J$$

β) Όμοια $W_2 = q(V_K - V_\infty)$ ή $W_2 = q \cdot V_K$ ή

$$W_2 = -108 \cdot 10^{-3} J.$$

30. Από το θεώρημα της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$K_T - K_A = W_F \text{ ή } K_T - K_A = q \cdot V \text{ ή } \frac{1}{2} m\upsilon^2 - 0 = q \cdot V$$

ή $\upsilon = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$ άρα $\upsilon = 11 \cdot 10^5$ m/s.

31. α) Η ηλεκτρική ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά τη διάρκεια του κεραυνού, είναι ίση με τη μεταβολή δυναμικής ενέργειας του φορτίου.

$$E_{\eta\lambda} = \Delta U = q \cdot V \text{ ή } E_{\eta\lambda} = -1{,}25 \cdot 10^9 J$$

β) Η μέση ισχύς από τη σχέση $\overline{P} = \frac{E_{\eta\lambda}}{t}$ ή $\overline{P} = -1{,}25 \cdot 10^9$ watt.

32. α) $C = \frac{Q}{V}$ άρα $V = \frac{Q}{C}$ ή $V = 50 \cdot 10^{-3}$V ή 50mV.

β) Η ενέργεια του πυκνωτή είναι $E_{\eta\lambda} = \frac{1}{2} QV$ από τον τύπο βρίσκουμε: $E_{\eta\lambda} = 25 \cdot 10^{-6}$J.

33. Το εμβαδόν κάθε οπλισμού είναι $S = 200cm^2$ ή $2 \cdot 10^{-2}m^2$ το μήκος $\ell = 5 \cdot 10^{-4}$m.

β) Χωρητικότητα του πυκνωτή είναι: $C = \varepsilon\varepsilon_o \frac{s}{\ell}$

Επειδή $\varepsilon = 1$ έχουμε $C = \varepsilon_o \frac{s}{\ell}$ και από αυτή έχουμε:

$C = 3{,}54 \cdot 10^{-10}$F.

34. Από την $C = \varepsilon_o \frac{S}{\ell}$ έχουμε: $\ell = \frac{\varepsilon_o \cdot S}{C}$ από όπου βρίσκουμε

$$\ell = 1mm.$$

35. α) Η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι: $C = \varepsilon_o \frac{S}{\ell}$ από όπου βρίσκουμε: $C = 4{,}43 \cdot 10^{-10}F$.

β) Το φορτίο του πυκνωτή είναι: $Q = CV$ από όπου $Q = 886 \cdot 10^{-10}C$.

36.

ΠΡΙΝ (ΤΟ ΔΙΠΛΑΣΙΑΣΜΟ)	ΜΕΤΑ (ΤΟ ΔΙΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ)
$C = 2 \cdot 10^{-6}F$	$C' = \varepsilon_o \frac{S}{2\ell} = 10^{-6}F$
$Q = C \cdot V = 300 \cdot 10^{-6}C$	$V' = \frac{Q}{C'} = 300V$
$V = 150V$	$E' = \frac{V'}{2\ell} = 0{,}75 \cdot 10^4$ V/M
$E = V/\ell = 7 \cdot 500$ V/m	
$E_{\eta\lambda} = \frac{1}{2} Q \cdot V = 225 \cdot 10^{-4}J$	$E_{\eta\lambda} = \frac{1}{2} Q \cdot V' = 450 \cdot 10^{-4}J$

37. Η ένταση δίνεται από την $E = \frac{V}{\ell}$ από την οποία βρίσκουμε:

$$E = 160 \text{ V/m}$$

38. Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών είναι $\ell = \frac{V}{E}$ από την οποία βρίσκουμε $\ell = 0{,}2m$.

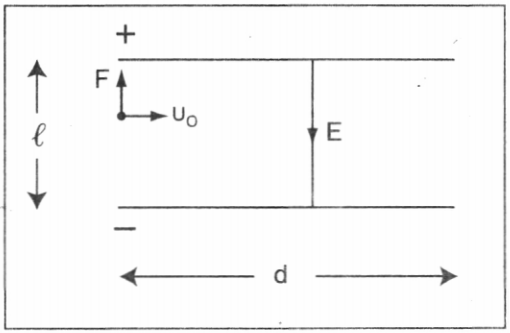
39. α) Για την μετακίνηση του θετικού φορτίου από την αρνητική στη θετική πλάκα απαιτείται έργο εξωτερικής δύναμης ίσο με το αρνητικό έργο της δύναμης του πεδίου. Άρα:

$$W_{F_{\varepsilon\xi}} = q \cdot V = 18 \cdot 10^{-6} \text{ Joule}$$

β) Σ' αυτή τη περίπτωση το πεδίο μετακινεί το φορτίο αυθόρμητα και επομένως θα πρέπει να ασκηθεί στο φορτίο εξωτερική δύναμη ώστε να μετακινηθεί με σταθερή κινητική ενέργεια. Το έργο αυτό θα είναι αντίθετο του έργου της δύναμης του πεδίου, άρα:

$$W_{F_{\varepsilon\xi}} = -9 \cdot V = -18 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

40.



(Η τάση V να ληφθεί ίση με 90 Volt).

άξονας x: κίνηση ευθύγραμμη ομαλή

$$d = u_o t \Rightarrow t = \frac{d}{u_o} \Rightarrow$$

$$t = 2{,}5 \cdot 10^{-9} \text{sec}$$

άξονας y: κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma F_y = m_e \cdot a_y \Leftrightarrow E\,|q_e| = m_e \cdot a_y \\ E = \dfrac{V}{\ell} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$a_y = \frac{V|q_e|}{m_e \cdot \ell} = 16 \cdot 10^{14}\ m/s$$

μετά από χρόνο t: $\upsilon_y = a_y \cdot t \Rightarrow \upsilon_y = 4 \cdot 10^6\ m/s$

Η ταχύτητα επομένως κατά την έξοδο είναι:

$\upsilon = \sqrt{\upsilon_o^2 + \upsilon_y^2} \Rightarrow \upsilon = 2{,}04 \cdot 10^7\ m/s.$

και η διεύθυνσή της: $\varepsilon\varphi\theta = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = 0.2.$

41. α) $K = q \cdot V$ βρίσκουμε $K = 3{,}2 \cdot 10^{-15} J$.

β) $K = \frac{1}{2} m\upsilon^2$ άρα: $\upsilon = \sqrt{\frac{2K}{m}}$ βρίσκουμε: $\upsilon = 8{,}4 \cdot 10^7 m/s$.

42. Εφ'όσον αιωρείται η σταγόνα $\Sigma F = 0$ ή $F_{\eta\lambda} = B$ (1)

αλλά η $F_{\eta\lambda} = E \cdot q$ ή $F_{\eta\lambda} = \frac{V}{\ell} \cdot q$ (2)

από τις (1) και (2) $q = \frac{B \cdot \ell}{V}$ βρίσκουμε: $q = 6{,}4 \cdot 10^{-19} C$.

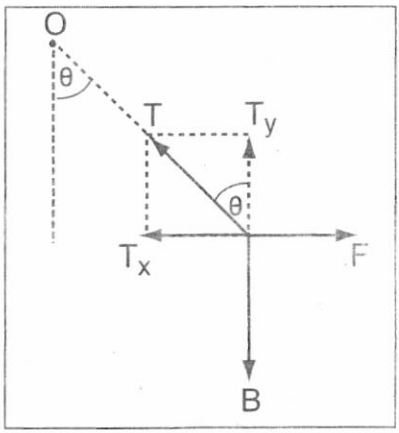
43. $\Sigma \vec{F}_y = 0$ ή $T_y = B$

$\Sigma \vec{F}_x = 0$ ή $T_x = F$

$$\frac{T_y}{T_x} = \frac{B}{F} \Leftrightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{B}{F} \quad (1)$$

$$F = E \cdot q = \frac{V}{\ell} q \quad (2)$$

από τις (1) και (2) έχουμε:



$$V = \frac{mg\ell \cdot \varepsilon\varphi 30}{q}$$ βρίσκουμε:

$V = 9{,}43V.$

44. α) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου βρίσκεται από τη σχέση:

$$E = \frac{V_{K\Lambda}}{\ell} \quad \text{άρα } E = 200\frac{V}{m}$$

β) $V_{K\Lambda} = V_K - V_\Lambda \Rightarrow V_\Lambda = V_K - V_{K\Lambda} \Rightarrow V_\Lambda = -800V.$

45. Η ένταση του πεδίου δίνεται από τη σχέση:

$$E = \frac{V}{\ell} \quad \text{και επομένως } E = 20\frac{V}{cm}$$

άρα μεταξύ των σημείων (ΚΛ) η διαφορά δυναμικού $V_{K\Lambda}$ βρίσκεται από την αντίστοιχη σχέση:

$$E = \frac{V_{K\Lambda}}{\ell_{K\Lambda}} \quad \text{άρα } V_{K\Lambda} = E \cdot \ell_{K\Lambda} \quad \text{άρα: } V_{K\Lambda} = 1200V$$

α) Επομένως το έργο της δύναμης του πεδίου είναι:

$$W_{K\Lambda} = q \cdot V_{K\Lambda} \quad \text{άρα } W_{K\Lambda} = 12 \cdot 10^{-4}J.$$

β) Το έργο W_{MK} είναι μηδενικό διότι η δύναμη του πεδίου είναι κάθετη στη μετατόπιση ΜΚ (ή διότι η $V_{MK} = 0$).

γ) Το έργο $W_{K\Lambda MK}$ είναι μηδενικό γιατί το ηλεκτροστατικό πεδίο είναι συντηρητικό (ή $V_{K\Lambda MK} = 0$).

4 ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

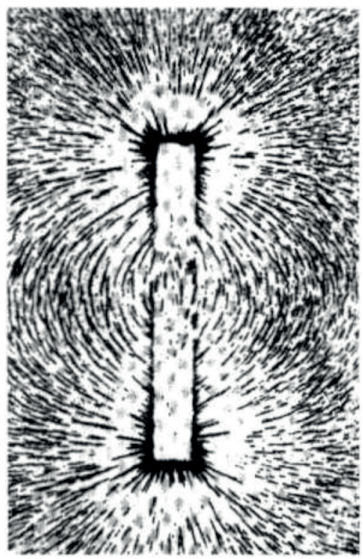
4.1. Μαγνητικό πεδίο
4.2. Μαγνητικό πεδίο ρευματοφόρων αγωγών
4.3. Ηλεκτρομαγνητική δύναμη
4.4. Η ύλη μέσα στο μαγνητικό πεδίο
4.5. Εφαρμογές ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων
4.6. Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή

Από την αρχαιότητα οι άνθρωποι χρησιμοποιούν την αλληλεπίδραση της βελόνας μίας πυξίδας με το μαγνητικό πεδίο της Γης.
Το μαγνητικό πεδίο μπορεί να δημιουργείται από μόνιμους μαγνήτες, αλλά όπως θα δούμε και από κινούμενα ηλεκτρικά φορτία.
Οι μαγνητικες δυνάμεις παίζουν πρωτεύοντα ρόλο στην καθημερινή ζωή π.χ. ηλεκτρικούς κινητήρες, τηλεόραση, ηχεία, εκτυπωτές, ηλεκτρονικοί υπολογιστές, τηλέφωνο κ.ά.

Σ' ένα κλειστό κύκλωμα η μεταβολή της μαγνητικής ροής προκαλεί ηλεκτρεγερτική δύναμη και ρεύμα. Το ρεύμα αυτό θα έχει τέτοια φορά, ωστε να αντιτίθεται στη μεταβολή της μαγνητικής ροής που το προκάλεσε.

Σ' αυτή την ενότητα θα μελετήσουμε το μαγνητικό πεδίο, τις μαγνητικες δυνάμεις και την ηλεκτρεγερτική δύναμη επαγωγής.

4.1. Μαγνητικό πεδίο



Φωτογραφία μαγνητικού φάσματος ραβδόμορφου μαγνήτη
Εικόνα 4-1.

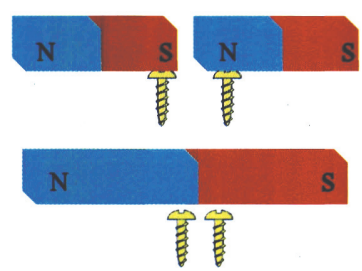
α) Περιγραφή

Πάνω σε μία γυάλινη επιφάνεια απλώνουμε ρινίσματα σιδήρου. Κάτω από την επιφάνεια τοποθετούμε ένα ραβδόμορφο μαγνήτη, ώστε τα ρινίσματα σιδήρου να μαγνητιστούν. Κτυπάμε λίγο τη γυάλινη επιφάνεια με το χέρι μας και βλέπουμε τα ρινίσματα να παίρνουν μία καθορισμένη μορφή. Η εικόνα που σχηματίστηκε είναι ανάλογη με αυτή των δυναμικών γραμμών ενός ηλεκτρικού πεδίου. Μπορούμε να πούμε ότι πρόκειται για δυναμικές γραμμές ενός μαγνητικού πεδίου.

Οι περιοχές όπου τα ρινίσματα σιδήρου είναι περισσότερο συγκεντρωμένα, εκεί δηλαδή όπου πυκνώνουν οι δυναμικές γραμμές, **ονομάζονται πόλοι του μαγνήτη**.

Η μορφή που βλέπουμε πάνω στη γυάλινη επιφάνεια, το σύνολο δηλαδή των δυναμικών γραμμών, **ονομάζεται μαγνητικό φάσμα** (Εικ. 1).

Κάθε μαγνήτης έχει δύο διαφορετικούς πόλους που τους ονομάζουμε βόρειο και νότιο. Οι ομώνυμοι πόλοι απωθούνται, ενώ οι ετερώνυμοι έλκονται. Διαπιστώνουμε ότι όσο απομακρυνόμαστε από τους πόλους και πλησιάζουμε προς το μέσο του μαγνήτη, οι μαγνητικές δυνάμεις εξασθενούν (Εικ. 2).



Παρατηρούμε ότι όταν ενώσουμε τους δύο μαγνήτες οι βίδες που συγκρατούσαν θα πέσουν. Αυτό γίνεται επειδή ενώνοντας τους δύο μαγνήτες οι βίδες θα βρίσκονται στο μέσο του μεγάλου μαγνήτη όπου οι μαγνητικές δυνάμεις εξασθενούν.
Εικόνα 4-2.

Αν κόψουμε ένα μαγνήτη σε δύο μέρη προκύπτουν δύο νέοι μαγνήτες. Όσες φορές και αν επαναληφθεί αυτό θα προκύπτουν πάντοτε νέοι μαγνήτες. Έτσι, συμπεραίνουμε ότι οι μαγνητικοί πόλοι υπάρχουν πάντα σε ζευγάρια.

Έχουν γίνει εκτεταμένες έρευνες για να βρεθούν μαγνητικά μονόπολα, χωρίς όμως επιτυχία μέχρι σήμερα.

Αν τοποθετήσουμε μία μαγνητική βελόνα σε διαφορετικά σημεία ενός χώρου που υπάρχουν μαγνητικές γραμμές, παρατηρούμε ότι η μαγνητική βελόνα προσανατολίζεται, με τον άξονά της εφαπτόμενο σε κάθε σημείο των δυναμικών γραμμών.

Ο χώρος στον οποίο μία μαγνητική βελόνα δέχεται δυνάμεις με αποτέλεσμα να προσανατολίζεται ονομάζεται μαγνητικό πεδίο. Η διεύθυνση του πεδίου σε κάποιο σημείο του είναι η διεύθυνση του άξονα της βελόνας, όταν αυτή είναι ελεύθερη να κινηθεί.

Επειδή δεν είναι δυνατό να απομονωθεί ένας μαγνητικός πόλος (Βόρειος ή Νότιος) οι μαγνητικές δυναμικές γραμμές είναι πάντοτε

κλειστές. Οι μαγνητικές γραμμές στο χώρο έξω από το μαγνήτη εξέρχονται από το βόρειο και εισέρχονται στο νότιο πόλο (Εικ. 3).

Όπως στο ηλεκτρικό πεδίο χρησιμοποιούμε το διανυσματικό μέγεθος της έντασης $\vec{E}$ για να περιγράφουμε το πεδίο και να εκφράσουμε το πόσο ισχυρό είναι, έτσι και στο μαγνητικό πεδίο αντίστοιχα εισάγουμε το διανυσματικό μέγεθος $\vec{B}$ που ονομάζεται ένταση του μαγνητικού πεδίου ή μαγνητική επαγωγή.

Το διάνυσμα της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου σε ένα σημείο του έχει διεύθυνση τη διεύθυνση του άξονα της μαγνητικής βελόνας (αυτή ισορροπεί με την επίδραση του πεδίου) και φορά από το νότιο προς το βόρειο πόλο της. (Εικ. 3).

Η μονάδα της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο S.I. ονομάζεται Tesla $\left(1\,\text{Tesla} = 1\frac{\text{N}}{\text{Am}}\right)$ και ο πλήρης ορισμός της θα δοθεί σε επόμενη παράγραφο.

Κατ' αναλογία λοιπόν με το ηλεκτρικό πεδίο, **ορίζουμε δυναμική γραμμή του μαγνητικού πεδίου τη γραμμή που σε κάθε σημείο της το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι εφαπτόμενο σ' αυτή.**

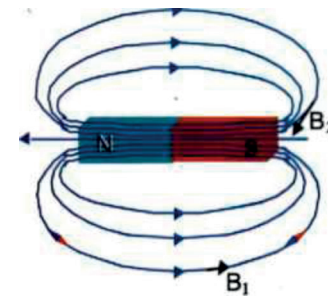
'Οταν σε ένα πεδίο, η ένταση παραμένει σταθερή κατά διεύθυνση φορά και μέτρο, το πεδίο λέγεται ομογενές (Εικ. 5).

Στο πεδίο αυτό οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες και ισόπυκνες.

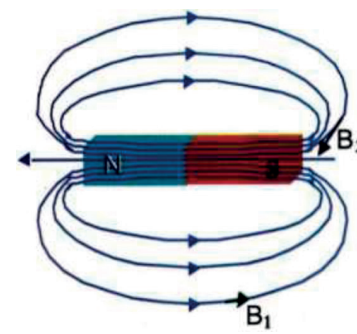
Όπως στο ηλεκτρικό, έτσι και στο μαγνητικό πεδίο, οι δυναμικές γραμμές δεν τέμνονται.

- **Μαγνητικό πεδίο ονομάζεται ο χώρος μέσα στον οποίο εμφανίζονται μαγνητικές δυνάμεις. Τις δυνάμεις αυτές πιστοποιούμε εύκολα με τη βοήθεια μίας μαγνητικής βελόνας**
- **Δυναμική γραμμή λέμε τη γραμμή εκείνη σε κάθε σημείο της οποίας το διάνυσμα της έντασης του πεδίου είναι εφαπτόμενο σε αυτή.**
- **Η ένταση του μαγνητικού πεδίου μας δείχνει πόσο ισχυρό ή ασθενές είναι το πεδίο.**
- **Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου δεν τέμνονται και είναι πάντοτε κλειστές.**
- **Ομογενές είναι το πεδίο εκείνο στο οποίο η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι ίδια σε όλα τα σημεία του.**

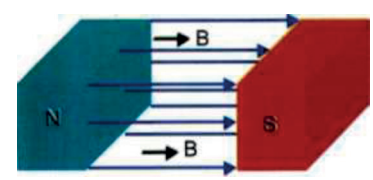
Για λόγους απλούστευσης θα αναφερόμαστε σε βόρειο και νότιο πόλο αντί του ορθού βόρειου και νότιου μαγνητικού πόλου



Εικόνα 4-3.



Ανομοιογενώς πεδίο ($B_2 > B_1$).
Εικόνα 4-4.



Ομογενές πεδίο.
Εικόνα 4-5.

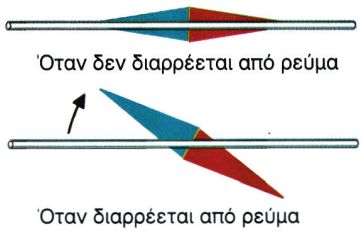
β) Το ηλεκτρικό ρεύμα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο

Μόλις τον 19° αιώνα έγιναν καινούριες ανακαλύψεις σχετικά με το μαγνητικό πεδίο. Αρχικά, ο Alessandro Volta εφεύρε την ηλεκτρική στήλη, με την οποία διευκολύνθηκαν σημαντικά τα πειράματα. Ο Δανός φυσικός Christian Oersted (1777-1851) (Ερστεντ) πραγματοποιούσε πειράματα αναζητώντας ένα σύνδεσμο ανάμεσα στον ηλεκτρισμό

και στο μαγνητισμό, επηρεασμένος από τη φιλοσοφία η οποία δεχόταν ότι όλα τα φυσικά φαινόμενα αποτελούν μία ενότητα.

Ο Oersted μετά από πολλές προσπάθειες και κατά τη διάρκεια μίας διάλεξής του το 1820 στην Κοπεγχάγη ανακάλυψε το φαινόμενο για το οποίο τόσο είχε πειραματιστεί.

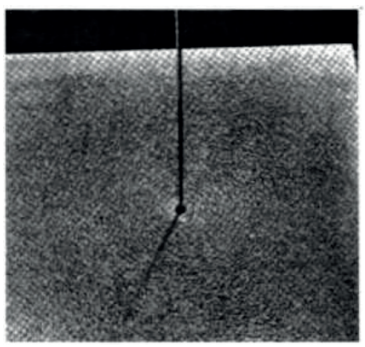
Συγκεκριμένα, τοποθέτησε παράλληλα σε έναν ευθύγραμμο αγωγό μία μαγνητική βελόνα στο ίδιο με τον αγωγό κατακόρυφο επίπεδο. Όταν από τον αγωγό διαβίβασε ρεύμα, παρατήρησε ότι η βελόνα εκτρέπεται και ισορροπεί σε μία νέα θέση. Όταν διέκοπτε το ρεύμα, η βελόνα γύριζε πάλι στην αρχική της θέση (Εικ. 6).



Εικόνα 4-6.

Όταν διαβίβαζε ρεύμα αντίθετης φοράς η βελόνα εκτρεπόταν αντίθετα προς την αρχική εκτροπή. Διαπίστωσε επίσης ότι, όταν αύξανε την ένταση του ρεύματος, αυξανόταν και η εκτροπή της βελόνας όχι όμως ανάλογα.

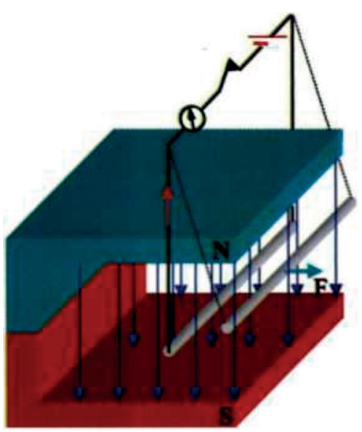
Είναι φανερό ότι, για να υποστεί εκτροπή η μαγνητική βελόνα, πρέπει πάνω της να ασκηθεί δύναμη. Δύναμη όμως, δέχεται ένας μαγνήτης μόνο όταν βρεθεί μέσα σε μαγνητικό πεδίο. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι: **γύρω από ρευματοφόρο αγωγό δημιουργείται μαγνητικό πεδίο.**


Μαγνητικό φάσμα γύρω από ρευματοφόρο αγωγό.
Εικόνα 4-7.

Μπορούμε να δούμε τη μορφή αυτού του πεδίου με το παρακάτω πείραμα:

Περνάμε ένα κατακόρυφο αγωγό μέσα σ' ένα οριζόντιο χαρτόνι στην επιφάνεια του οποίου σκορπίζουμε ρινίσματα σιδήρου. Διοχετεύουμε ρεύμα στον αγωγό οπότε τα ρινίσματα μαγνητίζονται, διατάσσονται κυκλικά γύρω από το ρευματοφόρο αγωγό και συμπεριφέρονται ως μικρές μαγνητικές βελόνες (Εικ. 7). Με τη βοήθεια μίας μαγνητικής βελόνας, πιστοποιούμε τη φορά των δυναμικών γραμμών που δημιουργούνται γύρω από το ρευματοφόρο αγωγό. Ο βόρειος πόλος της μαγνητικής βελόνας δείχνει τη φορά των δυναμικών γραμμών του πεδίου.

Το πείραμα του Oersted μας έδειξε ότι οι μαγνήτες, όταν βρεθούν κοντά σε ρευματοφόρο αγωγό, εκτρέπονται. Το ρεύμα λοιπόν, ασκεί δύναμη πάνω στους μαγνήτες. Σύμφωνα όμως με το νόμο δράσης - αντίδρασης θα πρέπει να ισχύει και το αντίστροφο. Δηλαδή, οι μαγνήτες πρέπει να ασκούν δύναμη σε αγωγό που διαρρέεται από ρεύμα.

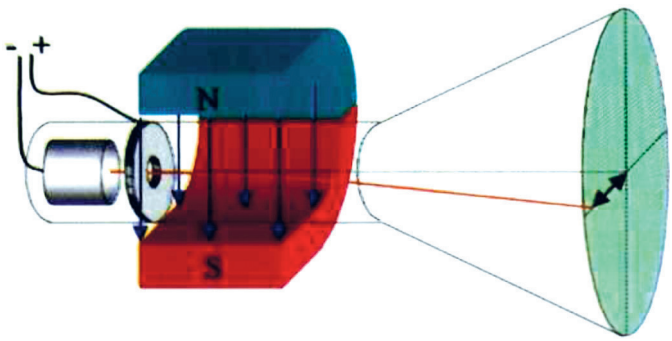


Ο αγωγός εκτρέπεται όταν διαρρέεται από ρεύμα.
Εικόνα 4-8.

Για να το αποδείξουμε, κρεμάμε ένα μικρού μήκους αγωγό μεταξύ των πόλων ενός πεταλοειδούς μαγνήτη κάθετα στις δυναμικές γραμμές του και τον συνδέουμε με μία μπαταρία (Εικ. 8). Όταν κλείσουμε το διακόπτη το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα, παρατηρούμε ότι ο αγωγός εκτρέπεται από την αρχική θέση ισορροπίας του και ισορροπεί σε μία νέα θέση. Αν βάλουμε τον αγωγό παράλληλα στις δυναμικές γραμμές, παρατηρούμε ότι δεν εκτρέπεται άρα δεν ασκείται πάνω του καμία δύναμη. Το ίδιο θα συμβεί, αν ανοίξουμε το διακόπτη και δε διαρρέεται από ρεύμα το κύκλωμα.

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι:

Γύρω από ρευματοφόρους αγωγούς δημιουργείται μαγνητικό πεδίο και οι μαγνήτες που θα βρεθούν μέσα σ' αυτό θα δεχτούν δύναμη. Αλλά και ο ρευματοφόρος αγωγός, όταν βρεθεί μέσα σε μαγνητικό πεδίο, δέχεται δύναμη από αυτό.



Εικόνα 4-9. *Σωλήνας Crookes.*

Δύναμη δέχονται επίσης και φορτία που κινούνται μέσα σε μαγνητικό πεδίο. Το τελευταίο μπορούμε να το διαπιστώσουμε εύκολα, αν βάλουμε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο κάθετα στις καθοδικές ακτίνες ενός σωλήνα Crookes.

Οι καθοδικές ακτίνες είναι κινούμενα ηλεκτρόνια, τα οποία δέχονται δύναμη από το μαγνητικό πεδίο τέτοια, ώστε να εκτρέπονται κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου (Εικ. 9).

γ) Πού οφείλονται οι μαγνητικές ιδιότητες των σωμάτων

Τρίβουμε το βόρειο πόλο ενός μαγνήτη πάνω σε ένα μεταλλικό χαλύβδινο έλασμα (η ατσαλίνα) με την ίδια πάντα φορά. Παρατηρούμε ότι, ενώ τρίβουμε μόνο το βόρειο πόλο του μαγνήτη, το έλασμα έχει μαγνητιστεί και έχει αποκτήσει και τους δύο πόλους.

Δημιουργήσαμε έτσι ένα μαγνητικό δίπολο, δηλαδή μαγνήτη με δύο πόλους.

Αν προσπαθήσουμε να χωρίσουμε τους πόλους κόβοντας το μαγνητισμένο έλασμα στο μέσο του, διαπιστώνουμε ότι στο σημείο τομής δήμιουργούνται ένας νότιος και ένας βόρειος πόλος.

Σε όσα κομμάτια κι αν χωρίσουμε το έλασμα, ακόμα και αν ήταν εφικτό να φτάναμε σε απειροελάχιστα σωματίδια, αυτά θα αποτελούν πάντοτε μαγνήτη με δύο πόλους (δίπολο) (Εικ. 10).

Εικόνα 4-10. *Κόβοντας το μαγνητισμένο έλασμα παίρνουμε συνέχεια νέους μαγνήτες.*

Τα απειροελάχιστα αυτά δίπολα που δε μπορούμε να αντιληφθούμε με τις αισθήσεις μας τα ονομάζουμε στοιχειώδεις μαγνήτες.

Ως στοιχειώδεις μαγνήτες μπορούμε να θεωρήσουμε τα άτομα του υλικού. **Η ύπαρξη αυτών των μαγνητών οφείλεται αφενός στην περιστροφή του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα και αφετέρου στην περιστροφή του πυρήνα και του ηλεκτρονίου γύρω από τον άξονά τους** (Εικ. 11).

Η περιστροφή του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα κυκλικό ρεύμα, το οποίο θεωρήσαμε αρχικά ότι ήταν υπεύθυνο για τις μαγνητικές ιδιότητες των σωμάτων. Σύντομα όμως επικράτησε η άποψη, ότι οι μαγνητικές ιδιότητες σε πολλά σώματα οφείλονται κυρίως στην περιστροφή των ηλεκτρονίων γύρω από τον άξονά τους (spin).

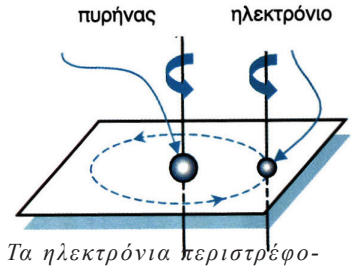
Όλα τα ηλεκτρόνια έχουν spin. Στις περισσότερες περιπτώσεις σχηματίζουν ζευγάρια με αντίθετο spin, με αποτέλεσμα η συνολική μαγνητική τους επίδραση να εξουδετερώνεται.

Το άτομο του σιδήρου, για παράδειγμα, έχει συνολικά 26 ηλεκτρόνια. Από αυτά, όμως, τα 22 αποτελούν ζευγάρια με αντίθετο spin, ώστε το ένα να εξουδετερώνει το μαγνητικό πεδίο του άλλου. Στην εξωτερική όμως στοιβάδα, υπάρχουν 4 ηλεκτρόνια τα οποία περιστρέφονται με το ίδιο spin, με αποτέλεσμα η συνολική μαγνητική τους επίδραση να αθροίζεται. Στα 4 αυτά ηλεκτρόνια οφείλονται κυρίως οι μαγνητικές ιδιότητες του σιδήρου.

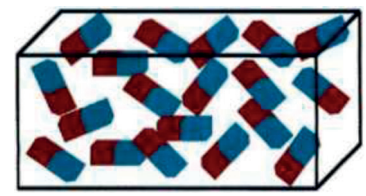
Μέσα στα μαγνητικά υλικά, δημιουργούνται με πολύπλοκο τρόπο, μικρές μαγνητικές περιοχές που συμπεριφέρονται σαν μικροί μόνιμοι μαγνήτες. Κάθε τέτοια μαγνητική περιοχή περιέχει 10^{10} άτομα και έχει εύρος 10^{-3}mm περίπου.

Ένα κομμάτι μαγνητίσιμου υλικού που δεν είναι μαγνητισμένο έχει αυτές τις μαγνητικές περιοχές σε κατάσταση αταξίας (Εικ. 12α). Όταν όμως, το υλικό αυτό μαγνητιστεί τότε, όλες οι μαγνητικές περιοχές προσανατολίζονται ομοιόμορφα (Εικ. 12β).

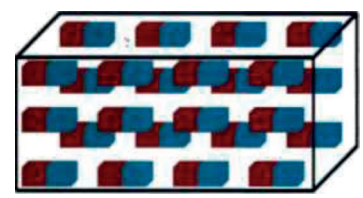
Ενδιαφέρον παρουσιάζει το φαινόμενο κατά το οποίο, αν θερμάνουμε ένα μαγνητισμένο υλικό πάνω από κάποια θερμοκρασία, χάνει τις μαγνητικές του ιδιότητες (Εικ. 13). Η θερμοκρασία αυτή λέγεται θερμοκρασία Curie. Αυτό συμβαίνει, επειδή πάνω από αυτή τη θερμοκρασία οι μαγνητικές περιοχές χάνουν τον προσανατολισμό που είχαν. Το ίδιο θα παρατηρήσουμε, αν σφυρηλατήσουμε ένα μαγνητισμένο υλικό (π.χ. μεταλλικό έλασμα) (Εικ. 14). Η σφυρηλάτηση καταστρέφει τη διάταξη που είχαν οι μαγνητικές περιοχές με αποτέλεσμα να απομαγνητιστεί.



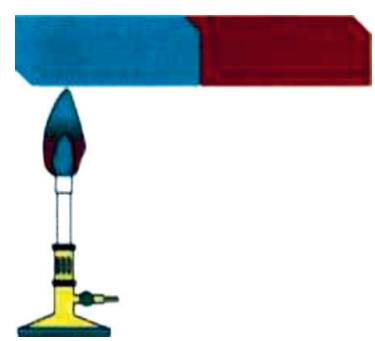
Τα ηλεκτρόνια περιστρέφονται γύρω από τον πυρήνα και γύρω από τον άξονά τους.
Εικόνα 4-11.



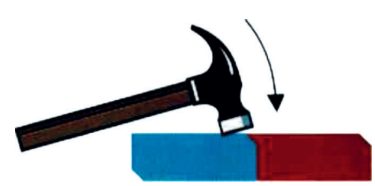
Οι μαγνητικές περιοχές πριν προσανατολισθούν.
Εικόνα 4-12 (α).



Οι μαγνητικες περιοχές αφού προσανατολισθούν.
Εικόνα 4-12 (β).



Απομαγνήτιση υλικού με θέρμανση.
Εικόνα 4-13.



Απομαγνήτιση υλικού με κρούση.
Εικόνα 4-14.

δ) Τρόποι μαγνήτισης υλικών

α) Με επαφή

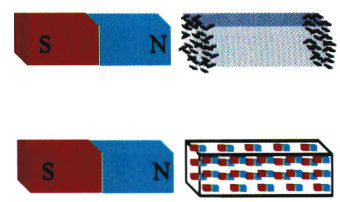
Κρεμάμε στο νότιο πόλο ενός μαγνήτη ένα σιδερένιο καρφί και βλέπουμε ότι το άκρο του καρφιού, μπορεί να συγκρατήσει ένα δεύτερο καρφί. Συνεχίζοντας να κρεμάμε καρφιά φτιάχνουμε μία αλυσίδα (Εικ. 15). Όταν όμως απομακρύνουμε το μαγνήτη, βλέπουμε ότι αν το καρφί ήταν από μαλακό σίδηρο η αλυσίδα καταστρέφεται και τα καρφιά χάνουν τις μαγνητικές τους ιδιότητες, ενώ αν ήταν από ατσάλι η αλυσίδα παραμένει. Ο τρόπος μαγνήτισης των καρφιών λέγεται μαγνήτιση με επαφή.

Τα καρφιά μαγνητίζονται.
Εικόνα 4-15.

Όταν τα καρφιά είναι σε επαφή με το μαγνήτη, οι μαγνητικές περιοχές ευθυγραμμίζονται, όταν όμως χάνουν την επαφή τους με το μαγνήτη οι μαγνητικές περιοχές, επανέρχονται σε κατάσταση αταξίας και το καρφί χάνει τη μαγνήτισή του.

β) Με επαγωγή

Πλησιάζουμε ένα κομμάτι σιδήρου κοντά σε έναν ισχυρό μαγνήτη και παρατηρούμε ότι ο σίδηρος έλκει τα ρινίσματα σιδήρου που βρίσκονται κοντά του. Συμπεραίνουμε ότι ο σίδηρος μαγνητίστηκε. Αυτός ο τρόπος μαγνήτισης λέγεται μαγνήτιση με επαγωγή.

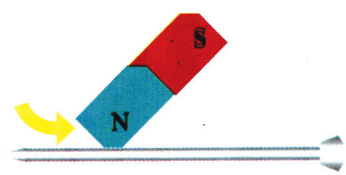


Μαγνήτιση με επαγωγή.
Εικόνα 4-16.

Η μαγνήτιση του σιδήρου οφείλεται στον προσανατολισμό των μαγνητικών περιοχών του, επειδή βρίσκεται στο μαγνητικό πεδίο του μαγνήτη (Εικ. 16)

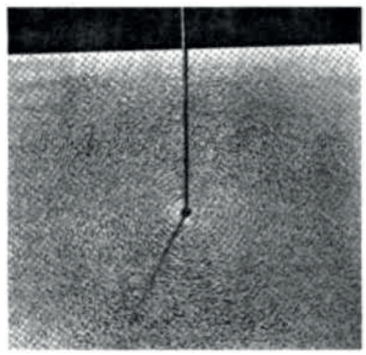
γ) Με τριβή

Τρίβουμε ένα μαγνήτη πάνω σ' ένα ατσάλινο καρφί, πάντα κατά την ίδια φορά (Εικ. 17). Διαπιστώνουμε ότι το καρφί μαγνητίζεται. Σήμερα, ξέρουμε ότι αυτό συμβαίνει, επειδή οι μαγνητικές περιοχές του καρφιού προσανατολίζονται. Κάποτε πίστευαν ότι ο μαγνήτης προσδίδει στο καρφί ένα μέρος από τη «μαγνητική ουσία» που διέθετε. Αυτό όμως καταρρίφτηκε με τον απλό συλλογισμό ότι όταν τρίψουμε το μαγνήτη με πολλά καρφιά η απώλεια «μαγνητικής ουσίας» από το μαγνήτη θα ήταν πολλαπλάσια και έτσι ο μαγνήτης θα εξασθενούσε σημαντικά. Κάτι τέτοιο όμως δε συμβαίνει.



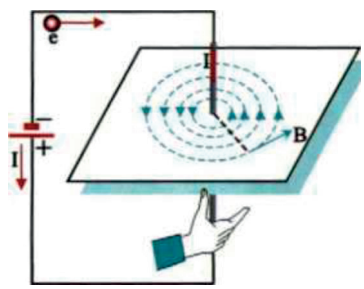
Αν και τρίβουμε μόνο το βόρειο πόλο το καρφί αποκτά βόρειο και νότιο πόλο.
Εικόνα 4-17.

4.2. Μαγνητικό πεδίο ρευματοφόρων αγωγών



α) Μαγνητικό πεδίο γύρω από ενθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό

Με τα πειράματα του Oersted αποδείχτηκε ότι γύρω από ρευματοφόρους αγωγούς δημιουργείται μαγνητικό πεδίο. Ας εξετάσουμε το μαγνητικό πεδίο ενός ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού. Για το σκοπό αυτό περνάμε ένα κατακόρυφο αγωγό από μία τρύπα ενός οριζόντιου χαρτονιού πάνω στο οποίο σκορπίζουμε ρινίσματα σιδήρου. Για να γίνει το πείραμα καλύτερα διαβιβάζουμε από τον αγωγό ρεύμα μεγάλης έντασης. Κτυπώντας ελαφρά το χαρτόνι, τα ρινίσματα σιδήρου διατάσσονται σε ομόκεντρους κύκλους με κέντρο τον αγωγό. Οι δυναμικές γραμμές λοιπόν του μαγνητικού πεδίου, είναι **ομόκεντροι κύκλοι, έχουν ως κέντρο τον αγωγό και το επίπεδο τους είναι κάθετο σε αυτόν** (Εικ. 18).



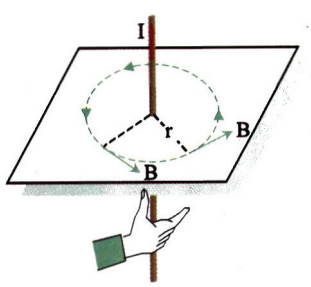
Το μαγνητικό φάσμα ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού.
Εικόνα 4-18.

Με τη βοήθεια μιας μικρής μαγνητικής βελόνας προσδιορίζουμε τη φορά των δυναμικών γραμμών.

Αν θεωρήσουμε τον ευθύγραμμο αγωγό απείρου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα I, τότε σε απόσταση r από αυτόν η ένταση B του πεδίου αποδεικνύεται ότι είναι:

$$B = k_\mu \frac{2I}{r} \quad \text{ή} \quad k_\mu = 10^{-7}\frac{N}{A^2} \qquad (1)$$

Ο αγωγός θεωρείται απείρου μήκους, όταν η απόσταση r είναι πολύ μικρή σε σχέση με το μήκος του.



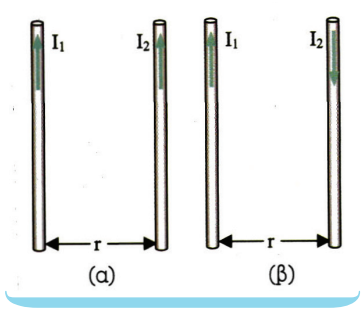
Ο τρόπος εύρεσης της φοράς της έντασης του μαγνητικού πεδίου.
Εικόνα 4-19.

Για να βρίσκουμε τη φορά του διανύσματος της έντασης του μαγνητικού πεδίου, χρησιμοποιούμε τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Τοποθετούμε τη δεξιά παλάμη παράλληλα με τον αγωγό, έτσι ώστε, ο αντίχειρας να δείχνει τη φορά του ρεύματος, οπότε τα υπόλοιπα δάκτυλα καθώς κλείνουν γύρω από τον αγωγό, δείχνουν τη φορά των δυναμικών γραμμών (Εικ. 19). Η ένταση του πεδίου σε κάθε σημείο έχει φορά τη φορά των δυναμικών γραμμών και εφάπτεται σ' αυτές.

Παράδειγμα 1

Δύο παράλληλοι ευθύγραμμοι αγωγοί απείρου μήκους, διαρρέονται από ρεύματα I_1 =10A και I_2=20A, η φορά των οποίων, φαίνεται στις εικόνες (α), (β). Αν η μεταξύ τους απόσταση είναι r=2cm, να υπολογίσετε την ένταση του μαγνητικού πεδίου: α) στο μέσο της μεταξύ τους απόστασης, β) σε απόσταση d=2cm αριστερότερα του

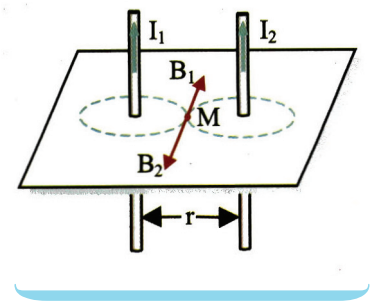


πρώτου αγωγού.

Λύση

1η περίπτωση: Οι αγωγοί διαρρέονται από ρεύματα όπως δείχνει η πρώτη εικόνα.

α) Στο σημείο Μ οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$, έχουν αντίθετη φορά.



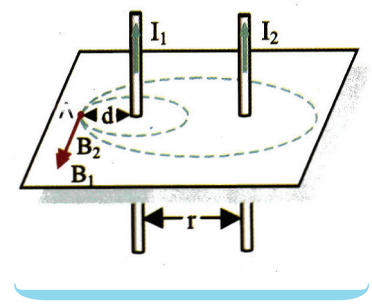
$$B_M = B_2 - B_1 \Rightarrow B_M = k_\mu \frac{2I_2}{\frac{r}{2}} - k_\mu \frac{2I_1}{\frac{r}{2}} \Rightarrow$$

$$B_M = k_\mu \frac{4I_2}{r} - k_\mu \frac{4I_1}{r} \Rightarrow B_M = \frac{k_\mu \cdot 4}{r}(I_2 - I_1) \Rightarrow$$

$$B_M = \frac{4 \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}(20A - 10A)}{2 \cdot 10^{-2} m} \Rightarrow B_M = 2 \cdot 10^{-4} T$$

Άρα, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Μ έχει μέτρο $2 \cdot 10^{-4} T$ και φορά της $\vec{B}_2$.

β) Στο σημείο Λ, οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των μαγνητικών πεδίων από τους δύο αγωγούς, είναι ομόρροπες.



$$B_\Lambda = B_1 + B_2 \Rightarrow B_\Lambda = k_\mu \frac{2I_1}{d} + k_\mu \frac{2I_2}{r+d} \Rightarrow$$

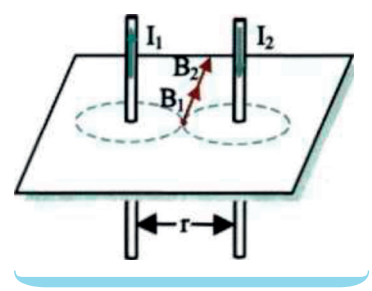
$$B_\Lambda = 2k_\mu \left(\frac{I_1}{d} + \frac{I_2}{r+d} \right) \Rightarrow B_\Lambda = 2 \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2} \left(\frac{10A}{2 \cdot 10^{-2} m} + \frac{20A}{4 \cdot 10^{-2} m} \right) \Rightarrow$$

$$B_\Lambda = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-2}}(1+1)T \Rightarrow B_\Lambda = 2 \cdot 10^{-4} T$$

Άρα, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Λ έχει μέτρο $2 \cdot 10^{-4} T$ και φορά των $\vec{B}_1, \vec{B}_2$.

2η περίπτωση: Οι αγωγοί διαρρέονται από ρεύματα όπως δείχνει η δεύτερη εικόνα.

α) Στο σημείο Μ, οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ έχουν την ίδια φορά.



$$B_M = k_\mu \frac{2I_1}{\frac{r}{2}} + k_\mu \frac{2I_2}{\frac{r}{2}} \Rightarrow B_M = 4 \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2} \left(\frac{10A}{2 \cdot 10^{-2} m} + \frac{20A}{2 \cdot 10^{-2} m} \right) \Rightarrow$$

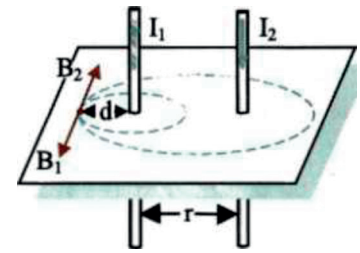
$$B_M = \frac{4 \cdot 10^{-7} \cdot 30}{2 \cdot 10^{-2}} T \Rightarrow B_M = 6 \cdot 10^{-4} T$$

Άρα, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Λ έχει μέτρο $6 \cdot 10^{-4} T$ και φορά των $\vec{B}_1, \vec{B}_2$.

β) Στο σημείο Λ, οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των μαγνητικών πεδίων έχουν αντίθετη φορά.

$$B_\Lambda = k_\mu \frac{2I_1}{d} - k_\mu \frac{2I_2}{r+d} \Rightarrow B_\Lambda = 2\cdot 10^{-7}\frac{N}{A^2}\left(\frac{10A}{2\cdot 10^{-2}m} - \frac{20A}{4\cdot 10^{-2}m}\right) \Rightarrow$$

$$B_\Lambda = \frac{2\cdot 10^{-7}}{2\cdot 10^{-2}}(10-10)T \Rightarrow B_\Lambda = 0$$

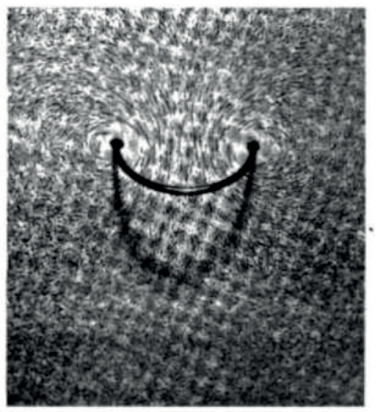


Άρα η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Λ είναι ίση με μηδέν.

β) Μαγνητικό πεδίο κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού

Πάνω στο χαρτόνι σκορπίζουμε ρινίσματα σιδήρου και διαβιβάζουμε ρεύμα στον αγωγό. Κτυπάμε ελαφρά το χαρτόνι και βλέπουμε ότι τα ρινίσματα διατάσσονται σε **ομόκεντρους κύκλους με κέντρο το σημείο τομής του χαρτονιού από τον αγωγό** (Εικ. 20).

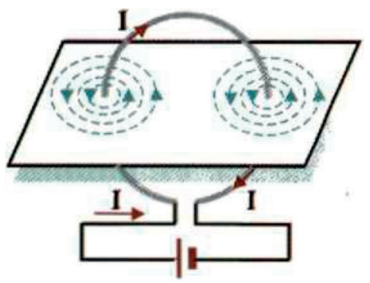
Με τη βοήθεια της μαγνητικής βελόνας, βρίσκουμε την φορά των δυναμικών γραμμών.



Με αυτό τον τρόπο αποδείξαμε ότι ένας κυκλικός ρευματοφόρος αγωγός δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο η μορφή του οποίου πιστοποιείται με τη βοήθεια των ρινισμάτων σιδήρου.

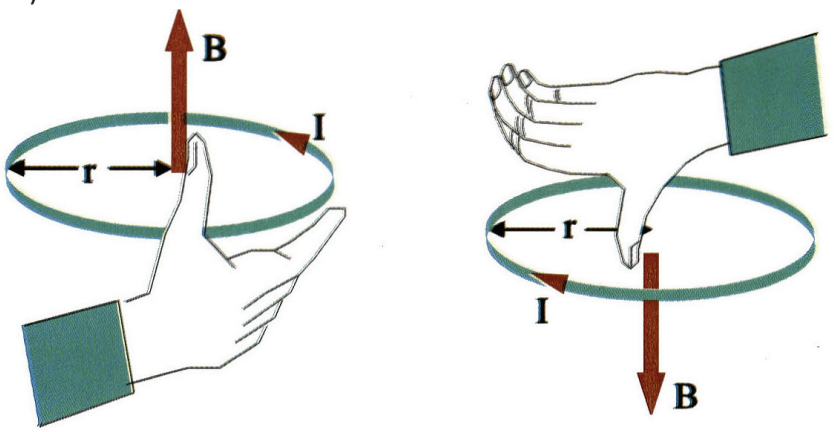
Στο κέντρο του κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού ακτίνας r, το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου, αποδεικνύεται ότι είναι:

$$B = k_\mu \frac{2\pi I}{r} \quad \text{όπου} \quad k_\mu = 2\cdot 10^{-7}\frac{N}{A^2} \qquad (2)$$

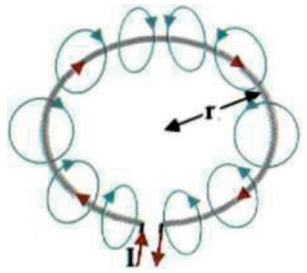


Το μαγνητικό φάσμα κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού.
Εικόνα 4-20.

Η διεύθυνση της έντασης του πεδίου είναι κάθετη στο επίπεδο του κύκλου και η φορά της βρίσκεται με τον παρακάτω πρακτικό κανόνα. Τοποθετούμε τη δεξιά παλάμη ώστε τα δάκτυλα, καθώς κλείνουν να δείχνουν τη φορά του ρεύματος. Τότε, ο αντίχειρας δείχνει την κατεύθυνση της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του αγωγού (Εικ. 22).



Εικόνα 4-22. *Ο προσδιορισμός της φοράς της έντασης του μαγνητικού πεδίου.*



Οι μαγνητικές δυναμικές γραμμές γύρω από έναν κυκλικό ρευματοφόρο αγωγό.
Εικόνα 4-21.

Αν ο κυκλικός αγωγός αποτελείται από N σύρματα, η ένταση του μαγνητικού πεδίου, αυξάνεται N φορές, δηλαδή, γίνεται:

$$B = k_\mu \frac{2\pi I}{r} N \quad (3)$$

Παράδειγμα 2

Οι άκρες ενός σύρματος μήκους $\ell = 4\pi^2$ m που έχει αντίσταση R=16Ω συνδέεται με πηγή ΗΕΔ $\mathcal{E}$ =100V και εσωτερικής αντίστασης r=4Ω. Αν καμπυλώσουμε το σύρμα και φτιάξουμε αρχικά α) έναν κυκλικό αγωγό και (β) πέντε κυκλικούς αγωγούς ίδιας ακτίνας, να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο αντίστοιχο κέντρο.

Λύση

Από το νόμο του Ohm, βρίσκουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΑΓ.

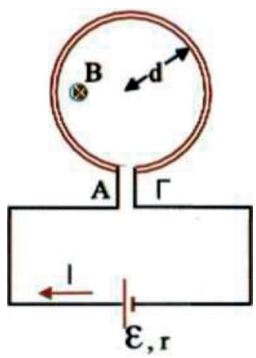
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{ολ}} \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \Rightarrow I = \frac{100V}{16\Omega + 4\Omega} = 5A$$

α) Όταν φτιάξουμε έναν κυκλικό αγωγό θα έχει ακτίνα

$$d_1 = \frac{l}{2\pi} = \frac{4\pi^2 m}{2\pi} = 2\pi\ m$$

Άρα, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του έχει μέτρο:

$$B = k_\mu \frac{2\pi I}{d_1} \Rightarrow B = 10^{-7} \frac{N}{A^2} \frac{2\pi \cdot 5A}{2\pi \cdot m} \Rightarrow B = 5 \cdot 10^{-7} T$$



Οι σταυροί στους κύκλους ⊗ σημαίνουν ότι η συμβατική φορά του ρεύματος έχει κατεύθυνση προς το επίπεδο της σελίδας. Τα σημεία στους κύκλους ⊙ σημαίνουν ότι το ρεύμα έχει κατεύθυνση προς τον παρατηρητή.

β) Όταν φτιάξουμε 5 κυκλικούς αγωγούς θα έχουν ακτίνα d_2. Το μήκος ℓ του σύρματος θα είναι 5 φορές το μήκος κάθε κύκλου δηλαδή:

$$\ell = N2\pi d_2 \Rightarrow d_2 = \frac{\ell}{N2\pi} \Rightarrow d_2 = \frac{4\pi^2 m}{5 \cdot 2\pi} = \frac{4\pi}{10}\ m = 0{,}4\pi\ m$$

Άρα, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο τους, είναι:

$$B = k_\mu \frac{2\pi I}{d_2} N \Rightarrow B = 10^{-7} \frac{N}{A^2} \frac{2\pi \cdot 5A}{0{,}4\pi \cdot m} 5 \Rightarrow B = 125 \cdot 10^{-7} T$$

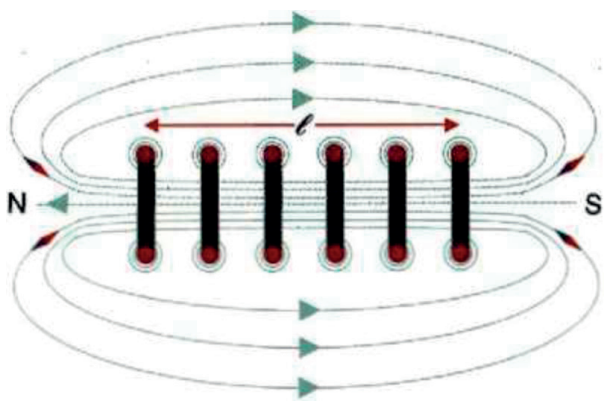
γ) Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς

Το μαγνητικό, πεδίο γύρω από ένα μακρύ ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό είναι ασθενές, εκτός και αν, ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα μεγάλης έντασης.

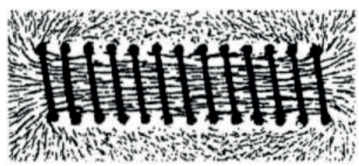
Ένας ευθύγραμμος αγωγός μεγάλου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα έντασης 50A δημιουργεί σε απόσταση ενός μέτρου από αυτόν μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου 10^{-5} Tesla που είναι αρκετά ασθενές. Αν όμως, τον ίδιο αγωγό τον τυλίξουμε, έτσι ώστε να δημιουργήσουμε πολλούς μικρούς κυκλικούς αγωγούς, τα πράγματα

αλλάζουν. Τότε, το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το ίδιο το σύρμα είναι πολύ ισχυρό. Αυτός είναι και ο βασικός λόγος της προτίμησης που δείχνουμε για κυκλικούς ρευματοφόρους αγωγούς. Ένα σύνολο τέτοιων κυκλικών αγωγών αποτελεί ένα πηνίο. Κάθε ένας κυκλικός αγωγός λέμε ότι αποτελεί μία σπείρα. Αν τυλίξουμε πολλές σπείρες σε ένα μονωτικό κύλινδρο οι οποίες να ισαπέχουν έχουμε φτιάξει ένα σωληνοειδές. Η ευθεία που ορίζεται από τα κέντρα των σπειρών λέγεται άξονας του σωληνοειδούς.

Ας εξετάσουμε το μαγνητικό πεδίο ενός σωληνοειδούς. Χρησιμοποιούμε μία συσκευή φάσματος σωληνοειδούς. Σκορπίζουμε στην πλαστική διαφανή πλάκα ρινίσματα σιδήρου και διαβιβάζουμε ρεύμα στο σωληνοειδές. Κτυπώντας ελαφρά τη διαφανή πλάκα, βλέπουμε τη μορφή του φάσματος του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται (Εικ. 23).



Εικόνα 4-23. *Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς.*



Μαγνητικό φάσμα σωληνοειδούς.

Με τη βοήθεια της μαγνητικής βελόνας, βρίσκουμε, ότι το ένα άκρο του σωληνοειδούς συμπεριφέρεται σαν βόρειος πόλος και το άλλο σαν νότιος.

Το σημείο εξόδου των δυναμικών γραμμών το χαρακτηρίσαμε **βόρειο πόλο** ενώ το σημείο εισόδου **νότιο πόλο**. Ενώ στον ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό δεν βρίσκουμε πόλους, αντίθετα το σωληνοειδές συμπεριφέρεται όπως ένας ευθύγραμμος μαγνήτης.

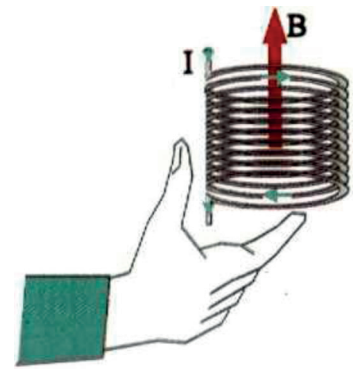
Μπορούμε να επιβεβαιώσουμε την παραπάνω παρατήρηση με ένα απλό πείραμα. Κρεμάμε με δύο λεπτά αγώγιμα νήματα, ένα αρκετά μεγάλο και σχετικά ελαφρύ σωληνοειδές και διοχετεύουμε μέσα από τα νήματα ρεύμα περίπου 2Α. Παρατηρούμε ότι μετά από μερικές αιωρήσεις το σωληνοειδές θα προσανατολισθεί με τον άξονά του περίπου στη διεύθυνση Βορράς, Νότος. Όπως ακριβώς θα έκανε ένας ευθύγραμμος μαγνήτης.

Στο εσωτερικό του σωληνοειδούς οι δυναμικές γραμμές είναι **παράλληλες** με τον άξονα του σωληνοειδούς και **ισαπέχουν**. Το πεδίο λοιπόν είναι ομογενές. Στον υπόλοιπο χώρο το μαγνητικό πεδίο είναι ανομοιογενές και ασθενέστερο. Λέμε λοιπόν ότι στο εσωτερικό του σωληνοειδούς δημιουργείται ένα ισχυρό ομογενές μαγνητικό πεδίο.

Αποδεικνύεται ότι σε ένα σημείο Α του άξονα του σωληνοειδούς κοντά στο κέντρο του, το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι:

$$B = k_\mu 4\pi \frac{N}{\ell} I \qquad (4)$$

όπου n ο αριθμός των σπειρών, ℓ το μήκους του σωληνοειδούς και I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές. Το πηλίκο $\frac{N}{\ell}$ εκφράζει τον αριθμό σπειρών ανά μονάδα μήκους του σωληνοειδούς και συμβολίζεται με n $\left(n = \frac{N}{\ell}\right)$.



Εικόνα 4-24. Ο προσδιορισμός της φοράς της έντασης του μαγνητικού πεδίου σωληνοειδούς.

Αν εφαρμόσουμε τον κανόνα της δεξιά παλάμης για μία σπείρα, όπως τον εφαρμόσαμε στον κυκλικό ρευματοφόρο αγωγό, τότε ο αντίχειρας θα μας δείξει τη φορά της έντασης του μαγνητικού πεδίου, θα μας δείξει δηλαδή το βόρειο πόλο του πηνίου (Εικ. 24).

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου κοντά στα άκρα του σωληνοειδούς αποδεικνύεται ότι έχει μέτρο ίσο με το μισό του μέτρου της έντασης στο κέντρο του σωληνοειδούς:

$$B' = \frac{B}{2} \Rightarrow B' = k_\mu 2\pi \frac{N}{\ell} I$$

Παράδειγμα 3

Οι άκρες ενός σωληνοειδούς μήκους $\ell = \pi$ m και αριθμού σπειρών N=100 συνδέονται με πηγή ΗΕΔ $\mathcal{E}$ =50V και εσωτερικής αντίστασης r=1Ω. Το σωληνοειδές έχει αντίσταση 0,09Ω ανά σπείρα. Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς.

Οι τύποι που μας δίνουν την ένταση μαγνητικού πεδίου στο κέντρο και στα άκρα του σωληνοειδούς ισχύουν κατά προσέγγιση. Η προσέγγιση αυτή είναι αποδεκτή μόνο αν το μήκος του σωληνοειδούς είναι δεκαπλάσιο τουλάχιστον από τη διάμετρό του.

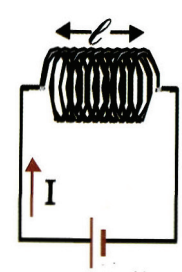
Λύση

Η αντίσταση του σωληνοειδούς είναι R=0,09Ω·100=9Ω. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές βρίσκεται από το νόμο του Ohm:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{ολ}} \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \Rightarrow I = \frac{50V}{10\Omega} = 5A$$

Η ένταση στο εσωτερικό του σωληνοειδούς θα είναι:

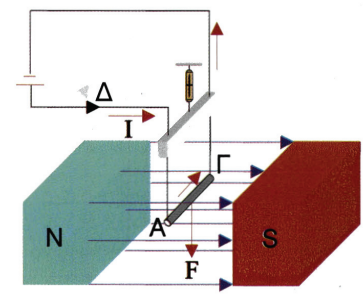
$$B = k_\mu 4\pi \frac{N}{\ell} I \Rightarrow B = 10^{-7} \frac{N}{A^2} 4\pi \frac{100}{\pi \cdot m} 5A \Rightarrow B = 2 \cdot 10^{-4} T$$



4.3. Ηλεκτρομαγνητική δύναμη

α) Δύναμη σε ρευματοφόρο αγωγό από ομογενές μαγνητικό πεδίο

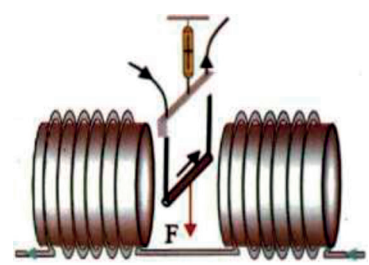
Μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο (Εικ. 25) φέρνουμε έναν αγωγό μήκους ℓ τα άκρα του οποίου συνδέονται μέσω διακόπτη Δ με ηλεκτρική πηγή. Προσανατολίζουμε τον αγωγό κάθετα στις δυναμικές γραμμές και τον κρεμάμε σε ένα δυναμόμετρο ακρίβειας και διαβάζουμε την ένδειξή του που είναι ίση με το βάρος του αγωγού. Βλέπουμε ότι η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι ίδια είτε ο αγωγός είναι μέσα είτε έξω από το πεδίο. Στη συνέχεια, κλείνουμε το διακόπτη Δ οπότε ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης I μέσα στο κύκλωμα. Παρατηρούμε, τότε, ότι το δυναμόμετρο θα δείξει μία νέα μεγαλύτερη ένδειξη. Βγάζοντας τον αγωγό από το πεδίο το δυναμόμετρο δείχνει την αρχική ένδειξη, αν και ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα. Συμπεραίνουμε, επομένως, ότι το μαγνητικό πεδίο ασκεί στο ρευματοφόρο αγωγό μία δύναμη F ομόρροπη του βάρους του, το μέτρο της οποίας υπολογίζουμε εύκολα από τη διαφορά των ενδείξεων του δυναμομέτρου. **Τη δύναμη αυτή ονομάζουμε δύναμη Laplace**.



Με τη βοήθεια του δυναμόμετρου υπολογίζουμε τη δύναμη Laplace.
Εικόνα 4-25.

Τα αποτελέσματα του πειράματος θα ήταν πιο εμφανή αν αντί για ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό χρησιμοποιούσαμε ένα σωληνοειδές.

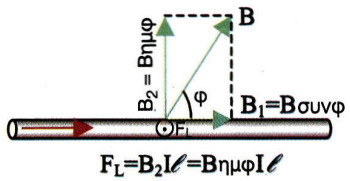
- Αν στη συνέχεια μέσα από τον αγωγό διαβιβάσουμε ρεύμα διπλάσιας έντασης, διαπιστώνουμε με τη βοήθεια του δυναμόμετρου, ότι διπλασιάζεται η δύναμη που ενεργεί στον αγωγό από το μαγνητικό πεδίο.
- Το ίδιο διαπιστώνουμε ότι συμβαίνει, αν διπλασιάσουμε το μήκος ℓ του αγωγού που βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο κρατώντας την ένταση I του ρεύματος σταθερή.
- Συνεχίζοντας να πειραματιζόμαστε με τη διάταξή μας αλλάζουμε τη φορά του ρεύματος. Διαβάζοντας την ένδειξη του δυναμόμετρου παρατηρούμε ότι είναι μικρότερη από το βάρος του αγωγού. Για να συμβεί αυτό πρέπει στο ρευματοφόρο αγωγό να ασκηθεί μία δύναμη από κάτω προς τα πάνω, να έχει δηλαδή αντίθετη φορά προς την αρχική.
- Στη συνέχεια αρχίζουμε να στρίβουμε τον αγωγό, έτσι ώστε να είναι συνεχώς οριζόντιος σχηματίζοντας με τις δυναμικές γραμμές γωνία φ, παρατηρούμε ότι η δύναμη Laplace ελαττώνεται και τελικά αυτή μηδενίζεται όταν ο ρευματοφόρος αγωγός γίνει παράλληλος με τις δυναμικές γραμμές.



Με τη βοήθεια του σωληνοειδούς μετράμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου.
Εικόνα 4-26.

Κρεμάμε το ρευματοφόρο αγωγό κάθετα στις δυναμικές γραμμές ενός σωληνοειδούς (Εικ. 26). Αν διπλασιάσουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές, γνωρίζουμε σύμφωνα με τη σχέση $B=k_{\mu}4\pi nI$ ότι διπλασιάζεται και η ένταση του μαγνητικού πεδίου

στο εσωτερικό του σωληνοειδούς. Με τη βοήθεια του δυναμόμετρου βλέπουμε ότι διπλασιάζεται και η δύναμη που δέχεται αυτός από το μαγνητικό πεδίο. Διαπιστώνουμε επίσης ότι το γινόμενο $BI\ell$ αριθμητικά είναι ίσο με τη δύναμη που δέχεται ο αγωγός από το μαγνητικό πεδίο



Η δύναμη Laplace όταν η ένταση του μαγνητικού πεδίου, σχηματίζει γωνία με τον αγωγό.
Εικόνα 4-27.

Συνοψίζοντας όλα τα παραπάνω εξάγεται ο ακόλουθος νόμος του Laplace.

Όταν ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός μήκους ℓ βρεθεί μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, τότε αναπτύσσεται στον αγωγό μία ηλεκτρομαγνητική δύναμη.

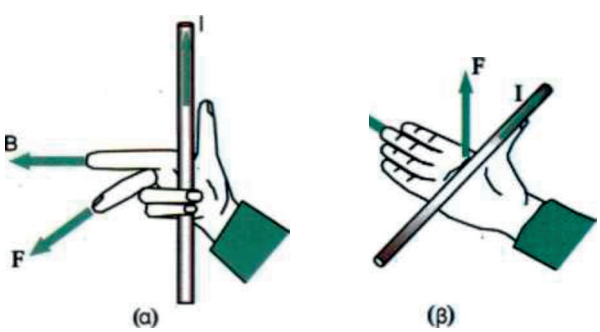
Το μέτρο της δύναμης F είναι ανάλογο: με το μήκος ℓ του ρευματοφόρου αγωγού που βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο, με την ένταση I του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό, με την ένταση B του μαγνητικού πεδίου, επίσης, εξαρτάται από τη γωνία φ που σχηματίζει ο αγωγός με τη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών.

Όταν ο αγωγός είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές τότε $\varphi=90^o$, $ημ90^o = 1$ και $F=BI\ell$.

$$F = BIημφ\ell$$

Η δύναμη Laplace έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από τον αγωγό και τη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών, φορά που καθορίζεται με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού (Εικ. 28α), σημείο εφαρμογής το μέσον του τμήματος του αγωγού που βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο.

Ένας άλλος τρόπος εύρεσης της φοράς της δύναμης Laplace είναι η τεχνική της δεξιάς παλάμης. Η διεύθυνση της δύναμης είναι κάθετη στο επίπεδο της παλάμης (Εικ. 28β)



Εικόνα 4-28. *α) Ο κανόνας των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού. β) Η τεχνική της δεξιάς παλάμης.*

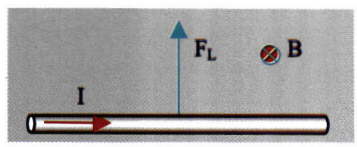
Παράδειγμα 4

Ένας ευθύγραμμος αγωγός μήκους ℓ =10cm διαρρέεται από ρεύμα έντασης I=10A και βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου B=0,2T. Να υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται ο αγωγός όταν: α) είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές, β) είναι παράλληλος με τις δυναμικές γραμμές, γ) σχηματίζει γωνία 30° με τις δυναμικές γραμμές.

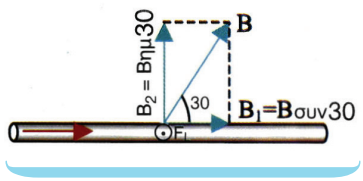
Λύση

α) Όταν ο αγωγός είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές έχουμε:

$$F_L = BI\,\ell\,\eta\mu 90^o \Rightarrow F_L = BI\,\ell \Rightarrow F_L = 0{,}2T\cdot 10A\cdot 0{,}1m \Rightarrow F_L = 0{,}2N$$



β) Όταν ο αγωγός είναι παράλληλος με τις δυναμικές γραμμές έχουμε: $F_L = BI\,\ell\,\eta\mu 0 \Rightarrow F_L = 0$, δηλαδή ο αγωγός δε δέχεται καμία δύναμη.



γ) Όταν ο αγωγός σχηματίζει γωνία 30° με τις δυναμικές γραμμές έχουμε:

$$F_L = B_2 I\,\ell \Rightarrow F_L = BI\,\ell\,\eta\mu 30^o \Rightarrow F_L = 0{,}2T\cdot 10A\cdot 0{,}1m\frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$F_L = 0{,}1N$$

β) Ορισμός έντασης ομογενούς μαγνητικού πεδίον

Για να ορίσουμε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου, σαν υπόθεμα θεωρούμε το ηλεκτρικό φορτίο, για να ορίσουμε την ένταση του βαρυτικού πεδίου, σαν υπόθεμα θεωρούμε τη μάζα. Στο μαγνητισμό όμως, για να ορίσουμε την ένταση, εδώ και χρόνια, έχει εγκαταλειφτεί η έννοια της ποσότητας μαγνητισμού και σαν υπόθεμα θεωρούμε το κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο.

Ο ορισμός του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου προκύπτει από τον τύπο του νόμου του Laplace.

Το μέτρο της έντασης μαγνητικού πεδίου είναι ίσο με το πηλίκο της δύναμης Laplace που ασκείται σε ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό προς το γινόμενο της έντασης I του ρεύματος επί το μήκος ℓ του αγωγού που βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο, όταν αυτός τοποθετηθεί κάθετα στις δυναμικές γραμμές, δηλαδή

$$B = \frac{F_L}{I\,\ell}$$

Την κατεύθυνση της έντασης του μαγνητικού πεδίου βρίσκουμε όπως ήδη γνωρίζουμε με τη βοήθεια μίας μαγνητικής βελόνας. Η μο-

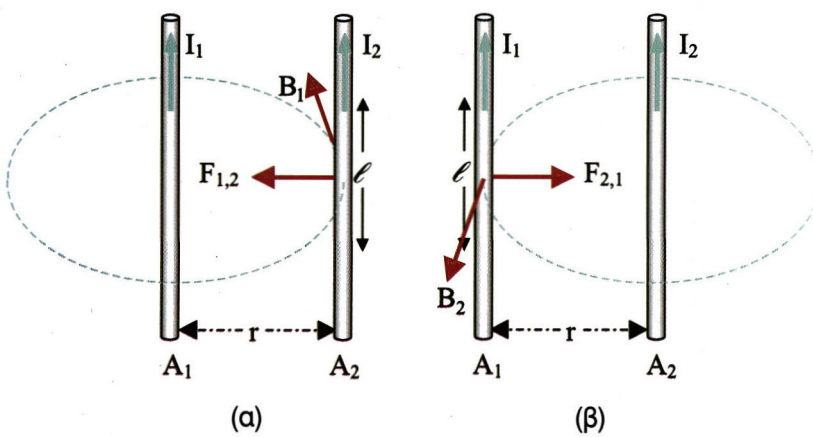
νάδα μέτρησης της έντασης του μαγνητικού πεδίου ονομάζεται Tesla προς τιμή του Κροάτη φυσικού και εφευρέτη Nicola Tesla (18561943) και συμβολίζεται με 1T.

Ένα Tesla είναι η ένταση του ομογενούς μαγνητικού πεδίου το οποίο ασκεί δύναμη 1 N σε ευθύγραμμο αγωγό, που έχει μήκος 1 m, όταν διαρρέεται από ρεύμα έντασης 1 A και βρίσκεται μέσα στο πεδίο τέμνοντας κάθετα τις δυναμικές γραμμές του.

$$1T = 1\frac{N}{A \cdot m}$$

γ) Δύναμη μεταξύ παράλληλων ρευματοφόρων αγωγών

Θεωρούμε δύο ευθύγραμμους ρευματοφόρους αγωγούς A_1 και A_2 που βρίσκονται σε απόσταση r μεταξύ τους. Ο αγωγός A_2 βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ο αγωγός A_1 (Εικ. 29α).



Εικόνα 4-29. *α) Ο αγωγός A_2 βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο του αγωγού A_1. β) Ο αγωγός A_1 βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο του αγωγού A_2.*

Ο αγωγός A_2 βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο σταθερής έντασης: $B_{1\mu} = k\,\frac{2I_1}{r}$ (Εικ. 29α).

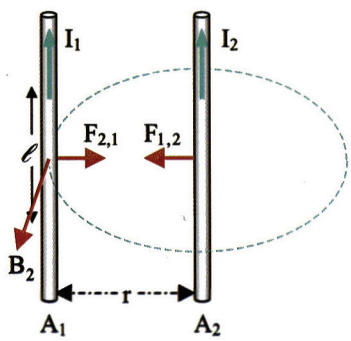
Σύμφωνα με το νόμο του Laplace σε μήκος ℓ του αγωγού A_2 θα ασκηθεί δύναμη: $F_{1,2} = B_2 I_2 \ell \Rightarrow F_{1,2} = k_\mu \frac{2I_1 I_2}{r}\ell$. **(1)**

Δηλαδή ο αγωγός A_1 μέσω του μαγνητικού του πεδίου, ασκεί στον αγωγό A_2 δύναμη $F_{1,2}$. Σύμφωνα όμως, με το νόμο δράσης - αντίδρασης και ο αγωγός A_2, μέσω του πεδίου του, ασκεί στον αγωγό A_1 μία ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς δύναμη $F_{2,1}$. Πραγματικά έχουμε (Εικ. 29β):

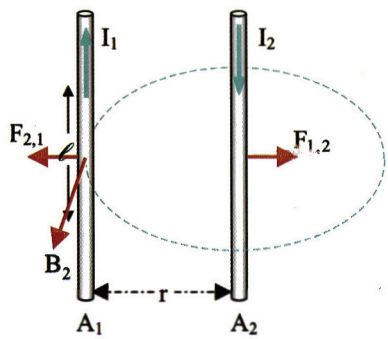
$$\left.\begin{array}{l} F_{2,1} = B_2 I_1 \ell \\ B_2 = k_\mu \dfrac{2I_2}{r} \end{array}\right\} \Rightarrow F_{2,1} = k_\mu \dfrac{2I_1 I_2}{r} \ell$$

Δηλαδή $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$

Μπορούμε να πούμε ότι, όταν δύο παράλληλοι ρευματοφόροι αγωγοί διαρρέονται από ρεύματα που έχουν την ίδια φορά, έλκονται, ενώ, όταν διαρρέονται από ρεύματα που έχουν αντίθετη φορά, απωθούνται (Εικ. 30-31).



Εικόνα 4-30. *Όταν διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα έλκονται.*



Εικόνα 4-31. *Όταν διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα απωθούνται.*

Ορισμός θεμελιώδους μονάδας Ampere στο διεθνές σύστημα

Με τη βοήθεια της δύναμης μεταξύ παράλληλων ρευματοφόρων αγωγών μπορούμε να ορίσουμε τη μονάδα της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος.

Το μέτρο της δύναμης, είναι: $F = k_\mu \dfrac{2I_1 I_2}{r} \ell$.

Αν στην τελευταία εξίσωση βάλουμε $k_\mu = 10^{-7} \dfrac{N}{A^2}$, I=1A,

ℓ =1m, r = 1m βρίσκουμε $F=2\cdot10^{-7}$N. Τότε για τη μονάδα της έντασης του ρεύματος προκύπτει ο εξής ορισμός:

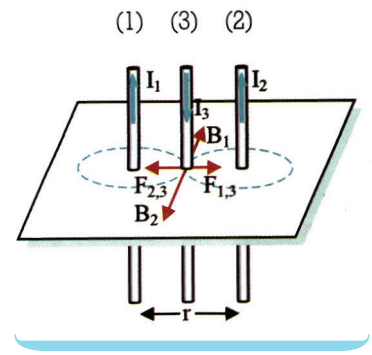
1A είναι η ένταση του σταθερού ρεύματος που όταν διαρρέει δύο ευθύγραμμους παράλληλους αγωγούς απείρου μήκους, οι οποίοι βρίσκονται στο κενό και σε απόσταση r=1m ο ένας από τον άλλο, τότε σε τμήμα μήκους ℓ =1m ο ένας ασκεί στον άλλο δύναμη $F=2\cdot10^{-7}$N.

Παράδειγμα 5

Δύο παράλληλοι ρευματοφόροι αγωγοί διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα I_1=30A και I_2=10A και βρίσκονται σε απόσταση r= 10cm. Να υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται ένας τρίτος αγωγός σε κάθε μέτρο μήκους όταν βρίσκεται στο μέσο της μεταξύ τους απόστασης και διαρρέεται από ρεύμα I_3=20A αντίρροπο με το ρεύμα των άλλων δύο αγωγών.

Λύση

Βρίσκουμε πρώτα τη φορά της έντασης του μαγνητικού πεδίου των δυο αγωγών σ' ένα σημείο του τρίτου αγωγού. Στη συνέχεια με τον κανόνα των τριών δακτύλων προσδιορίζουμε τη φορά των δυνάμεων Laplace.



Επειδή οι δυνάμεις έχουν αντίθετη φορά, όπως φαίνεται στο σχήμα, η συνισταμένη τους θα είναι ίση με:

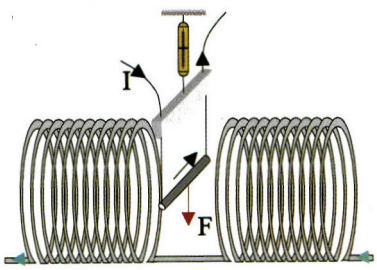
$$F_{o\lambda} = F_{1,3} - F_{2,3} \Rightarrow$$

$$F_{o\lambda} = k_\mu \frac{2I_1I_3}{\frac{r}{2}}\ell - k_\mu \frac{2I_2I_3}{\frac{r}{2}}\ell \Rightarrow F_{o\lambda} = 4k_\mu \frac{I_3}{r}\ell(I_1 - I_2) \Rightarrow$$

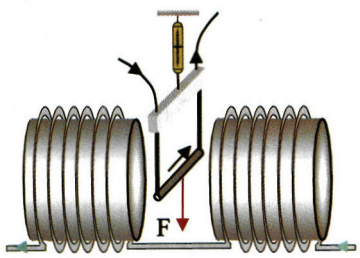
$$F_{o\lambda} = 4\cdot 10^{-7}\frac{N}{A^2}\cdot\frac{20A\cdot 1m}{10\cdot 10^{-2}m}(30A-10A) \Rightarrow F_{o\lambda} = 1,6\cdot 10^{-3}N$$

Άρα η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο $1,6\cdot 10^{-3}N$ και φορά ίδια με την φορά της δύναμης $\vec{F}_{1,3}$.

4.4. Η ύλη μέσα στο μαγνητικό πεδίο



Εικόνα 4-32. *Σωληνοειδές χωρις πυρήνα μαλακού σιδήρου.*



Εικόνα 4-33. *Σωληνοειδές με πυρήνα μαλακού σιδήρου.*

ΠΙΝΑΚΑΣ

Μαγνητική δαπερατότητα	Υλικά	Χαρακτηρισμός
μ»1	Fe, Ni, Co	Σιδηρομαγνητικά
μ>1	Al, Cr	Παραμαγνητικά
μ<1	C, Cu	Διαμαγνητικά

Θεωρούμε ξανά τη διάταξη με τη βοήθεια της οποίας μετράμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου (Εικ. 32). Η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι B_0 όταν στο εσωτερικό του πηνίου υπάρχει αέρας και γίνεται B όταν το εσωτερικό γεμίσει με κατάλληλο υλικό όπως μαλακό σίδηρο.

Διαπιστώνουμε ότι $B>B_0$ αν και όλα τα μεγέθη τα έχουμε κρατήσει σταθερά. Η αύξηση αυτή της έντασης του μαγνητικού πεδίου πρέπει να οφείλεται στον πυρήνα μαλακού σιδήρου που βάλαμε στο σωληνοειδές.

Το πηλίκο $\frac{B}{B_o}$ ονομάζουμε μαγνητική διαπερατότητα μ του υλικού

$$\mu = \frac{B}{B_o} \qquad (6)$$

Η μαγνητική διαπερατότητα δείχνει πόσες φορές **αυξήθηκε** η ένταση του μαγνητικού πεδίου λόγω της παρουσίας του σιδήρου. Η μαγνητική διαπερατότητα είναι **καθαρός** αριθμός.

Η αύξηση της έντασης του πεδίου χωρίς να αυξηθεί το ρεύμα προέρχεται από τον προσανατολισμό των στοιχειωδών μαγνητικών περιοχών του σιδήρου. Ο προσανατολισμός τους προκαλείται από το μαγνητικό πεδίο B_0 του σωληνοειδούς. Πειραματική έρευνα έδειξε ότι όλα τα υλικά, όταν βρεθούν μέσα στο μαγνητικό πεδίο παρουσιάζουν μαγνητικές ιδιότητες.

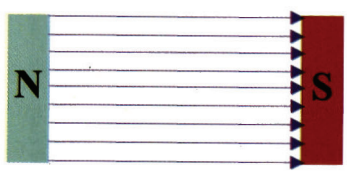
Η μαγνητική διαπερατότητα του σιδήρου είναι πολύ μεγαλύτερη της μονάδας. Το ίδιο συμβαίνει και για άλλα υλικά, όπως π.χ. για το Νικέλιο (Ni) και το Κοβάλτιο (Co).

Τα υλικά αυτά χαρακτηρίζονται ως **σιδηρομαγνητικά** και η τοποθέτησή τους σε ένα μαγνητικό πεδίο συνεπάγεται τη πολύ μεγάλη αύξηση της έντασής του.

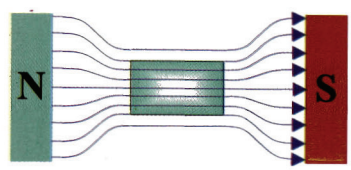
Μερικά υλικά έχουν μαγνητική διαπερατότητα λίγο μεγαλύτερη της μονάδας, όπως π.χ. το Αργίλιο (Al) και το Χρώμιο (Cr). Τα υλικά αυτά χαρακτηρίζονται ως **παραμαγνητικά** και η τοποθέτηση τους σε ένα μαγνητικό πεδίο συνεπάγεται τη σχετικά μικρή αύξηση της έντασής του.

Υπάρχουν τέλος και υλικά που έχουν μαγνητική διαπερατότητα μικρότερη της μονάδας, όπως π.χ. ο Άνθρακας (C) και ο Χαλκός (Cu). Τα υλικά αυτά χαρακτηρίζονται ως **διαμαγνητικά** και η τοποθέτησή τους σε ένα μαγνητικό πεδίο συνεπάγεται την ελάττωση της έντασής του.

Παραμόρφωση μαγνητικού πεδίου λόγω της παρουσίας σιδήρου



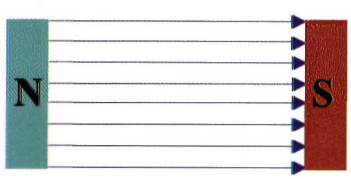
Εικόνα 4-34. *Ομογενές μαγνητικό πεδίο.*



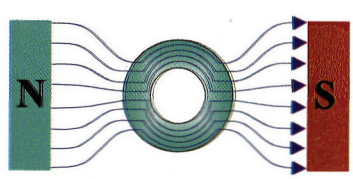
Εικόνα 4-35. *Οι δυναμικές γραμμές εκτρέπονται.*

Θεωρούμε το φάσμα ομογενούς μαγνητικού πεδίου (Εικ. 34).

Μετά την εισαγωγή του σιδήρου το φάσμα αλλοιώνεται (Εικ. 35). Οι δυναμικές γραμμές παραμορφώνονται, και φαίνεται να θέλουν να περάσουν όσο το δυνατό περισσότερες μέσα από το σίδηρο.



Εικόνα 4-36. *Ομογενές μαγνητικό πεδίο.*



Εικόνα 4-37. *Το μαγνητικό πεδίο μετά την εισαγωγή του κυκλικού σιδερένιου πυρήνα.*

Παραμόρφωση των δυναμικών γραμμών του πεδίου συμβαίνει επίσης και στην περίπτωση που στο εσωτερικό του τοποθετήσουμε σιδερένιο κυκλικό δακτύλιο. Παρατηρούμε ότι πολλές δυναμικές γραμμές παραμορφώνονται και περνούν από τη μάζα του σιδήρου, ενώ από το κοίλωμα δεν περνά καμία δυναμική γραμμή και άρα σ' αυτόν το χώρο δεν υπάρχει μαγνητικό πεδίο (Εικ. 37).

Την ιδιότητα αυτή εκμεταλλευόμαστε, ώστε να προστατεύσουμε τα ρολόγια από ισχυρούς μαγνήτες (αντιμαγνητικά ρολόγια).

Ηλεκτρομαγνήτης

Αν μέσα σε σωληνοειδές βάλουμε κάποιο σιδηρομαγνητικό υλικό τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου του σωληνοειδούς θα δίνεται από τη σχέση

$$B = \mu k_{\mu} 4\pi \frac{N}{\ell} I$$

Αν για παράδειγμα χρησιμοποιήσουμε μαλακό σίδηρο που έχει μ=15.000 τότε το μαγνητικό πεδίο θα μεγαλώσει κατά 15.000 φορές.

Η μαγνήτιση του σιδήρου είναι παροδική και παύει πρακτικά να υφίσταται μετά τη διακοπή του ρεύματος στο σωληνοειδές.

Το σύστημα που αποτελούν το σωληνοειδές και η ράβδος μαλακού σιδήρου μέσα σ' αυτό, ονομάζουμε ηλεκτρομαγνήτη.

Αν αντί για μαλακό σίδηρο βάλουμε χάλυβα, διαπιστώνουμε ότι, ακόμα και αν διακόψουμε το ρεύμα, ο χάλυβας διατηρεί τις μαγνητικές του ιδιότητες, γίνεται δηλαδή ένας **μόνιμος μαγνήτης**.

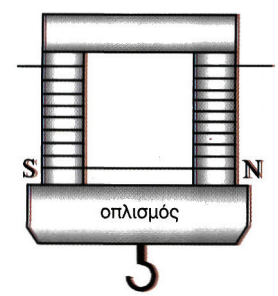
Ηλεκτρομαγνητικός γερανός

Το πολύ ισχυρό μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται με τη βοήθεια ενός ηλεκτρομαγνήτη μαλακού σιδήρου μπορούμε να εκμεταλλευτούμε για να σηκώνουμε πολύ βαριά αντικείμενα. Ένας γερανός εφοδιασμένος με ένα τέτοιο ηλεκτρομαγνήτη ονομάζεται **ηλεκτρομαγνητικός γερανός**.

Ο πεταλοειδής ηλεκτρομαγνήτης έλκει με μεγάλη δύναμη τον οπλισμό του που είναι φτιαγμένος από μαλακό σίδηρο (Εικ. 38).

Για να αποσπαστεί αυτός από τον ηλεκτρομαγνήτη, πρέπει να ασκηθεί πάνω του μία δύναμη F την οποία ονομάζουμε **φέρουσα** δύναμη. Είναι φανερό ότι ο ηλεκτρομαγνήτης μπορεί να σηκώσει σώματα που το βάρος τους είναι μικρότερο της φέρουσας δύναμης.

Αν θέλουμε να σηκώσουμε σιδερένια αντικείμενα μπορούμε να μη χρησιμοποιήσουμε καθόλου τον οπλισμό αλλά να αποτελέσουν οπλισμό τα ίδια τα σιδερένια αντικείμενα, π.χ. φορτοεκφόρτωση πλοίου.



Αρχή λειτουργίας ηλεκτρομαγνητικού γερανού.
Εικόνα 4-38.

4.5. Εφαρμογές ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων

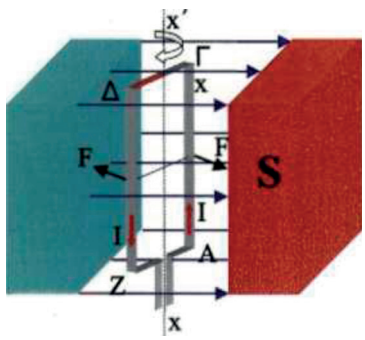
α) Ηλεκτρικός κινητήρας

Με τη βοήθεια ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου και δυνάμεων Laplace μπορούμε να έχουμε μία συνεχή περιστροφή ενός πλαισίου.

Παίρνουμε ένα συρμάτινο πλαίσιο σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου και το στερεώνουμε, έτσι ώστε να μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον κατακόρυφο άξονα xx'. Τοποθετούμε αρχικά το πλαίσιο παράλληλα στις δυναμικές γραμμές ενός ισχυρού ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης B.

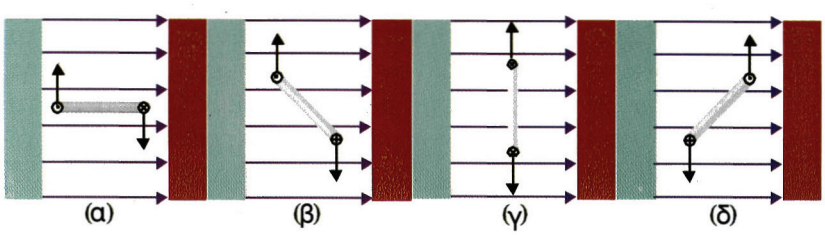
Παρατηρούμε ότι, αν διαβιβάσουμε ρεύμα μέσα από το πλαίσιο αυτό θα αρχίσει να κινείται γύρω από τον άξονά του και αφού κάνει ορισμένες ταλαντεύσεις γύρω από τον άξονά του τελικά θα ισορροπήσει κάθετα στις δυναμικές γραμμές.

Εξετάζοντας τις δυνάμεις που ενεργούν στο πλαίσιο βλέπουμε ότι οι δυνάμεις που ασκούνται στις πλευρές ΔΓ και ΖΑ του πλαισίου είναι αντίθετες και αλληλοεξουδετερώνονται. Οι δυνάμεις όμως, που ενεργούν στις πλευρές ΔΖ και ΓΑ δημιουργούν ένα ζεύγος δυνάμεων, οι οποίες προκαλούν περιστροφή του πλαισίου.

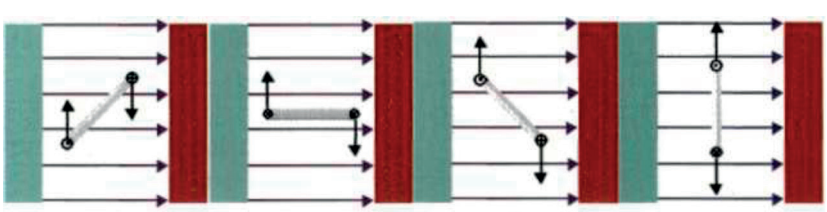


Το πλαίσιο μετά από μερικές ταλαντεύσεις ισορροπεί.
Εικόνα 4-39.

Ζεύγος δυνάμεων ονομάζεται ένα σύστημα δύο δυνάμεων που είναι παράλληλες, έχουν ίσα μέτρα, αντίθετη φορά και εφαρμόζονται σε διαφορετικά σημεία.



Εικόνα 4-40. *Πριν αντιστραφεί η φορά του ρεύματος.*



Εικόνα 4-41. **Εικόνα 4-42.** **Εικόνα 4-43.** **Εικόνα 4-44.**
Όταν αντιστραφεί η φορά του ρεύματος.

Όταν όμως, το πλαίσιο γίνει κάθετο στις δυναμικές γραμμές οι δυνάμεις έχουν αντίθετη φορά και αλληλοεξουδετερώνονται (Εικ. 40γ). Το πλαίσιο λόγω αδράνειας περνά τη θέση ισορροπίας και οι δυνάμεις Laplace τείνουν να επαναφέρουν το πλαίσιο στην αρχική

του θέση (Εικ. 40δ). Μετά από έναν αριθμό ταλαντεύσεων το πλαίσιο λόγω των τριβών, τελικά ισορροπεί κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου.

Για να πετύχουμε σταθερή φορά περιστροφής του πλαισίου, πρέπει όταν αυτό γίνεται κάθετο στις δυναμικές γραμμές, να αλλάζουμε τη φορά του ρεύματος οπότε οι δυνάμεις που ενεργούν στις κατακόρυφες πλευρές να αλλάζουν φορά ώστε να συντηρούν την περιστροφή του πλαισίου. Το πρόβλημα της αλλαγής της φοράς του ρεύματος ξεπεράστηκε από τους τεχνικούς οι οποίοι με μία έξυπνη κατασκευή κατόρθωσαν να αντιστρέφουν τη φορά του όταν το πλαίσιο περνά από τη θέση ισορροπίας.

Οι πραγματικοί κινητήρες δεν έχουν μόνο ένα πλαίσιο, αλλά μία ομάδα από αυτά κατάλληλα τοποθετημένα. Επίσης τα πλαίσια μπορεί να έχουν στο εσωτερικό τους πυρήνα μαλακού σιδήρου, ώστε να αυξάνεται η ένταση του μαγνητικού πεδίου και κατά συνέπεια οι δυνάμεις Laplace που ενεργούν πάνω τους.

Ο ηλεκτρικός κινητήρας μπορεί να θεωρηθεί σαν ένας ενεργειακός μετατροπέας ο οποίος μετατρέπει την ηλεκτρική ενέργεια κατά ένα μεγάλο μέρος της σε μηχανική ενέργεια.

Η χρήση των ηλεκτρικών κινητήρων έχει μεγάλο φάσμα εφαρμογών, όπως στη μίζα του αυτοκινήτου και της μοτοσικλέτας, στον ηλεκτρικό σιδηρόδρομο, στον ανεμιστήρα κ.α.

β) Αμπερόμετρο - Βολτόμετρο

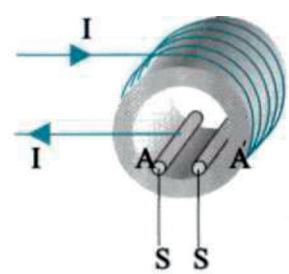
Ι. Όργανα με μαλακό σίδηρο

Τοποθετούμε δύο ράβδους από μαλακό σίδηρο με ίσο μήκος μέσα σε ένα πηνίο. Όταν κυκλοφορεί ρεύμα στο κύκλωμα οι δύο ράβδοι γίνονται μαγνήτες και μάλιστα οι άκρες τους Α,Α΄ γίνονται νότιοι πόλοι ενώ οι πίσω άκρες τους βόρειοι πόλοι. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι μαγνήτες να απωθούνται.

Στα όργανα μέτρησης, τοποθετούμε τις δύο ράβδους, έτσι ώστε η μία από αυτές να είναι ακίνητη και η άλλη να μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα πάνω στον οποίο είναι τοποθετημένος ένας δείκτης.

Το ρεύμα που θέλουμε να μετρήσουμε το διαβιβάζουμε μέσα στο πηνίο. Οι δύο πλάκες του μαλακού σιδήρου μαγνητίζονται με αποτέλεσμα να απωθούνται. Η άπωση που δημιουργείται με αυτόν το τρόπο προκαλεί την απόκλιση του δείκτη. Αν αλλάξουμε τη φορά του ρεύματος δε παρατηρούμε και αντίθετη απόκλιση του δείκτη. Αυτό συμβαίνει επειδή, στις δύο ράβδους αλλάζουν ταυτόχρονα οι πόλοι με αποτέλεσμα πάλι να απωθούνται. Για το λόγο αυτό τα όργανα από μαλακό σίδηρο μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη μέτρηση ρευμάτων που η φορά τους αλλάζει (π.χ. εναλλασσόμενο ρεύμα).

Όταν διακόπτουμε το ρεύμα, ένα ελατήριο επαναφέρει τις δύο ράβδους στην αρχική τους θέση. Με κατάλληλη βαθμονόμηση μπορούμε από την απόκλιση του δείκτη, να μετράμε την ένταση του ρεύματος.



Όργανα με μαλακό σίδηρο.
Εικόνα 4-45.

ΙΙ. Όργανα με στρεφόμενο πλαίσιο

Για να κατανοήσουμε τον τρόπο λειτουργίας του οργάνου με στρεφόμενο πλαίσιο, κρεμάμε ένα ορθογώνιο πλαίσιο από πολλές λεπτές μεταλλικές ταινίες ώστε να μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα μέσα στους πόλους ενός μόνιμου πεταλοειδούς μαγνήτη.

Στις λεπτές μεταλλικές ταινίες διαβιβάζουμε το ρεύμα που πρόκειται να μετρηθεί. Οπότε δημιουργείται ένα ζεύγος δυνάμεων που περιστρέφει το πλαίσιο.

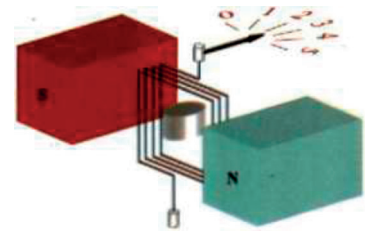
φροντίζουμε ώστε το πλαίσιο να είναι προσαρτημένο σε δύο σπειροειδή ελατήρια που το επαναφέρουν στη θέση ισορροπίας, όταν διακοπεί το ρεύμα που το διαρρέει. Όταν οι ταινίες είναι πολύ λεπτές, το πλαίσιο στρέφεται ακόμα και για ρεύματα έντασης 10^{-7}Α. Γίνεται δηλαδή πολύ ευαίσθητο.

Στους πιο διαδεδομένους τύπους πάνω στον άξονα στερεώνουμε ένα μακρύ δείκτη, ώστε από την εκτροπή του, βαθμολογώντας ανάλογα μία χαρτοταινία με ρεύμα γνωστής έντασης, να παίρνουμε την τιμή της έντασης κάποιου άγνωστου ρεύματος (Εικ. 46).

Τη στιγμή που έχει εκτραπεί ο δείκτης και ισορροπεί σε μία θέση, η δύναμη επαναφοράς του ελατηρίου είναι ίση κατά μέτρο με τη δύναμη που δημιουργείται από το ρεύμα. Χωρίς το ελατήριο, ο δείκτης του οργάνου θα απόκλινε ως το τέλος της κλίμακας ακόμα και για πολύ ασθενή ρεύματα.

Αν τώρα αλλάξουμε φορά στο ρεύμα, θα δούμε ότι ο δείκτης θα αποκλίνει προς την αντίθετη κατεύθυνση και αυτό γιατί αλλάζουν φορά οι δυνάμεις που ενεργούν στο πλαίσιο με αποτέλεσμα να το περιστρέφουν αντίθετα. Για το λόγο αυτό τα όργανα με περιστρεφόμενο πλαίσιο δεν είναι δυνατό να μετρήσουν ρεύμα η φορά του οποίου αλλάζει π.χ. εναλλασσόμενο.

Είναι φανερό ότι, αν το πλαίσιο του οργάνου που περιγράψαμε κατασκευαστεί από κάποιο σύρμα με μεγάλη εσωτερική αντίσταση και η κλίμακά του βαθμολογηθεί σε βολτ, θα προκύψει ένα βολτόμετρο με κινητό πλαίσιο.

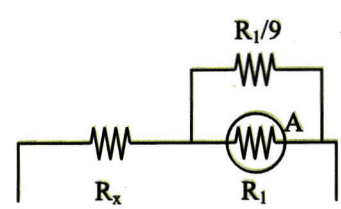


Όργανα με στρεφόμενο πλαίσιο.
Εικόνα 4-46.

Διεύρυνση της περιοχής μέτρησης ενός αμπερόμετρου

‘Οταν με τη βοήθεια του στρεφόμενου πλαισίου μετράμε κάποιο ρεύμα, φτάνουμε σε μία μέγιστη τιμή όπου ο δείκτης του οργάνου έχει εκτραπεί πλήρως. Για να μετρήσουμε ρεύματα μεγαλύτερης έντασης, συνδέουμε παράλληλα στην αντίσταση R_1 του οργάνου μία άλλη π.χ. $R_1/9$ (Εικ. 47). Τότε το όργανο διαρρέεται μόνο από το 1/10 της συνολικής έντασης του ρεύματος και οι δυνατότητες του οργάνου επεκτείνονται έτσι για μέτρηση ρευμάτων δεκαπλάσιας έντασης.

Άρα διευρύνουμε την περιοχή μέτρησης ενός αμπερόμετρου, συνδέοντας παράλληλα στην αντίσταση του πλαισίου μικρές αντιστάσεις που είναι τοποθετημένες μέσα στη συσκευή. Με την παράλληλη σύνδεση των αντιστάσεων μειώνεται κατά πολύ η ισοδύναμη αντίσταση του αμπερόμετρου.



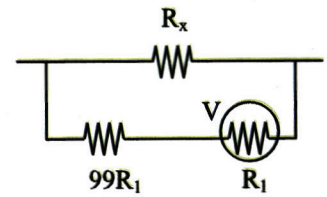
Τρόπος διεύρυνσης της περιοχής μέτρησης του αμπερόμετρου.
Εικόνα 4-47.

Διεύρυνση της περιοχής μέτρησης ενός βολτόμετρου

Για να μετρήσουμε υψηλότερες τάσεις, συνδέουμε μία αντίσταση R σε σειρά με την αντίσταση R_1 του οργάνου. Αν η αντίσταση R είναι ίση με $99R_1$ τότε οι δυνατότητες του οργάνου επεκτείνονται για τη μέτρηση εκατονταπλάσιας τάσης από αυτή που θα μετρούσε, αν δεν συνδέαμε άλλη αντίσταση, γιατί η τάση τότε στα άκρα της R_1 θα είναι ίση με το 1/100 της συνολικής τάσης.

Οι απαραίτητες αντιστάσεις βρίσκονται συνήθως ενσωματωμένες στην ίδια συσκευή και με τη βοήθεια ενός διακόπτη μπορούμε να τις συνδέουμε εύκολα.

Άρα διευρύνουμε την περιοχή μέτρησης ενός βολτόμετρου συνδέοντας κατά σειρά στην αντίσταση του πλαισίου μεγάλες αντιστάσεις που είναι τοποθετημένες μέσα στη συσκευή. Με τη σειρά σύνδεση αντιστάσεων αυξάνεται η ισοδύναμη αντίσταση του βολτόμετρου.



Τρόπος διεύρυνσης της περιοχής μέτρησης του βολτόμετρου.
Εικόνα 4-48.

4.6. Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή

α) Μαγνητική ροή

Έστω το ομογενές μαγνητικό πεδίο του σχήματος έντασης B (Εικ. 49). Μέσα σ' αυτό και κάθετα στις δυναμικές γραμμές θεωρούμε μία επιφάνεια που έχει εμβαδόν S.

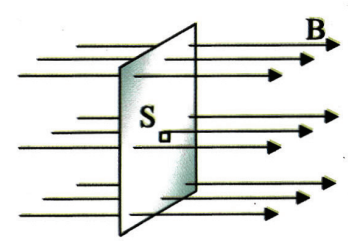
Το γινόμενο της έντασης B του μαγνητικού πεδίου επί το εμβαδό S της επιφάνειας ορίζεται σαν ένα νέο φυσικό μέγεθος που ονομάζουμε ροή και συμβολίζεται με Φ, δηλαδή

$$\Phi = BS \qquad (7)$$

Η μονάδα της μαγνητικής ροής ονομάζεται Weber, συμβολίζεται με Wb και προκύπτει από το γινόμενο της μονάδας της έντασης του μαγνητικού πεδίου επί τη μονάδα της επιφάνειας, δηλαδή

$$1Wb = 1Tm^2$$

Ξέρουμε ότι η ένταση B του μαγνητικού πεδίου μας δίνει την πυκνότητα των δυναμικών γραμμών δηλαδή τον αριθμό των δυναμικών γραμμών που περνούν ανά μονάδα επιφάνειας. Άρα η μαγνητική ροή, το γινόμενο δηλαδή BS, εκφράζει τον ολικό αριθμό των δυναμικών γραμμών που περνάνε από μία επιφάνεια S.



Η επιφάνεια είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές.
Εικόνα 4-49.

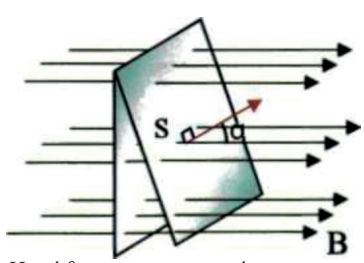
Αν η επιφάνεια S τοποθετηθεί πλάγια στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου τότε η μαγνητική ροή δίνεται από τη σχέση

$$\Phi = BS\sigma\upsilon\nu\alpha \qquad (8)$$

όπου α είναι η γωνία που σχηματίζει η κάθετη στην επιφάνεια με την ένταση του μαγνητικού πεδίου.

Όταν $\alpha=0^o$ έχουμε $\sigma\upsilon\nu 0^o=1$ και $\Phi_{max}=BS$. Όταν $\alpha=90^o$ έχουμε $\sigma\upsilon\nu 90^o=0$ και $\Phi_{min}=0$. Αυτό θα συμβεί όταν ο αγωγός είναι παράλληλος στις δυναμικές οπότε καμία δυναμική γραμμή δεν διέρχεται από την επιφάνεια.

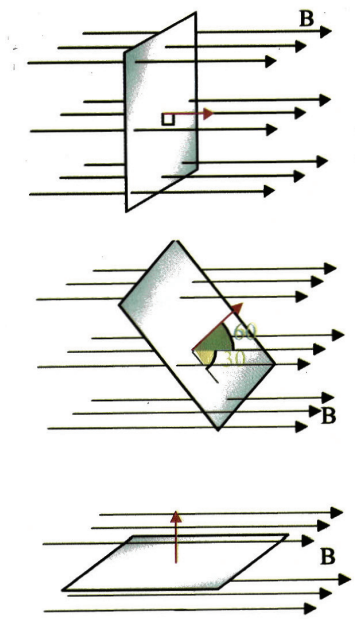
Αν μέσα σε κάποιο μαγνητικό πεδίο βάλουμε μία κλειστή επιφάνεια η ολική ροή που θα περνά μέσα από αυτή θα είναι μηδέν. Αυτό είναι φανερό επειδή όσες δυναμικές γραμμές μπαίνουν στην επιφάνεια τόσες βγαίνουν από αυτή. Πρέπει να αναφέρουμε επίσης ότι η μαγνητική ροή είναι μονόμετρο μέγεθος.



Η κάθετη στην επιφάνεια σχηματίζει γωνία α με τις δυναμικές γραμμές.
Εικόνα 4-50.

Παράδειγμα 6

Ένα τετράγωνο πλευράς α=10cm βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης Β=0,2Τ. Να υπολογιστεί η ροή που περνά από το πλαίσιο όταν α) είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές, β) σχηματίζει γωνία φ=30° με τις δυναμικές γραμμές, γ) είναι παράλληλο στις δυναμικές γραμμές.



Λύση

α) Όταν το πλαίσιο είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές τότε Φ=BSσυνα όπου α είναι η γωνία που σχηματίζουν οι δυναμικές γραμμές με την κάθετη επιφάνεια.

Άρα $\Phi = BS\sigma\upsilon\nu 0^{o} \overset{S=\alpha^2}{\Rightarrow} \Phi = 0,2T(10\cdot 10^{-2}m)^2 1 \Rightarrow \Phi = 2\cdot 10^{-3}Wb$

β) Η κάθετη στην επιφάνεια με τις δυναμικές γραμμές σχηματίζει γωνία 60° άρα, η ροή που περνά μέσα από την επιφάνεια θα είναι:

$$\Phi = BS\sigma\upsilon\nu 60^{o} \Rightarrow \Phi = 0,2T(10\cdot 10^{-2}m)^2 \frac{1}{2} \Rightarrow \Phi = 10^{-3}Wb$$

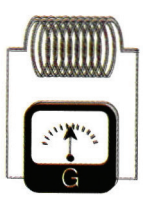
γ) Όταν το πλαίσιο βρεθεί παράλληλα με τις δυναμικές γραμμές, τότε η κάθετη στο πλαίσιο σχηματίζει γωνία 90° με τις δυναμικές γραμμές άρα η ροή που θα περνά από την επιφάνεια θα είναι:

$$\Phi = BS\sigma\upsilon\nu 90^{o} \overset{\sigma\upsilon\nu 90^{o}=0}{\Rightarrow} \Phi = 0$$

β) Ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή

Όπως μάθαμε το ηλεκτρικό ρεύμα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο. Τώρα θα εξετάσουμε το αντίθετο. Δηλαδή τη δημιουργία ρεύματος από το μαγνητικό πεδίο. Ακριβέστερα βέβαια θα εξετάσουμε τη δημιουργία ηλεκτρεγερτικής δύναμης από το μαγνητικό πεδίο.

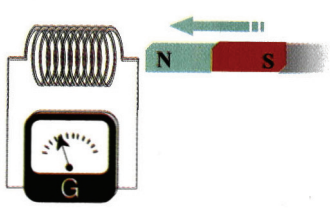
Το φαινόμενο αυτό ανακαλύφθηκε από τον Αγγλο Faraday και τον Αμερικανό Henry, έντεκα χρόνια αργότερα από τα πειράματα του Oersted και ονομάζεται ηλεκτρομαγνητική επαγωγή ή απλά επαγωγή·



Το γαλβανόμετρο δείχνει ένδειξη μηδέν.
Εικόνα 4-51.

Συνδέουμε τις άκρες ενός πηνίου με ένα γαλβανόμετρο μηδενός. Αρχικά, βλέπουμε ότι ο δείκτης του οργάνου δεν έχει καμία απόκλιση. Η διαφορά δυναμικού δηλαδή στα άκρα του πηνίου είναι μηδέν.

Στη συνέχεια, παίρνουμε ένα μαγνήτη και τον πλησιάζουμε προς το πηνίο (Εικ. 52). Βλέπουμε τότε ότι ο δείκτης του οργάνου θα έχει κάποια απόκλιση. Στις άκρες του δηλαδή, θα υπάρχει κάποια διαφορά δυναμικού η οποία παύει να υπάρχει όταν ακινητοποιήσουμε το μαγνήτη. Αν αναστρέψουμε το μαγνήτη και κάνουμε το ίδιο πείραμα θα παρατηρήσουμε ότι ο δείκτης του οργάνου θα έχει κάποια απόκλιση αντίθετη όμως από την αρχική. Αυτό δείχνει ότι στα άκρα του πηνίου παρουσιάστηκε πάλι μία διαφορά δυναμικού, με αντίθετη όμως πολικότητα από την προηγούμενη.



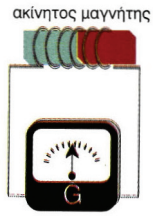
Όταν ο μαγνήτης κινείται το όργανο δείχνει κάποια ένδειξη.
Εικόνα 4-52.

Αξίζει επίσης να παρατηρήσουμε ότι όσο πιο γρήγορα μετακινούμε το μαγνήτη μέσα στο πηνίο, τόσο πιο μεγάλη απόκλιση εμφανίζεται στο δείκτη του βολτομέτρου. Το ίδιο θα συμβεί αν χρησιμοποιήσουμε έναν πιο ισχυρό μαγνήτη.

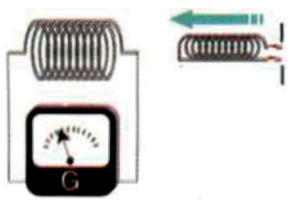
Επαναλαμβάνουμε το ίδιο πείραμα με τη διαφοροποίηση όμως ότι αντί για μαγνήτη πλησιάζουμε προς το πηνίο ένα σωληνοειδές, που διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης. Θα παρατηρήσουμε τα ίδια ακριβώς αποτελέσματα που παρατηρήσαμε όταν χρησιμοποιήσαμε το μαγνήτη (Εικ. 54).

Αν τώρα το σωληνοειδές το ακινητοποιήσουμε μέσα στο πηνίο ή πολύ κοντά σ' αυτό και μεταβάλλουμε την ένταση του ρεύματος που το διαρρέει, θα δούμε ότι αναπτύσσεται στις άκρες του πηνίου κάποια διαφορά δυναμικού όσο χρόνο εμείς μεταβάλλουμε την ένταση του ρεύματος. Όταν σταματήσουμε να μεταβάλουμε την ένταση, ο δείκτης του γαλβανομέτρου μηδενός δεν εμφανίζει καμία απόκλιση.

Επειδή η κίνηση είναι σχετική, τα ίδια ακριβώς αποτελέσματα θα παρατηρήσουμε αν αντί να μετακινούμε το μαγνήτη ή το σωληνοειδές, μετακινούμε το πηνίο.



Όταν ο μαγνήτης είναι ακίνητος το όργανο δεν δείχνει ένδειξη.
Εικόνα 4-53.



Όσο το ρευματοφόρο σωληνοειδές κινείται το όργανο δείχνει κάποια ένδειξη.
Εικόνα 4-54.

Εξήγηση του φαινομένου της επαγωγής

Είδαμε ότι το φαινόμενο της επαγωγής είναι άμεσα συνδεδεμένο με την κίνηση του μαγνήτη. Η κίνηση αυτή προκαλεί μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται μέσα από τις σπείρες του πηνίου.

Το ίδιο συμβαίνει και όταν πλησιάζουμε ή απομακρύνουμε το σωληνοειδές, το οποίο όπως ξέρουμε, συμπεριφέρεται σαν ένας μαγνήτης.

Όμως, όπως είδαμε το φαινόμενο της επαγωγής παρατηρειται ακόμα και αν ακινητοποιήσουμε το σωληνοειδές και μεταβάλουμε την ένταση του ρεύματος. Η μεταβολή όμως, της έντασης του ρεύματος του σωληνοειδούς, προκαλεί μεταβολή της έντασης μαγνητικού του πεδίου και άρα μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται μέσα από αυτό και κατά συνέπεια και μέσα από το πηνίο.

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι:

Η μεταβολή με οποιονδήποτε τρόπο της μαγνητικής ροής που περνά από τις σπείρες ενός πηνίου προκαλεί ανάπτυξη ηλεκτρεγερτικής δύναμης στο πηνίο που διαρκεί όσο χρόνο διαρκεί η μεταβολή της μαγνητικής ροής.

Το φαινόμενο αυτό ονομάζουμε επαγωγή.

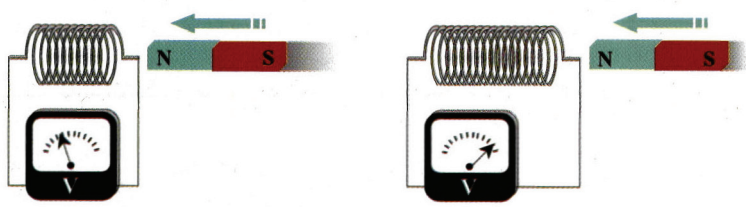
γ) Νόμος επαγωγής (Faraday)

Είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο ότι η επαγωγική τάση είναι μεγαλύτερη, όταν στο πηνίο πλησιάσουμε με την ίδια ταχύτητα ένα ισχυρότερο μαγνήτη. Η μεγαλύτερη επαγωγική τάση του πηνίου είναι φανερό ότι οφείλεται στη μεγαλύτερη μεταβολή της μαγνητικής ροής, αφού όλα τα άλλα μεγέθη παραμένουν σταθερά. Δηλαδή

η επαγωγική τάση του πηνίου είναι μεγαλύτερη, όσο μεγαλύτερη γίνεται η μεταβολή της μαγνητικής ροής στο εσωτερικό κάθε σπείρας του πηνίου.

Είδαμε επίσης ότι, όσο πιο γρήγορα πλησιάζουμε τον ίδιο μαγνήτη στο πηνίο τόσο μεγαλύτερη επαγωγική τάση παίρνουμε στο πηνίο. Δηλαδή η επαγωγική τάση του πηνίου για την ίδια μεταβολή της ροής, είναι μεγαλύτερη, όσο μικρότερος είναι ο χρόνος μεταβολής της ροής.

Τέλος, με ένα απλό πείραμα βλέπουμε ότι η επαγωγική τάση γίνεται μεγαλύτερη, όσο μεγαλώνει ο αριθμός των σπειρών του πηνίου, εφόσον ο ίδιος μαγνήτης πλησιάζει το πηνίο με την ίδια ταχύτητα (Εικ.55).



Εικόνα 4-55. *Μεγαλύτερη ΗΕΔ αναπτύσσεται στο πηνίο με τις περισσότερες σπείρες.*

Συνοψίζοντας τώρα τα συμπεράσματα από τα παραπάνω πειράματα παίρνουμε τον ακόλουθο νόμο της επαγωγής (Νόμος Faraday):

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που δημιουργείται σε ένα πηνίο είναι ανάλογη με το ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής ΔΦ/Δt και ανάλογη με τον αριθμό N των σπειρών του πηνίου

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}N \quad (9)$$

Μονάδα στο SI: $\frac{1\,Wb}{s} = 1\,V$

Η σημασία του αρνητικού προσήμου δικαιολογείται με τον κανόνα Lenz που περιγράφεται πιο κάτω.

Δώσαμε το νόμο της επαγωγής με τη βοήθεια ενός πηνίου, είναι φανερό όμως, ότι **ισχύει για οποιοδήποτε κύκλωμα**. Τότε ο τύπος θα γίνεται:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Επειδή συνήθως μας ενδιαφέρει το μέτρο της επαγωγικής τάσης το αρνητικό πρόσημο μπορούμε να το παραλείπουμε.

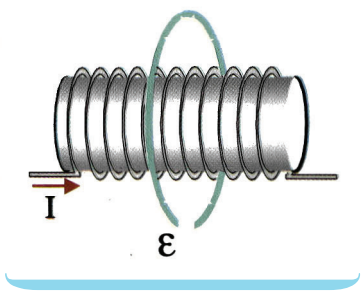
Με τη βοήθεια του νόμου της επαγωγής μπορούμε τώρα να δώσουμε τον ορισμό της μονάδας της μαγνητικής ροής:

1Wb είναι η μαγνητική ροή η οποία όταν περνά από μία σπείρα και ελαττώνεται ομοιόμορφα ως την τιμή μηδέν μέσα σε 1 s, αναπτύσσει ΗΕΔ επαγωγής ίση με 1 V.

$$1Wb=1V\cdot s$$

Παράδειγμα 7

Ένα σωληνοειδές έχει 100 σπείρες/m, κάθε σπείρα έχει εμβαδόν $S=0,2m^2$ και διαρρέεται από ρεύμα έντασης I=10A. Στο κέντρο του σωληνοειδούς και κάθετα προς τον άξονά του βρίσκεται ένας κυκλικός αγωγός που περιβάλλει το σωληνοειδές. Αν διπλασιαστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές σε χρόνο Δt=0,01s να υπολογιστεί η επαγωγική τάση που θα αναπτυχθεί στον κυκλικό αγωγό.



Λύση

Αρχικά η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς είναι:

$$B_1 = k_\mu 4\pi \frac{N}{\ell} I_1 \Rightarrow B_1 = 10^{-7}\frac{N}{A^2}4\pi\frac{100}{1m}10A \Rightarrow B_1 = 4\pi 10^{-4}T$$

Όταν διπλασιάσουμε την ένταση του ρεύματος, θα διπλασιαστεί και η ένταση του μαγνητικού πεδίου, αφού αυτή είναι ανάλογη προς το ρεύμα, δηλαδή θα γίνει $B_2 = 8\pi 10^{-4}T$.

Η μεταβολή της ροής πάνω στο κυκλικό αγωγό θα είναι:

$$\Delta\Phi=\Phi_{\tau\varepsilon\lambda}-\Phi_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow \Delta\Phi=B_2S-B_1S$$

Άρα η ΗΕΔ επαγωγής που θα αναπτυχθεί στις άκρες του κυκλικού αγωγού θα είναι:

$$\varepsilon = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = \frac{|B_2S-B_1S|}{\Delta t} \Rightarrow$$

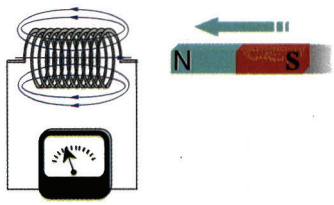
$$\varepsilon = \frac{8\pi 10^{-4}T\cdot 2m^2-4\pi 10^{-4}T\cdot 2m^2}{0,1\pi s} \Rightarrow \varepsilon = 8\cdot 10^{-3}V \Rightarrow \varepsilon = 8mV$$

δ) Επαγωγικό ρεύμα

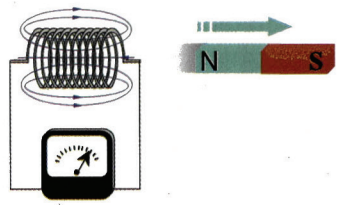
Αν στις άκρες ενός πηνίου συνδέσουμε ένα ευαίσθητο γαλβανόμετρο, θα παρατηρήσουμε ότι η οποιαδήποτε **μεταβολή της ροής** στο πηνίο συνοδεύεται από τη **δημιουργία κάποιου ρεύματος**. Το ρεύμα αυτό, ονομάζουμε, επαγωγικό ρεύμα και θα διαρκεί όσο χρόνο διαρκεί και η μεταβολή της ροής.

Η δημιουργία επαγωγικής τάσης είναι αποτέλεσμα της μεταβολής της ροής. Η δημιουργία όμως επαγωγικού ρεύματος προϋποθέτει ότι το κύκλωμα στο οποίο συμβαίνει η μεταβολή της ροής θα είναι **κλειστό**.

Ας δούμε μερικούς τρόπους παραγωγής επαγωγικών ρευμάτων.

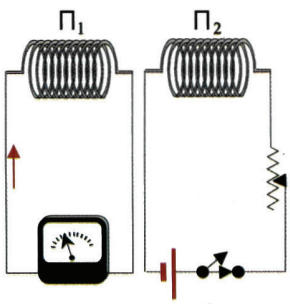


Εικόνα 4-56. *Ο μαγνήτης πλησιάζει.*

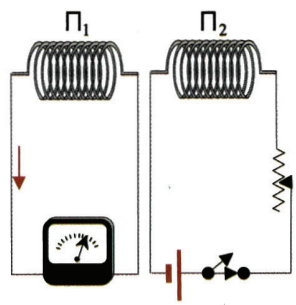


Εικόνα 4-57. *Ο μαγνήτης απομακρύνεται.*

Πλησιάζοντας (εικ. 56) ή απομακρύνοντας (εικ. 57) το νότιο πόλο του μαγνήτη, το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα οπότε το δεξιό άκρο του σωληνοειδούς γίνεται αντίστοιχα νότιος ή βόρειος πόλος.



Εικόνα 4-58. *Αύξηση της έντασης στο $Π_2$.*

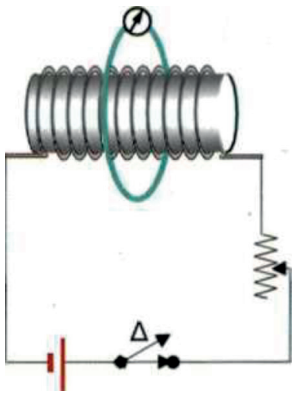


Εικόνα 4-59. *Μείωση της έντασης στο $Π_2$.*

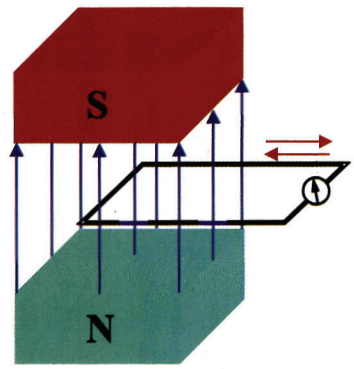
Όταν διακόπτουμε το ρεύμα στο σωληνοειδές παρατηρούμε ότι ο κυκλικός αγωγός διαρρέεται από ρεύμα η ένταση του οποίου αλλάζει με την αποκατάσταση του ρεύματος στο σωληνοειδές (Εικ. 60).

Κάθετα σε ένα ισχυρό ηλεκτρομαγνήτη τοποθετούμε ένα συρμάτινο πλαίσιο (Εικ. 61). Μετακινώντας το πλαίσιο προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά, βλέπουμε με τη βοήθεια γαλβανόμετρου ρεύμα η φορά του οποίου αλλάζει ανάλογα με την κίνηση του πλαισίου και μηδενίζεται, όταν το πλαίσιο ακινητοποιείται ή είναι ολόκληρο μέσα στο πεδίο.

Για όσο χρόνο μεταβάλλεται η ένταση στο πηνίο $Π_2$ βλέπουμε το αμπερόμετρο να δείχνει ρεύμα στο πηνίο $Π_1$. Παρατηρούμε επίσης ότι, όταν αυξάνουμε το ρεύμα στο πηνίο $Π_2$, το δεξιό άκρο του πηνίου $Π_1$ γίνεται βόρειος πόλος, ενώ όταν το ελαττώνουμε, γίνεται νότιος πόλος.



Εικόνα 4-60. *Η φορά του ρεύματος αλλάζει αν ανοίγουμε ή κλείνουμε το διακόπτη.*

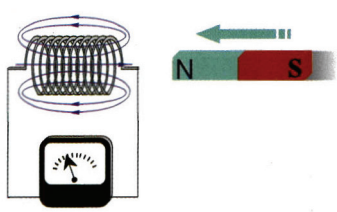


Εικόνα 4-61. *Η φορά του ρεύματος αλλάζει αλλάζοντας τη φορά κίνησης του πλαισίου.*

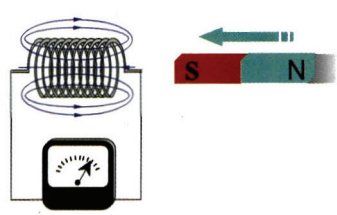
Κανόνας τον Lenz

Ο νόμος του Faraday δίνει το μέτρο της ΗΕΔ από επαγωγή, η φορά όμως του επαγωγικού ρεύματος καθορίζεται από τον κανόνα του Lenz (Heinrich F. Lenz. 1804-1865).

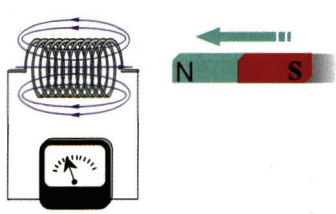
Κάνοντας το παρακάτω πείραμα με τη βοήθεια του γαλβανόμετρου βλέπουμε ότι, όταν ο μαγνήτης πλησιάζει το πηνίο με το βόρειο ή το νότιο πόλο, τότε το δεξιό άκρο του πηνίου γίνεται αντίστοιχα βόρειος ή νότιος πόλος, ώστε να αντιστέκεται στο πλησίασμα του μαγνήτη, ενώ όταν απομακρύνεται το άκρο του πηνίου γίνεται αντίστοιχα νότιος ή βόρειος πόλος, ώστε να αντιστέκεται στην απομάκρυνση του μαγνήτη.



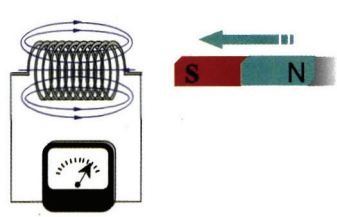
Εικόνα 4-62. *Το δεξιό άκρο του πηνίου γίνεται νότιος πόλος.*



Εικόνα 4-63. *Το δεξιό άκρο του πηνίου γίνεται βόρειος πόλος.*



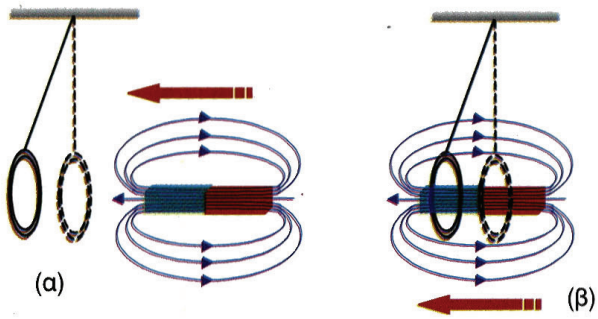
Εικόνα 4-64. *Το δεξιό άκρο του πηνίου γίνεται βόρειος πόλος.*



Εικόνα 4-65. *Το δεξιό άκρο του πηνίου γίνεται νότιος πόλος.*

Κρεμάμε με μονωτικό νήμα ένα μεταλλικό δακτύλιο, τον αφήνου-

με να ηρεμήσει σε κατακόρυφη θέση και μετά πλησιάζουμε σ' αυτόν ένα μαγνήτη απότομα. Παρατηρούμε ότι ο δακτύλιος απομακρύνεται από το μαγνήτη. Αν στη συνέχεια, αφού ο δακτύλιος έχει ηρεμήσει ξανά σε κατακόρυφη θέση, απομακρύνουμε το μαγνήτη απότομα, βλέπουμε ότι ο δακτύλιος θα κινηθεί προς το μαγνήτη.



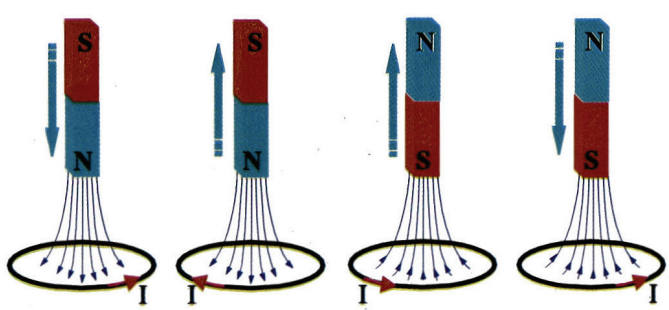
Εικόνα 4-66. *α) Όταν ο μαγνήτης πλησιάζει ο δακτύλιος απομακρύνεται β) Όταν ο μαγνήτης απομακρύνεται ο δακτύλιος πλησιάζει.*

Μπορούμε με τη βοήθεια των πειραμάτων να διατυπώσουμε τον κανόνα του **Lenz**:

Το επαγωγικό ρεύμα έχει τέτοια φορά ώστε το μαγνητικό του πεδίο να αντιτίθεται στο αίτιο που το προκάλεσε.

Είδαμε ότι όταν στη δεξιά άκρη του πηνίου πλησιάζει ο βόρειος πόλος του μαγνήτη (Εικ. 62) τότε το άκρο αυτό συμπεριφέρεται ως βόρειος πόλος. Αν υποθέσουμε ότι η δεξιά άκρη του πηνίου συμπεριφέρεται ως νότιος πόλος τότε, ο μαγνήτης θα έλκεται από το πηνίο. Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα την επιτάχυνση του μαγνήτη με παράλληλη αύξηση της κινητικής του ενέργειας και αφετέρου μεταφορά ενέργειας από το μαγνητικό πεδίο του μαγνήτη στο πηνίο λόγω δημιουργίας ΗΕΔ σ' αυτό. Από την παραπάνω υπόθεση συμπεραίνουμε ότι η αύξηση της κινητικής ενέργειας του μαγνήτη αντιτίθεται στην αρχή διατήρησης της ενέργειας, γιατί τότε θα είχαμε παραγωγή ενέργειας από το μηδέν.

Γι' αυτό, στο δεξιό μέρος του πηνίου δημιουργείται βόρειος μαγνητικός πόλος, ώστε για να πλησιάσει ο μαγνήτης πρέπει να ασκήσουμε σ' αυτόν μία εξωτερική δύναμη το έργο της οποίας εκφράζει την ενέργεια που μεταφέρεται από αυτόν που ασκεί τη δύναμη στο πηνίο.



Εικόνα 4-67. *Φαίνονται οι φορές των επαγωγικών ρευμάτων καθώς ο μαγνήτης κινείται κατά μήκος του άξονα του κυκλικού αγωγού.*

Στην (Εικ. 67) φαίνονται οι φορές των ρευμάτων καθώς ο μαγνήτης κινείται κατά μήκος του άξονα του κυκλικού αγωγού.

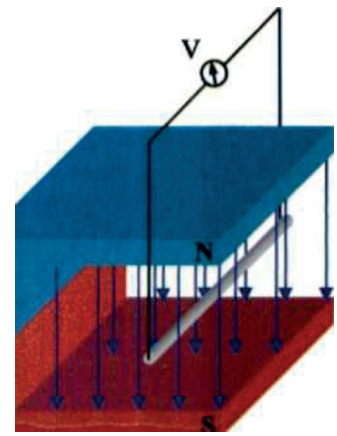
Ο κανόνας του Lenz, εύκολα επίσης επιβεβαιώνεται με το παρακάτω απλό πείραμα:

Κρεμάμε έναν ευθύγραμμο αιωρούμενο αγωγό μεταξύ των πόλων ενός ηλεκτρομαγνήτη κάθετα στις δυναμικές γραμμές.

Όταν ο ηλεκτρομαγνήτης δε διαρρέεται από ρεύμα δηλαδή, όταν δεν υπάρχει μαγνητικό πεδίο βλέπουμε ότι εκτρέποντας τον ευθύγραμμο αγωγό, αυτός κινείται ελεύθερα και σταματά μετά από αρκετές αιωρήσεις λόγω τριβών.

Αν όμως, ο ηλεκτρομαγνήτης διαρρέεται από ρεύμα δηλαδή υπάρχει μαγνητικό πεδίο, τότε ο αγωγός δεν κινείται ελεύθερα αλλά «φρενάρει» μέσα στο μαγνητικό πεδίο και σταματά γρήγορα. Αυτό συμβαίνει, επειδή στις άκρες του κινούμενου αγωγού μέσα στο μαγνητικό πεδίο αναπτύσσεται, όπως βλέπουμε, με τη βοήθεια του βολτόμετρου ηλεκτρεγερτική δύναμη η οποία δημιουργεί στον αγωγό ένα ρεύμα τέτοιας φοράς ώστε η δύναμη Laplace που ασκείται σ' αυτόν να εμποδίζει συνεχώς την κίνηση. Επιβεβαιώνουμε λοιπόν, τον κανόνα του Lenz ότι δηλαδή το επαγωγικό ρεύμα έχει τέτοια φορά ώστε να αντιτίθεται στην αιτία που το προκαλεί.

Ο κανόνας του Lenz είναι αποτέλεσμα της **αρχής διατήρησης της ενέργειας**.



Όταν ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα φρενάρει και σταματά γρήγορα τις ταλαντεύσεις του.
Εικόνα 4-68.

Υπολογισμός επαγωγικού ρεύματος

Από το νόμο του Ohm η ένταση του ρεύματος είναι:

$$\left.\begin{array}{l} I = \dfrac{\varepsilon}{R} \\ \text{Αλλά} \quad \varepsilon = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} \end{array}\right\} I = \frac{\Delta\Phi}{R\Delta t} \qquad (10)$$

Νόμος Neumann

Το ηλεκτρικό φορτίο που μετατοπίζεται από μία διατομή του αγωγού είναι:

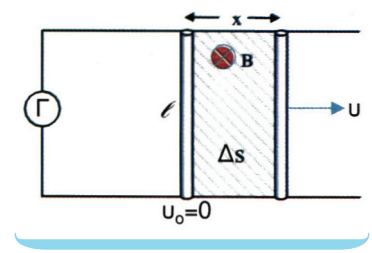
$$\left.\begin{array}{l} Q = I\Delta t \\ \text{Αλλά} \quad I = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} \end{array}\right\} Q = \frac{\Delta\Phi}{R} \qquad (11)$$

Από την τελευταία εξίσωση συμπεραίνουμε ότι: **το ηλεκτρικό φορτίο που μετατοπίζεται σε ορισμένη μεταβολή μαγνητικής ροής είναι ανεξάρτητο από το χρόνο που διαρκεί η μεταβολή αυτή (Νόμος Neumann).**

Παράδειγμα 8

Μια μεταλλική ράβδος έχει αντίσταση R_1=8Ω. Η ράβδος έχει μήκος ℓ =0,5m και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές εφαπτόμενη πάνω σε δύο οριζόντιες μεταλλικές ράγες, οι άκρες των οποίων συνδέονται με γαλβανόμετρο εσωτερικής αντίστασης R_2=2Ω. Η ράβδος αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση α=4m/s^2 με την επίδραση εξωτερικής δύναμης. Αν το όλο σύστημα βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο έντασης B=2·10^{-2}T, να υπολογιστεί το ηλεκτρικό φορτίο που θα περάσει από το γαλβανόμετρο σε χρόνο t=10s.

Λύση



Το ηλεκτρικό φορτίο που θα περάσει από το γαλβανόμετρο θα ισούται με: $Q = \frac{\Delta\Phi}{R_{ολ}}$ **(1)** Αλλά ΔΦ=BΔ5 **(2)**

Άρα

$$Q = \frac{B\Delta S}{R_{ολ}} \overset{\Delta S=\ell x}{\Rightarrow} Q = \frac{B\ell x}{R_{ολ}} \Rightarrow$$

$$Q = \frac{B\ell \frac{1}{2}\alpha t^2}{R_1+R_2} \Rightarrow$$

$$Q = \frac{2\cdot 10^{-2}T\cdot 0{,}5m\frac{1}{2}4\frac{m}{s^2}10^2s^2}{10\Omega} \Rightarrow Q = 0{,}2C$$

Το ηλεκτρικό φορτίο που θα περάσει από το γαλβανόμετρο θα είναι ίσο με 0,2C.

Σ' αυτή την ενότητα μάθαμε

Γύρω από ρευματοφόρο αγωγό δημιουργείται μαγνητικό πεδίο. Οι μαγνήτες που θα βρεθούν μέσα στο πεδίο δέχονται από αυτό δύναμη, αλλά και ο ρευματοφόρος αγωγός, όταν βρεθεί μέσα σε μαγνητικό πεδίο δέχεται απ' αυτό δύναμη.

Πείραμα Oersted

Οι μαγνητικές ιδιότητες της ύλης οφείλονται αφενός στην περιστροφή των ηλεκτρονίων γύρω από τον πυρήνα και αφετέρου στην περιστροφή των ηλεκτρονίων γύρω από τον εαυτό τους.

Μαγνητικές ιδιότητες της ύλης

Γύρω από ένα ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό απείρου μήκους δημιουργείται μαγνητικό πεδίο, οι δυναμικές γραμμές του οποίου είναι ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο τον αγωγό.

Ευθύγραμμος αγωγός

$$B = k_\mu \frac{2I}{r}$$

Γύρω από κυκλικό ρευματοφόρο αγωγό δημιουργείται μαγνητικό πεδίο. Υπολογίζουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου μόνο στο κέντρο του κύκλου.

Κυκλικός αγωγός

$$B = k_\mu \frac{2\pi I}{r}$$

Στο εσωτερικό ενός σωληνοειδούς δημιουργείται ένα πολύ ισχυρό μαγνητικό πεδίο. Το πεδίο του σωληνοειδούς θυμίζει το πεδίο ενός ραβδόμορφου μαγνήτη.

Σωληνοειδές

$$B = k_\mu 4\pi \frac{N}{\ell} I$$

Όταν ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός βρεθεί μέσα σε μαγνητικό πεδίο, τότε δέχεται από αυτό μία δύναμη που ονομάζεται δύναμη Laplace.

Δύναμη Laplace

$$F = BI\,\ell\,\eta\mu\varphi$$

Όταν μέσα σε μαγνητικό πεδίο έντασης B_0 φέρουμε κάποιο υλικό με μαγνητική διαπερατότητα μ, η ένταση του πεδίου γίνεται $B=\mu B_0$.

Μαγνητική διαπερατότητα

$$\mu = \frac{B}{B_o}$$

Μαγνητική ροή μίας επιφάνειας S που είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές ενός μαγνητικού πεδίου έντασης B ονομάζεται το μονόμετρο μεγέθος που ισούται με το γινόμενο B·S. Η μαγνητική ροή εκφράζει τον αριθμό των δυναμικών γραμμών που περνούν μέσα από την επιφάνεια.

Μαγνητική ροή

$$\Phi = BS$$

Όταν με οποιονδήποτε τρόπο έχουμε μεταβολή της μαγνητικής ροής σε ένα κύκλωμα, δημιουργείται επαγωγική τάση.

ΗΕΔ από επαγωγή

Η ΗΕΔ από επαγωγή είναι ανάλογη με την ταχύτητα μεταβολής της μαγνητικής ροής.

Νόμος επαγωγής

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Το επαγωγικό ρεύμα έχει τέτοια φορά ώστε το μαγνητικό του πεδίο να αντιτίθεται στην αιτία που το προκαλεί.

Κανόνας Lenz

$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$

Το επαγωγικό ηλεκτρικό φορτίο είναι ανεξάρτητο από το χρόνο που διαρκεί η μεταβολή της μαγνητικής ροής.

Επαγωγικό φορτίο

$$Q = \frac{\Delta\Phi}{R}$$

Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων

1. Όταν θέλουμε να βρούμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου σε κάποιο σημείο του χώρου, όπου συνυπάρχουν δύο ή περισσότερα μαγνητικό πεδία τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου θα υπολογίζεται από το διανυσματικό άθροισμα των εντάσεων, όλων των μαγνητικών πεδίων, δηλαδή $\vec{B}_{ολ} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + ... + \vec{B}_ν$.

2. Όταν ένας ρευματοφόρος αγωγός βρεθεί μέσα σε μαγνητικό πεδίο τότε δέχεται δύναμη $F = BI\,\ell\,ημφ$ που εφαρμόζεται στο μέσο του αγωγού.

3. Όταν ένας ρευματοφόρος αγωγός ισορροπεί μέσα σε μαγνητικό πεδίο ή κινείται ευθύγραμμα και ομαλά τότε $\Sigma\vec{F} = 0$, ενώ όταν κινείται επιταχυνόμενος τότε $\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}$.

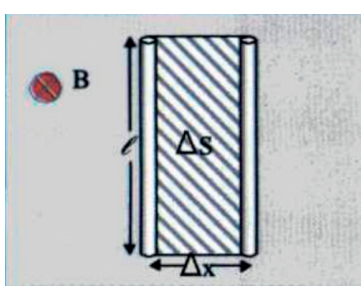
4. Υπολογίζουμε τη μεταβολή της ροής $\Delta\Phi = |\Phi_{τελ} - \Phi_{αρχ}|$ κοιτάζοντας όμως προσεκτικά ποιο μέγεθος είναι αυτό που αλλάζει, ώστε να μεταβάλλεται η ροή.

5. Το μέτρο της Η.Ε.Δ. από επαγωγή ισούται με: $\varepsilon_{επ} = \dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$. Το πρόσημο «-» δεν το λαμβάνουμε υπόψη μας, αν η $\varepsilon_{επ}$ είναι η μόνη πηγή που υπάρχει στο κύκλωμα.

6. Όταν ένας ευθύγραμμος αγωγός κινείται ευθύγραμμα ομαλά μέσα σε μαγνητικό πεδίο κάθετα στις δυναμικές γραμμές έχουμε:

$$\varepsilon = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = \frac{B\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = \frac{B\Delta x}{\Delta t}$$

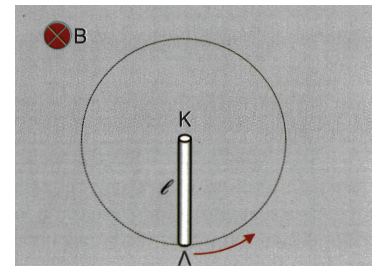
$$\overset{\frac{\Delta x}{\Delta t}=\upsilon}{\Rightarrow} \varepsilon = B\upsilon\,\ell$$



Η τελευταία σχέση ισχύει ακόμα και αν η ταχύτητα του αγωγού μεταβάλλεται. Τότε όμως η σχέση $E = B\upsilon\,\ell$ θα μας δίνει την τιμή της Η.Ε.Δ. από επαγωγή για την αντίστοιχη τιμή της ταχύτητας υ.

7. Η μέση τιμή της Η.Ε.Δ. από επαγωγή θα βρίσκεται πάντοτε από τη σχέση $\varepsilon = \dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$.

8. Οταν ένας αγωγός μήκους ℓ περιστρέφεται γύρω από ένα άκρο του κάθετα στις δυναμικές γραμμές με σταθερή γωνιακή ταχύτατα έχουμε:



$$\varepsilon = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \xRightarrow[\Delta t = T]{\text{για 1 περιστροφή}} \frac{B\Delta S}{T} \xRightarrow{\Delta S = \pi \ell^2}$$

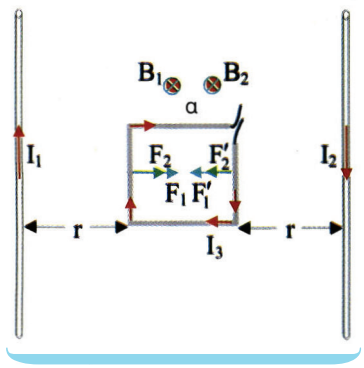
$$\varepsilon = \frac{B\pi \ell^2}{T}$$

9. Στο διάγραμμα Φ=f(t) η κλίση της καμπύλης σε κάθε σημείο της δίνει την Η.Ε.Δ. από επαγωγή.

Λυμένα προβλήματα

Πρόβλημα 1

Να υπολογιστεί η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το τετράγωνο πλαίσιο πλευράς α από τους δύο παράλληλους ευθύγραμμους ρευματοφόρους αγωγούς μεγάλου μήκους. Δίνονται $I_2=3I_1$, $I_3=I_1=10A$ και r=α.



Λύση

Είναι φανερό ότι σε συμμετρικά στοιχειώδη τμήματα των πλευρών ΑΓ και ΔΖ ασκούνται δυνάμεις ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς με αποτέλεσμα η συνισταμένη δύναμη στις πλευρές αυτές να είναι μηδέν.

Στις πλευρές ΑΖ και ΓΔ ασκούνται οι δυνάμεις F_1, F_2 και F'_1, F'_2 αντίστοιχα όπου F_1, F'_1 οι δυνάμεις που ασκούνται από τον αγωγό 1 στις πλευρές ΑΖ και ΓΔ και F_2, F'_2 οι δυνάμεις από τον αγωγό 2 στις πλευρές ΑΖ και ΓΔ.

Η συνισταμένη δύναμη θα είναι:

$$F_{ολ} = F_1'+F_2'-F_2-F_1 \Rightarrow$$

$$F_{ολ} = k_\mu \frac{2I_1I_3}{r+\alpha}\alpha+k_\mu \frac{2I_2I_3}{r}\alpha-k_\mu \frac{2I_2I_3}{r+\alpha}\alpha-k_\mu \frac{2I_1I_3}{r}\alpha \Rightarrow$$

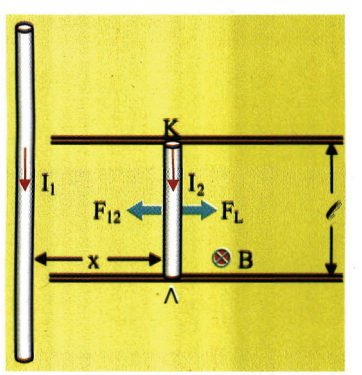
$$F_{ολ} = k_\mu \frac{2I_1I_1}{2\alpha}\alpha+k_\mu \frac{2\cdot 3I_1I_1}{\alpha}\alpha-k_\mu \frac{2\cdot 3I_1I_1}{2\alpha}\alpha-k_\mu \frac{2I_1I_1}{\alpha}\alpha \Rightarrow$$

$$F_{ολ} = k_\mu I_1^2 +6k_\mu I_1^2 -3k_\mu I_1^2 -2k_\mu I_1^2 \Rightarrow$$

$$F_{ολ} = 2k_\mu I_1^2 \Rightarrow F_{ολ} = 2\cdot 10^{-5}N$$

Πρόβλημα 2

Ευθύγραμμος ακίνητος αγωγός απείρου μήκους διαρρέεται από ρεύμα I_1. Ένας δεύτερος αγωγός ΚΛ= ℓ παράλληλος στον πρώτο μπορεί να κινείται συνεχώς, εφαπτόμενος πάνω σε δύο οριζόντιες παράλληλες ράγες χωρίς τριβές και διαρρέεται από ρεύμα I_2 της ίδιας φοράς με το I_1. Οι δύο αγωγοί βρίσκονται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης Β. Να βρεθεί σε ποια θέση θα ισορροπήσει ο αγωγός ΚΛ. Δίνονται I_1=10A, B=10^{-4}T.



Λύση

Ο αγωγός ΚΛ βρίσκεται μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης Β και μέσα στο μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται γύρω από τον ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό. Προφανώς ο αγωγός θα ισορροπήσει όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του είναι ίση με μηδέν. Οι δυνάμεις που δέχεται ο αγωγός ΚΛ είναι: η δύναμη F_L από το ομογενές μαγνητικό πεδίο και η δύναμη $F_{1,2}$ που ασκεί ο ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός στον αγωγό ΚΛ.

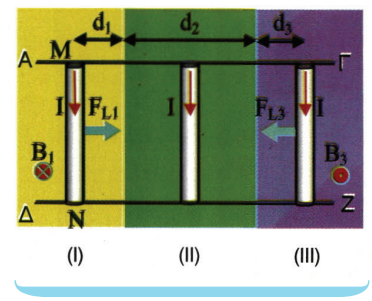
Θα πρέπει: $F_L = F_{1,2} \Rightarrow BI_2\ell = k_\mu \frac{2I_1I_2}{x}\ell \Rightarrow x = k_\mu \frac{2I_1}{B} \Rightarrow$

$$x = 10^{-7}\frac{N}{A^2}\frac{2\cdot 10A}{10^{-4}T} = 2\cdot 10^{-2}m \Rightarrow x = 2m$$

Είναι φανερό ότι αν το μαγνητικό πεδίο είναι αντίθετης φοράς οι δύο δυνάμεις θα έχουν την ίδια φορά και η ράβδος ΚΛ δεν θα είναι δυνατόν να ισορροπήσει.

Πρόβλημα 3

Στην εικόνα του σχήματος η ράβδος ΜΝ έχει μήκος ℓ = 1m, μάζα m=50g και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω στις οριζόντιες παράλληλες μονωτικές ράβδους ΑΓ και ΔΖ. Αν στη περιοχή (Ι) υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B_1=6\cdot 10^{-3}$T, στη περιοχή (ΙΙ) μήκους d_2=10cm δεν υπάρχει μαγνητικό πεδίο, στη περιοχή (ΙΙΙ) υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B_3=6\cdot 10^{-3}$T και στη ράβδο που αρχικά ηρεμεί διαβιβάσουμε ρεύμα έντασης 5Α να βρεθούν α) το είδος της κίνησης στις περιοχές (Ι), (ΙΙ), (ΙΙΙ) β) η ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή που βγαίνει από την περιοχή (Ι) αν d_1=5cm γ) το διάστημα και ο χρόνος κίνησης της ράβδου μέχρι να σταματήσει στην περιοχή (ΙΙΙ). Η ράβδος επανέρχεται στην αρχική της θέση;



Λύση

α) Η ράβδος στην περιοχή (Ι) δέχεται δύναμη Laplace

$$F_{L1} = B_1 I\,\ell \Rightarrow F_{L1} = 6\cdot 10^{-3}T\cdot 5A\cdot 1m = 3\cdot 10^{-2}N$$

και αποκτά επιτάχυνση

$$\alpha_1 = \frac{F_{L1}}{m} = \frac{3\cdot 10^{-2}N}{50\cdot 10^{-3}Kg} = 0{,}06m/s^2$$

στη περιοχή (ΙΙ) δε δέχεται δύναμη και στην περιοχή (ΙΙΙ) δέχεται δύναμη Laplace:

$$F_{L3} = B_3 I\,\ell \Rightarrow F_{L3} = 6\cdot 10^{-3}T\cdot 5A\cdot 1m = 3\cdot 10^{-2}N$$

και αποκτά επιβράδυνση

$$\alpha_3 = \frac{F_{L3}}{m} = \frac{3\cdot 10^{-2}N}{50\cdot 10^{-3}Kg} = 0{,}06m/s^2$$

Έτσι στην περιοχή (Ι) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, στην περιοχή (ΙΙ) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και στην περιοχή (ΙΙΙ) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

β) Ισχύει $d_1 = \frac{1}{2}\alpha_1 t^2 \Rightarrow t_1 = 1{,}29s$ και $\upsilon_1 = \alpha_1 t_1 \Rightarrow \upsilon_1 = 0{,}0774m/s$

γ) Στην περιοχή (ΙΙ) $d_2 = \upsilon_2 t_2 \overset{\upsilon_2=\upsilon_1}{\Rightarrow} t_2 = 1{,}29s$

Στην περιοχή (ΙΙΙ) $t_3 = \frac{\upsilon_{o3}}{\alpha_3} \Rightarrow t_3 = 1{,}29s$ και $d_3 = \frac{\upsilon_{o3}^2}{2\alpha_3} \Rightarrow d_3 = 5cm$

Άρα $d=d_1+d_2+d_3=20$ cm και $t=t_1+t_2+t_3=3,87$s

Επειδή η F_{L3} υφίσταται και μετά το μηδενισμό της ταχύτητας της ράβδου, η ράβδος θα αρχίσει να κινείται προς τα αριστερά και θα επιστρέφει στην αρχική της θέση (στον ίδιο μάλιστα χρόνο).

Ερωτήσεις - Δραστηριότητες

1. Τι λέμε δυναμικές γραμμές μαγνητικού πεδίου, τι ιδιότητες έχουν;

2. Τι απέδειξε και με ποιο τρόπο ο Oersted;

3. Πού οφείλονται οι μαγνητικές ιδιότητες της ύλης;

4. Να περιγραφεί το μαγνητικό πεδίο γύρω από έναν ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό απείρου μήκους. Πώς βρίσκουμε τη φορά της έντασης του μαγνητικού πεδίου;

5. Να περιγραφεί το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται γύρω από έναν κυκλικό ρευματοφόρο αγωγό. Ποιο το μέτρο και η φορά της έντασης του πεδίου στο κέντρο του κύκλου;

6. Σε τι πλεονεκτεί το πηνίο ή το σωληνοειδές σε σχέση με τον ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό;

7. Να περιγραφεί το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται από ένα ρευματοφόρο σωληνοειδές.

8. Τι λέμε δύναμη Laplace; Σε ποια συμπεράσματα καταλήγουμε για το μέτρο και τη διεύθυνση της;

9. Πώς ορίζεται η ένταση του μαγνητικού πεδίου, πώς η μονάδα της;

10. Τι γνωρίζετε για τη δύναμη μεταξύ δύο παράλληλων ρευματοφόρων αγωγών;

11. Πώς ορίζεται το Ampere;

12. Τι θα συμβεί αν μέσα στο σωληνοειδές τοποθετήσουμε πυρήνα μαλακού σιδήρου;

13. Πώς ορίζεται η μαγνητική διαπερατότητα;

14. Ποια υλικά λέγονται διαμαγνητικά, παραμαγνητικά, σιδηρομαγνητικά;

15. Να περιγράψετε την αρχή λειτουργίας ενός ηλεκτρικού κινητήρα.

16. Ποιες οι χρήσεις του ηλεκτρικού κινητήρα στην καθημερινή ζωή;

17. Τι είναι βολτόμετρο, τι αμπερόμετρο και πώς συνδέονται σε ένα κύκλωμα;

18. Να περιγράφει η λειτουργία οργάνων με κινητό πλαίσιο.

19. Ποια η διαφορά των οργάνων με μαλακό σίδηρο από τα όργανα με κινητό πλαίσιο;

20. Τι λέμε μαγνητική ροή, ποια η φυσική σημασία της; Πότε γίνεται μέγιστη και πότε ελάχιστη;

21. Να αναφέρετε δύο παραδείγματα πιστοποίησης της επαγωγικής τάσης.

22. Τι λέει ο νόμος της επαγωγής;

23. Πώς ορίζεται το ένα Weber;

24. Τι λέει ο κανόνας ταυ Lenz;

25. Να δείξετε με δύο παραδείγματα ότι η φορά του επαγωγικού ρεύματος υπακούει στο κανόνα του Lenz.

26. Να δειχτεί πειραματικά ότι ο κανόνας του Lenz είναι απόρροια της αρχής διατήρησης της ενέργειας.

27. Τι λέει ο νόμος του Neumann;

28. Να περιγράψετε δύο τρόπους με τους οποίους μπορούμε να ανιχνεύσουμε την ύπαρξη μαγνητικού πεδίου.

29. Ποια η βασική διαφορά ανάμεσα στις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου;

30. Ποια η φυσική σημασία της έντασης του μαγνητικού πεδίου;

31. Πώς με υλικά από το περιβάλλον σας θα κατασκευάσετε μία πυξίδα;

32. Με ποιους τρόπους μπορούμε να απομαγνητίσουμε ένα μαγνήτη;

33. Τι θα συμβεί αν κοντά σε μία πυξίδα ενός πλοίου υπάρχει ένας μαγνήτης ή ένας αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα;

34. Να συμπληρωθούν τα κενά του κειμένου: Γύρω από ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό μεγάλου μήκους δημιουργείται μαγνητικό πεδίο η ένταση του οποίου είναι..... με την ένταση του .....που διαρρέει τον αγωγό και ..... ανάλογη με .....από το ρευματοφόρο αγωγό.

35. Να συμπληρωθούν τα κενά του κειμένου: Στο κέντρο ενός κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι .....με την ένταση του ..... που διαρρέει τον αγωγό και ..... με την.....του κυκλικού αγωγού.

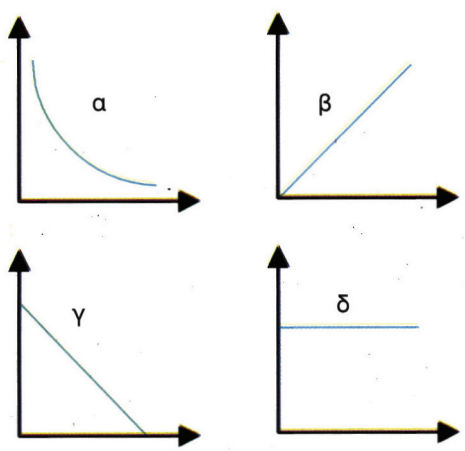
36. Βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις είναι σωστή: Δύο παράλληλοι ρευματοφόροι αγωγοί μεγάλου μήκους βρίσκονται σε απόσταση r μεταξύ τους και διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα $I_1=I_2$. Στο μέσο της μεταξύ τους απόστασης η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι:

α) $2k_\mu \frac{I}{r}$, β) 0, γ) $4k_\mu \frac{I}{r}$, δ) $8k_\mu \frac{I}{r}$

37. Δύο κυκλικοί αγωγοί έχουν ακτίνες r και 2r διαρρέονται από ρεύματα $I_1=I$ και $I_2=2I$ και βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο με κοινό κέντρο Κ. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Κ είναι:

α) $4k_\mu \frac{\pi I}{r}$, β) $8k_\mu \frac{\pi I}{r}$, γ)0, δ) $6k_\mu \frac{\pi I}{r}$

38.



Βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις είναι σωστή: Από τα παραπάνω διαγράμματα να επιλέξετε ποιο μας δίνει την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο ενός κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού σε συνάρτηση α) με την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό, β) με την ακτίνα του αγωγού.

α β γ δ

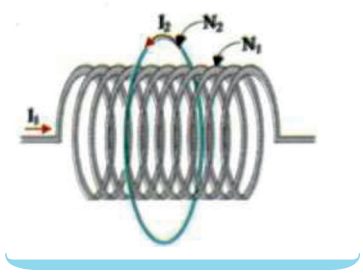
39. Από τα διαγράμματα της προηγούμενης ερώτησης να επιλέξετε ποιο θα μας δίνει την ένταση του μαγνητικού πεδίου γύρω από ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό μεγάλου μήκους σε συνάρτηση α) με την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό, β) με την απόσταση από τον αγωγό.

α β γ δ

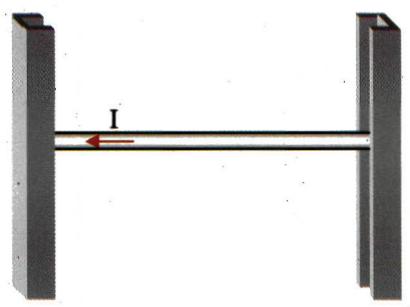
40. Ένα σωληνοειδές έχει μήκος ℓ, διαρρέεται από ρεύμα I και έχει αριθμό σπειρών N. Τι θα συμβεί με την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς αν α) διπλασιάσουμε

την ένταση του ρεύματος, β) διπλασιάσουμε το μήκος του σωληνοειδούς, διατηρώντας τον αριθμό των σπειρών σταθερό γ) διπλασιάσουμε τον αριθμό των σπειρών αλλά το μήκος παραμείνει σταθερό.

41. Το σωληνοειδές της εικόνας έχει αριθμό σπειρών N_1, μήκος ℓ και διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1. Οι κυκλικοί αγωγοί διαρρέονται από ρεύμα έντασης $I_2=2I_1$, έχουν κέντρο τον άξονα του σωληνοειδούς, ακτίνα $r = \ell/\lambda$ και είναι παράλληλοι με τις σπείρες του σωληνοειδούς. Να υπολογιστεί ο λόγος των σπειρών N_1 του σωληνοειδούς προς τις σπείρες N_2 των κυκλικών αγωγών, ώστε στο κέντρο του κυκλικού αγωγού η ένταση του μαγνητικού πεδίου να είναι μηδέν.

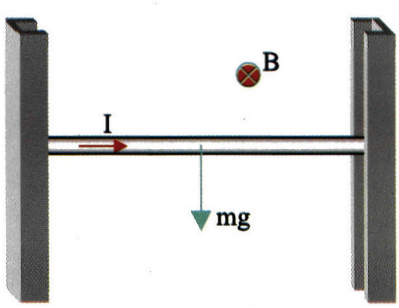


42.



Ο ρευματοφόρος αγωγός της εικόνας ισορροπεί στους κατακόρυφους και λείους αγωγούς. Να σχεδιαστεί η φορά της έντασης του μαγνητικού πεδίου.

43.



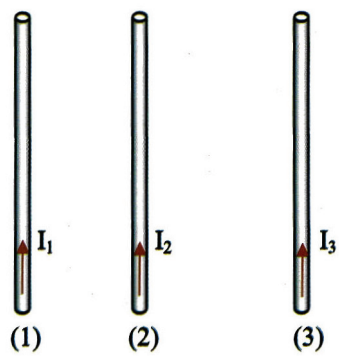
Ο ρευματοφόρος αγωγός του σχήματος ισορροπεί στους κατακόρυφους αγωγούς χωρίς τριβές. Αν διπλασιάσουμε το ρεύμα ο αγωγός α) θα συνεχίσει να ισορροπεί, β) θα κινηθεί προς τα πάνω επιταχυνόμενος με επιτάχυνση g, γ) θα κινηθεί προς τα κάτω επιταχυνόμενος με επιτάχυνση g, δ) θα κινηθεί προς τα πάνω ή προς τα κάτω ευθύγραμμα και ομαλά.

44. Στον αγωγό της προηγούμενης ερώτησης τι θα συμβεί αν α) αλ-

λάξουμε την φορά του ρεύματος, β) αλλάξουμε τη φορά του ρεύματος και της έντασης του μαγνητικού πεδίου ταυτόχρονα, γ) διπλασιάσουμε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου και ταυτόχρονα υποδιπλασιάσουμε την ένταση του ρεύματος.

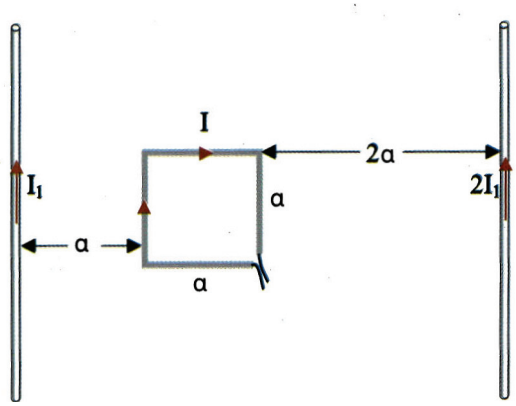
45. Βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις της ερώτησης που ακολουθεί είναι σωστή: Δύο παράλληλοι ευθύγραμμοι αγωγοί Α και Γ μεγάλου μήκους που διαρρέονται από ρεύματα I_A και $I_Γ$ αντίστοιχα, βρίσκονται σε μικρή μεταξύ τους απόσταση. Αν $I_A=3I_Γ$ τότε τα μέτρα των δυνάμεων Laplace F_A και $F_Γ$ που ασκούνται στους αγωγούς είναι: α) $F_A=3F_Γ$, β) $F_A=F_Γ/3$, γ) $F_A=F_Γ$, δ) τα στοιχεία δεν είναι επαρκή.

46.



Τρεις παράλληλοι ρευματοφόροι αγωγοί Α, Γ, Δ μεγάλου μήκους διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα I_1, I_2, I_3. Σε ποιον από τους τρεις αγωγούς η συνισταμένη δύναμη από τους δύο άλλους αγωγούς είναι δυνατόν να είναι μηδέν;

47.



Βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις της ερώτησης που ακολουθεί είναι σωστή: Αν το τετράγωνο πλαίσιο και οι ευθύγραμμοι αγωγοί βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και το πλαίσιο είναι ελεύθερο να κινηθεί τότε: α) θα κινηθεί προς τον αγωγό 1, β) θα κινηθεί

προς τον αγωγό 2, γ) θα παραμείνει ακίνητο, δ) τα στοιχεία είναι ανεπαρκή για να αποφανθούμε.

48. Επιλέξτε τη σωστή απάντηση στην παρακάτω ερώτηση: Ένας κυκλικός αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα I τοποθετείται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου, η συνολική δύναμη που δέχεται είναι: α) μηδέν, β) ανάλογη προς την ένταση του ρεύματος και το εμβαδόν επιφάνειας του αγωγού, γ) ανάλογη προς την ένταση του ρεύματος και την ένταση του μαγνητικού πεδίου.

49. Αν μέσα σε σωληνοειδές που διαρρέεται από ρεύμα, βάλουμε πυρήνα μαλακού σιδήρου μαγνητικής διαπερατότητας μ, χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστή ή με Λ αν είναι λανθασμένη.

α) Ο σίδηρος μαγνητίζεται.

β) Μειώνεται η ένταση του μαγνητικού πεδίου μ φορές.

γ) Αυξάνεται η ένταση του μαγνητικού πεδίου μ φορές.

δ) Οι δυναμικές γραμμές στο εσωτερικό του σωληνοειδούς θα πυκνώσουν.

50. Ποιες οι ομοιότητες στη μαγνητική συμπεριφορά ενός ρευματοφόρου σωληνοειδούς και ενός ραβδόμορφου μαγνήτη;

51. Χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστή ή με Λ αν είναι λανθασμένη: Όταν βρεθούν μέσα σε μαγνητικό πεδίο δέχονται μαγνητικές επιδράσεις

α) Μόνο τα σιδηρομαγνητικά υλικά

β) Όλα τα υλικά

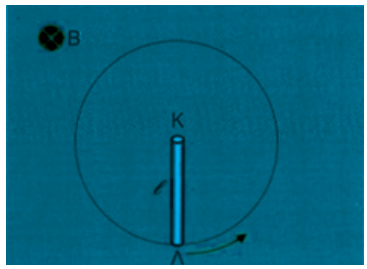
γ) Μόνο τα διαμαγνητικά υλικά

52. Να συμπληρωθούν τα κενά του κειμένου που ακολουθεί: Μαγνητική ροή μίας επιφάνειας S που είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου, ονομάζεται το φυσικό μέγεθος που ισούται με .....της ..... του μαγνητικού πεδίου επί ..... Η ροή είναι μέγιστη όταν .....και ελάχιστη όταν .....Μονάδα ροής είναι .....

53. Να συμπληρωθούν τα κενά του κειμένου που ακολουθεί: Όταν μεταβάλλεται η ροή σε οποιοδήποτε κύκλωμα, τότε εμφανίζεται ..... Το φαινόμενο αυτό λέμε .....

54. Να συμπληρωθούν τα κενά του κειμένου που ακολουθεί: Η ΗΕΔ επαγωγής που αναπτύσσεται σε μία σπείρα είναι.....

55. Ποια η μεταβολή της μαγνητικής ροής, αν ο αγωγός ΚΛ= ℓ στραφεί κατά 90°, 180°, 360° γύρω από το σημείο Κ;



Ερώτηση 55.

56. Να υποδείξετε 4 τρόπους με τους οποίους μπορούμε να μεταβάλουμε τη μαγνητική ροή που περνά μέσα από ένα σωληνοειδές.

57. Δώστε 4 τουλάχιστον τρόπους ανάπτυξης ΗΕΔ επαγωγής.

58. Χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις της ερώτησης που ακολουθεί με Σ αν είναι σωστή ή με Λ αν είναι λανθασμένη: Η ΗΕΔ επαγωγής που αναπτύσσεται στα άκρα σωληνοειδούς

α) Διαρκεί για όσο χρόνο ο πυρήνας μαλακού σιδήρου υπάρχει ακίνητος μέσα στο σωληνοειδές.

β) Διαρκεί για όσο χρόνο ο πυρήνας μαλακού σιδήρου μπαίνει ή βγαίνει από το σωληνοειδές.

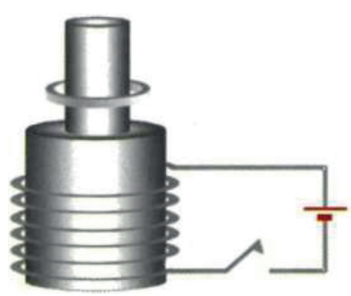
γ) Διαρκεί για όσο χρόνο το σωληνοειδές διαρρέεται από ρεύμα.

δ) Διαρκεί για όσο χρόνο μεταβάλλεται η ένταση.

59. Συμπληρώστε τα κενά του κειμένου: Το επαγωγικό ρεύμα έχει .....ώστε το.....να.....στην αιτία που το προκαλεί.

60. Βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις της ερώτησης που ακολουθεί είναι σωστή: Το κύριο φαινόμενο της επαγωγής εμφανίζεται ως α) δημιουργία ΗΕΔ, β) δημιουργία επαγωγικού ρεύματος, γ) δημιουργία επαγωγικού φορτίου, δ) ανάπτυξη δύναμης Laplace.

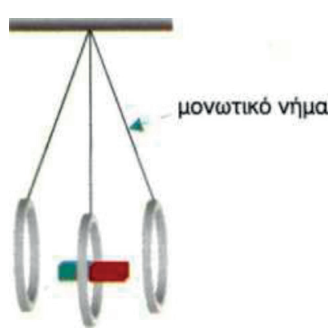
61. Επιλέξτε τη σωστή απάντηση στην ερώτηση που ακολουθεί. Σφαίρα ακτίνας R τοποθετείται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Η ροή που διέρχεται από τη σφαίρα είναι α) $B4\pi R$, β) 0, γ) $B4\pi R^2$, δ) τίποτα από αυτά.


Ερώτηση 62.

62. Να εξηγήσετε γιατί όταν κλείσουμε το διακόπτη, ο μεταλλικός δακτύλιος πετιέται προς τα πάνω;

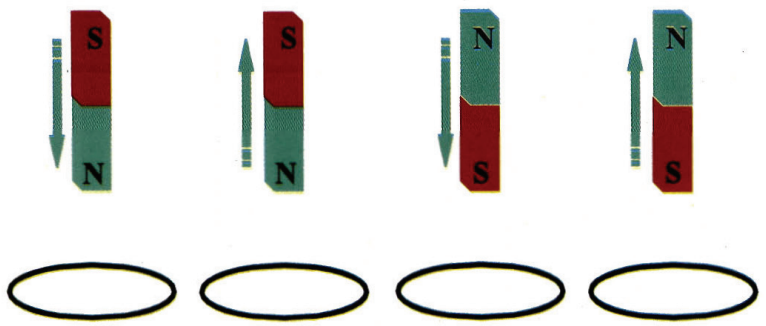
63. Βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις της ερώτησης που ακολουθεί είναι σωστή: Ο κανόνας του Lenz είναι απόρροια α) της αδράνειας, β) της διατήρησης της ορμής, γ) της διατήρησης της ενέργειας, δ) της διατήρησης του φορτίου.

64. Τι θα συμβεί στο πλάτος αιώρησης του χάλκινου δακτυλίου, αν στο κατώτερο σημείο της τροχιάς του, περνά μέσα από ένα ραβδόμορφο μαγνήτη; Τι θα συμβεί αν το δακτυλίδι το κόψουμε σε κάποιο σημείο;



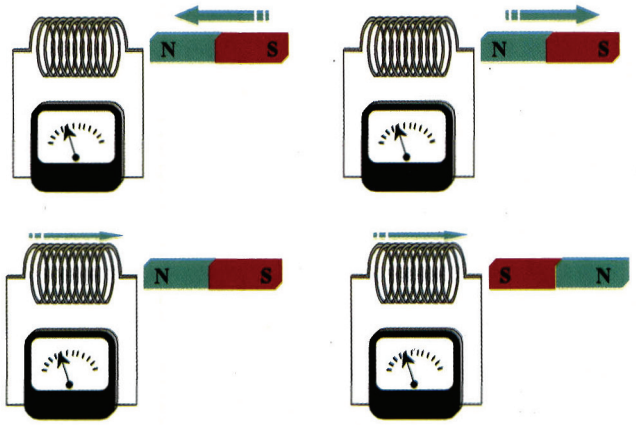
Ερώτηση 64.

65.



Να σχεδιάσετε τη φορά του ρεύματος στον κυκλικό δακτύλιο.

66.



Να σχεδιάσετε τη σωστή φορά του ρεύματος στο σωληνοειδές.

67. Να συμπληρωθούν τα κενά του κειμένου. Το ηλεκτρικό φορτίο είναι ανεξάρτητο από ..... που διαρκεί η μεταβολή.....

68. Να αντιστοιχίσετε τα μεγέθη στις σωστές μονάδες.

Β	Ν
ε	Τ
Φ	καθαρός αριθμός

μ Wb

69. Να αντιστοιχίσετε τα φυσικά μεγέθη με τις μαθηματικές τους εκφράσεις.

Ένταση επαγωγικού ρεύματος	$BI\ell$
Επαγωγική τάση	$k_\mu \frac{2I}{R}$
Ένταση μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό σωληνοειδούς	$k_\mu \frac{2\pi I}{R}$
Ένταση μαγνητικού πεδίου στο κέντρο κυκλικού αγωγού	$k_\mu 4\pi \frac{N}{\ell} I$
Επαγωγικό φορτίο	$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$
Δύναμη Laplace	$\frac{\varepsilon}{R}$
Ένταση μαγνητικού πεδίου ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού μεγάλου μήκους σε απόσταση r από αυτόν	$\frac{\Delta\Phi}{R}$

Προβλήματα

1. Ευθύγραμμος αγωγός μεγάλου μήκους διαρρέεται από ρεύμα έντασης I=100A. Να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε απόσταση r=10cm από τον αγωγό.

2. Ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός μεγάλου μήκους δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο. Να βρεθεί σε ποια σημεία η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο $B, \frac{B}{2}, \frac{B}{3}, ..., \frac{B}{\nu}$.

Να γίνει η γραφική παράσταση της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε συνάρτηση με την απόσταση x από τον ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό.

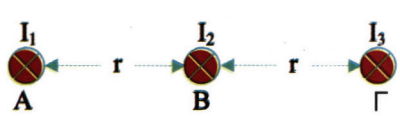
3. Ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός μεγάλου μήκους δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο η ένταση του οποίου σε απόσταση r=20cm, έχει μέτρο $B=2\cdot10^{-5}T$. α) Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό. β) Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου σε απόσταση 2r από τον αγωγό αν διπλασιάσουμε την ένταση του ρεύματος.

4. Μία ηλεκτρική πηγή που έχει $\mathcal{E}$=90V και μηδενική εσωτερική αντίσταση, συνδέεται με ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό μεγάλου μήκους και αντίστασης R=15Ω. Να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται σε απόσταση x=10cm από τον αγωγό.

5. Δύο παράλληλοι ρευματοφόροι αγωγοί μεγάλου μήκους βρίσκονται σε απόσταση d=30cm και διαρρέονται από ρεύματα I_1=10A και I_2=20A. Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο μέσο της μεταξύ τους απόστασης αν τα ρεύματα είναι α) ομόρροπα, β) αντίρροπα.

6. Δύο παράλληλοι αγωγοί μεγάλου μήκους που βρίσκονται σε απόσταση d=30cm διαρρέονται από ρεύματα I_1 και $I_2=3\ I_1$. Να βρεθεί σε ποιο σημείο η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι μηδέν αν τα ρεύματα είναι α) ομόρροπα, β) αντίρροπα.

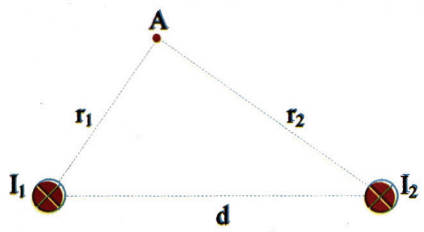
7.



Τρεις παράλληλοι αγωγοί μεγάλου μήκους διαρρέονται από ρεύματα $I_1=I_2$ και I_3 = 2,5 I_1. Αν οι μεταξύ τους αποστάσεις είναι $r_1=r_3=r$=6cm, να βρεθεί σε ποιο σημείο η ένταση του μαγνητικού

πεδίου είναι ίση με μηδέν. (Η εικόνα δείχνει την τομή τριών αγωγών που είναι κάθετοι στη σελίδα του βιβλίου

8.



Δύο ευθύγραμμοι παράλληλοι αγωγοί μεγάλου μήκους απέχουν απόσταση d=5cm και διαρρέονται από ρεύματα I_1 = 15A και I_2 = 20A. Να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Α που απέχει από τους δύο αγωγούς αποστάσεις r_1=3cm και r_2=4cm.

9. Δύο ευθύγραμμοι αγωγοί μεγάλου μήκους, που είναι κάθετοι μεταξύ τους, βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και διαρρέονται από ρεύματα I_1 και $I_2 = I_1\sqrt{3}$. Να βρεθούν τα σημεία του επιπέδου στα οποία η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι ίση με μηδέν.

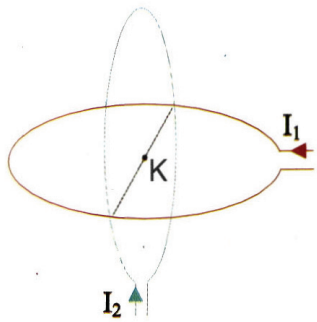
10. Στο κέντρο κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι B=2π10^{-5}T. Αν η ακτίνα του κύκλου είναι r= 10cm να βρεθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό.

11. Κυκλικός αγωγός που αποτελείται από N=3 σπείρες διαρρέεται από ρεύμα έντασης I=5A. Αν στο κέντρο του κύκλου η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο B=3·10^{-4} T να υπολογιστεί η ακτίνα του κύκλου.

12. Ένας κυκλικός ρευματοφόρος αγωγός έχει αντίσταση R_1=16Ω, τροφοδοτείται από πηγή που έχει ΗΕΔ Ε=20V και εσωτερική αντίσταση R_2=4Ω. Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κύκλου αν η ακτίνα του είναι r= 10π cm.

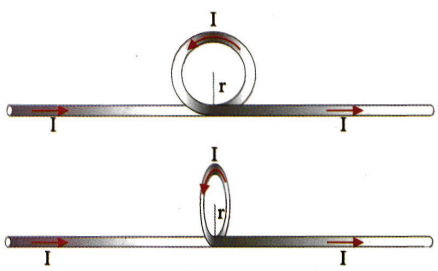
13. Ένα ηλεκτρικό φορτίο q=32·10^{-3}C εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας r=3,2cm και συχνότητας f=$\frac{10^3}{\pi}$ Hz. Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο της κυκλικής τροχιάς μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κύκλου όταν α) ο ευθύγραμμος και ο κυκλικός αγωγός βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο, β) αν ο κυκλικός αγωγός στραφεί, ώστε το επίπεδο του κύκλου να γίνει κάθετο στον ευθύγραμμο αγωγό.

14.



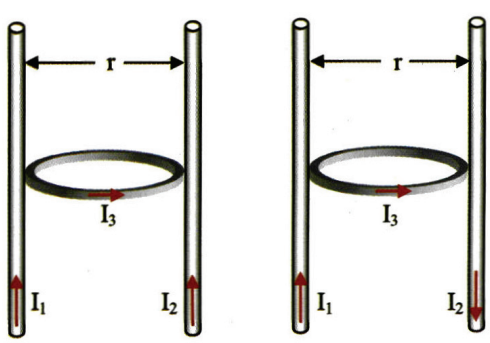
Δύο κυκλικοί αγωγοί διαρρεονται από ρεύματα $I_1 = I_2 = \frac{10}{\pi} A$, έχουν την ίδια ακτίνα r=2cm και είναι τοποθετημένοι με τα επίπεδα τους κάθετα, ώστε να έχουν κοινό κέντρο Κ. Να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ των δύο αγωγών.

15.



Ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός μεγάλου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα, κάμπτεται και σχηματίζει ένα κυκλικό δακτύλιο ακτίνας r. Να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κύκλου όταν α) ο ευθύγραμμος και ο κυκλικός αγωγός βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο, β) αν ο κυκλικός αγωγός στραφεί, ώστε το επίπεδο του κύκλου να γίνει κάθετο στον ευθύγραμμο αγωγό.

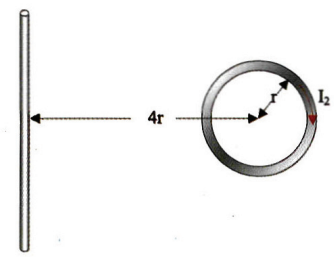
16.



Δύο παράλληλοι κατακόρυφοι αγωγοί μεγάλου μήκους διαρρεονται από ρεύματα $I_1=I_2=15A$ και βρίσκονται σε απόσταση r=30cm. Ένας κυκλικός αγωγός είναι οριζόντιος, εφάπτεται στους δύο αγωγούς και διαρρέεται από ρεύμα $I_3=\frac{30}{\pi}A$. Να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στο κέντρο του κυκλικού αγωγού αν τα ρεύματα στους δύο κατακόρυφους αγωγούς είναι α) ομόρροπα, β) αντίρροπα.

17. Κόβοντας ένα μεγάλο σύρμα σε κομμάτια φτιάχνουμε κυκλικούς αγωγούς που διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα και έχουν ακτίνες r, 2r, 3r, 4r,... Να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο των κυκλικών αγωγών και να γίνει η γραφική παράσταση της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε συνάρτηση με την ακτίνα του κύκλου.

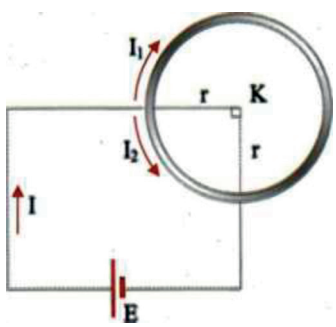
18. Ευθύγραμμος αγωγός μεγάλου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα I_1 βρίσκεται σε απόστση 4r από το κέντρο κυκλικού αγωγού ακτίνας r που διαρρέεται από ρεύμα $I_2=\frac{5}{\pi}A$. Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος που πρέπει να διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό, ώστε στο κέντρο του κύκλου η ένταση του μαγνητικού πεδίου να είναι μηδέν.



Πρόβλημα 18.

19. Κυκλικός αγωγός ακτίνας r=0,2m συνδέεται με πηγή ΗΕΔ, $\mathcal{E}$= 100V αμελητέας εσωτερικής αντίστασης. Στο κέντρο του αγωγού η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι $B=5\cdot10^{-5}T$. Να υπολογιστεί η αντίσταση ανά μονάδα μήκους του αγωγού.

20. Ένας ομογενής κυκλικός αγωγός σταθερής διατομής συνδέεται με τους πόλους πηγής ΗΕΔ $\mathcal{E}$ με αμελητέα εσωτερική αντίσταση όπως φαίνεται στην εικόνα. Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού.



Πρόβλημα 20.

21. Ένα σωληνοειδές έχει μήκος ℓ =20cm διαρρέεται από ρεύμα $I=\frac{20}{\pi}A$ και αποτελείται από 100 σπείρες. Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς.

22. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο ενός σωληνοειδούς που αποτελείται από 1000 σπείρες/m είναι $B=8\pi10^{-4}T$. Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές.

23. Ένα σωληνοειδές στο μισό μήκος του έχει n_1=1000σπ/m και στο άλλο μισό έχει n_1=4000σπ/m. Αν το σωληνοειδές διαρρέεται από ρεύμα έντασης I=1A να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς.

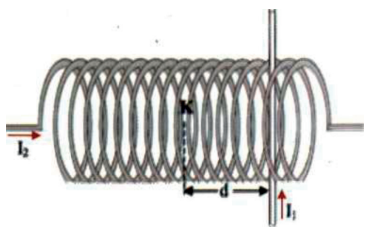
24. Ένα σωληνοειδές έχει μήκος ℓ =40π cm και αποτελείται από

N=1000 σπείρες. Κάθε σπείρα έχει αντίσταση R=0,02Ω. Τα άκρα του σωληνοειδούς συνδέονται με πηγή ΗΕΔ, $\mathcal{E}$=40V και εσωτερικής αντίστασης r =20Ω. Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς.

25. Ένα σωληνοειδές έχει n=500σπείρες/m και διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1. Κυκλικός αγωγός αποτελούμενος από 10 σπείρες περιβάλλει το σωληνοειδές στο κέντρο του με το επίπεδό του κάθετο στον άξονα του σωληνοειδούς. Όταν ο κυκλικός αγωγός διαρρέεται από ρεύμα $I_2=10I_1$ στο κέντρο του σωληνοειδούς η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι ίση με μηδέν. Να υπολογιστεί η ακτίνα του κυκλικού αγωγού.

26. Ευθύγραμμος αγωγός μεγάλου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα I_1=30A τέμνει κάθετα τον άξονα του σωληνοειδούς που έχει n=100σπ/m και διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_2=\frac{10}{\pi}A$.

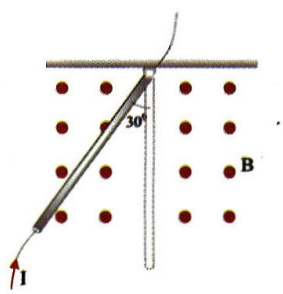
Ο ευθύγραμμος αγωγός απέχει από το κέντρο Κ του σωληνοειδούς απόσταση d=2cm. Να υπολογιστεί το μέτρο έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του σωληνοειδούς.



Προβλημα 26.

27. Μέσα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης B=2T φέρνουμε ευθύγραμμο αγωγό μήκους ℓ =20cm που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I=10A. Να υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται ο αγωγός, όταν σχηματίζει με τις δυναμικές γραμμές γωνίες α) 90°, β) 30°, γ) 0°.

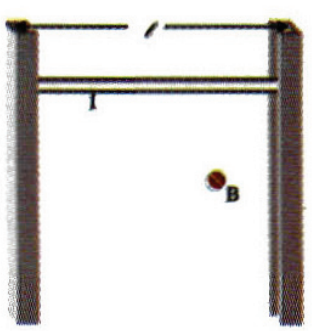
28. Ένας ευθύγραμμος αγωγός μήκους ℓ =40cm κρέμεται από το ένα άκρο κατακόρυφα μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο. Όταν μέσα στον αγωγό διαβιβάσουμε ρεύμα έντασης I=5A ο αγωγός εκτρέπεται και ισορροπεί ώστε να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία φ=30°. Αν η μάζα του αγωγού είναι 100g να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου ($g=10m/s^2$).



Προβλημα 28.

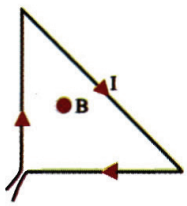
29. Ευθύγραμμος οριζόντιος αγωγός μήκους ℓ =20cm τοποθετείται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης B=0,4T. Όταν ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα I=10A, μετακινείται με σταθερή επιτάχυνση $\alpha=2m/s^2$. Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης Laplace για χρόνο t= 10s (υποθέτουμε ότι η F_L είναι η μόνη δύναμη στη διεύθυνση κίνησης του αγωγού).

30. Ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός μήκους ℓ =20cm μπορεί να μετακινείται πάνω σε δύο κατακόρυφους μονωτικούς αγωγούς χωρίς τριβές. Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε ομογενές οριζόντιο μαγνητικό πεδίο έντασης B=2T. Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος που πρέπει να διαρρέει τον αγωγό, ώστε αυτός: α) να κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα, β) να κατεβαίνει με επιτάχυνση α=g/3, γ) να ανεβαίνει με επιτάχυνση α=g/4. Δίνονται m=100g, $g=10m/s^2$.



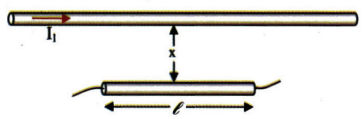
Προβλημα 30.

31.



Μεταλλικό ορθογώνιο τρίγωνο διαρρέεται από ρεύμα I και βρίσκεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης B. Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκείται στο τρίγωνο.

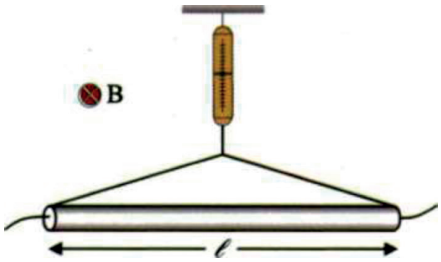
32. Οριζόντια μεταλλική ράβδος μεγάλου μήκους διαρρέεται από ρεύμα I_1 = 100A. Στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο κάτω από τη ράβδο και παράλληλα με αυτή βρίσκεται ένας ευθύγραμμος αγωγός μήκους ℓ =1m και μάζας m=5g. Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος που πρέπει να διαρρέει τον αγωγό, ώστε αυτός να ισορροπεί σε απόσταση x=2cm από τη μεταλλική ράβδο. (g=10m/s^2)



Προβλημα 32.

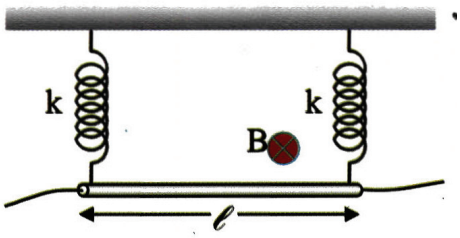
33. Ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός που έχει μήκος ℓ =40cm φέρεται ολόκληρος στο εσωτερικό ενός σωληνοειδούς μεγάλου μήκους που έχει 10 σπείρες/cm και διαρρέεται από ρεύμα έντασης I=2,5A. Όταν ο αγωγός είναι κάθετος στον άξονα του σωληνοειδούς δέχεται δύναμη Laplace από το πεδίο ίση με F_L=2π10^{-2}N. Αν ο αγωγός είναι συνδεδεμένος με πηγή ΗΕΑ Ε=100V και εσωτερικής αντίστασης r=0,5Ω να υπολογιστεί η αντίσταση του αγωγού.

34.



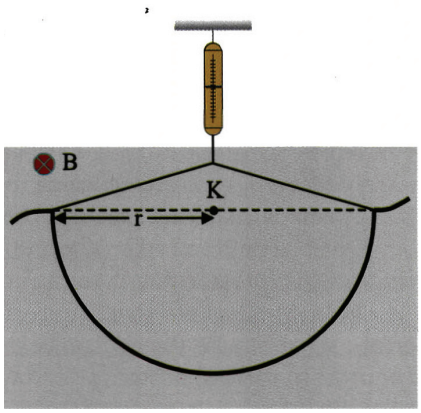
Μία μεταλλική ράβδος μήκους ℓ =1m κρέμεται οριζόντια από ένα δυναμόμετρο με μονωτικά νήματα μέσα σε οριζόντιο μαγνητικό πεδίο. Όταν η ράβδος δε διαρρέεται από ρεύμα το δυναμόμετρο δείχνει ένδειξη F_1=0,4N. Όταν η ράβδος διαρρέεται από ρεύμα έντασης I=10A δείχνει ένδειξη F_2=0,6N. Να υπολογιστεί α) το βάρος της ράβδου, β) η δύναμη Laplace, γ) η ένταση του μαγνητικού πεδίου.

35.



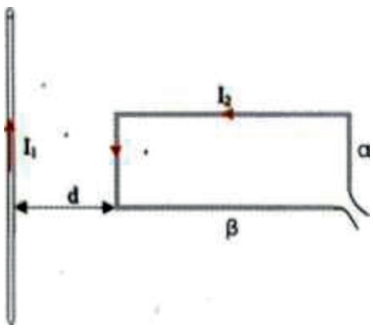
Οριζόντια μεταλλική ράβδος μήκους ℓ =40cm κρέμεται από δύο κατακόρυφα μονωμένα ελατήρια σταθεράς k=100N/m. Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο μαγνητικό πεδίο έντασης B = 1,5T. Όταν η ένταση του ρεύματος είναι I=5A, τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος. Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος όταν τα ελατήρια έχουν επιμηκυνθεί κατά x=4,5cm.

36.



Από ένα δυναμόμετρο κρεμάμε με μονωτικά νήματα ένα σύρμα σχήματος ημικύκλιου ακτίνας r=15cm. Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο μαγνητικό πεδίο. Όταν το σύρμα δε διαρρέεται από ρεύμα, το δυναμόμετρο δείχνει ένδειξη 1N. Οταν το σύρμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης I=10A, το δυναμόμετρο δείχνει ένδειξη 4N. Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου.

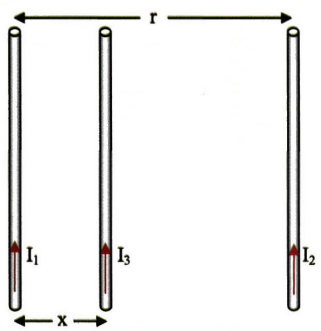
37.



Συρμάτινο πλαίσιο σχήματος παραλληλογράμμου βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο και σε απόσταση d=10cm από ένα ευθύγραμμο αγωγό μεγάλου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1=10A. Το πλαίσιο έχει πλευρές α=10cm, β=40 cm και διαρρέεται από ρεύμα I_2=5A. Να υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται το πλαίσιο από τον ευθύγραμμο αγωγό.

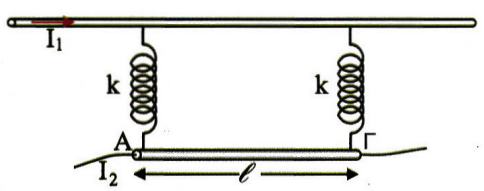
38. Δύο παράλληλοι αγωγοί μεγάλου μήκους που βρίσκονται σε απόσταση x=2cm διαρρέονται από ρεύματα I_1=10A και I_2=50A. Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκεί ο ένας αγωγός σε κάθε 1m του άλλου αγωγού.

39.



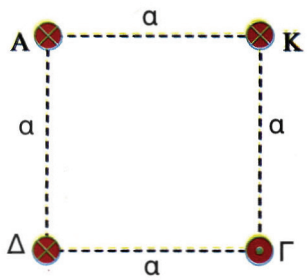
Δύο παράλληλοι αγωγοί μεγάλου μήκους βρίσκονται σε απόσταση μεταξύ τους r=12cm και διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα I_1 και I_2=5I_1 αντίστοιχα. Να υπολογιστεί σε ποιο σημείο πρέπει να τοποθετηθεί ένας τρίτος ρευματοφόρος αγωγός, ώστε να ισορροπεί.

40.



Μία ακλόνητη οριζόντια μεταλλική ράβδος έχει μεγάλο μήκος και διαρρέεται από ρεύμα I_1=40A. Από τη ράβδο μέσω δύο ελατηρίων κρέμεται μία άλλη ράβδος ΑΓ μήκους ℓ=2m. Όταν η ράβδος ΑΓ διαρρέεται από ρεύμα I_2=50A ομόρροπα με το ρεύμα της πρώτης ράβδου, τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος ℓ_o =4cm. Όταν αντιστραφεί η φορά του ρεύματος σε μία από τις δύο ράβδους τα ελατήρια επιμηκύνονται και το σύστημα ισορροπεί όταν η απόσταση μεταξύ των ράβδων γίνει 5cm. Να υπολογιστεί η σταθερά k των ελατηρίων. Οι συνδέσεις μεταξύ ράβδων και ελατηρίων δεν είναι αγώγιμες.

41.



Στην εικόνα βλέπουμε την τομή τεσσάρων ευθύγραμμων αγωγών μεγάλου μήκους. Να υπολογιστεί η δύναμη ανά μέτρο μήκους που δέχεται ο αγωγός Α από τους άλλους αγωγούς. Δίνονται I_A=10A, $I_κ$=20A, $I_Γ$=10A, $I_Δ$=20A και α= 10cm.

42. Ένα σωληνοειδές έχει n=100σπείρες/m και διαρρέεται από ρεύμα έντασης I=10A. Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς. Πόση θα γίνει η ένταση του μαγνητικού πεδίου αν στο εσωτερικό του σωληνοειδούς βάλουμε υλικό που έχει μαγνητική διαπερατότητα μ=1000;

43. Μία επιφάνεια έχει εμβαδό S=20cm^2. Να υπολογιστεί η μαγνητική ροή που περνά μέσα από την επιφάνεια όταν βρεθεί σε μαγνητικό πεδίο έντασης B=2T και α) είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές, β) είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές, γ) σχηματίζει γωνία θ=30° με τις δυναμικές γραμμές.

44. Σε πηνίο που έχει N=100 σπείρες αυξάνεται η ροή κατά 10^{-2}Wb σε χρόνο Δt=0,2s. Να υπολογιστεί η ηλεκτρεγερτική δύναμη που αναπτύσσεται.

45. Ένας κυκλικός αγωγός ακτίνας r=10cm βρίσκεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης B=0,1T. Αν σε χρόνο Δt=0,1s ο κυκλικός αγωγός στραφεί κατά 90° γύρω από κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του να υπολογιστεί η ΗΕΔ από επαγωγή.

46. Ένα κυκλικό πλαίσιο ακτίνας r=20cm αποτελείται από N=20 σπείρες και είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές μαγνητικού πεδίου έντασης B=2T. Να υπολογιστεί η ΗΕΔ από επαγωγή που θα αναπτυχθεί στο πλαίσιο όταν σε χρόνο Δt=πs α) το μέτρο της μαγνητικής επαγωγής τετραπλασιαστεί, β) το μέτρο της μαγνητικής επαγωγής υποτετραπλασιαστεί, γ) η φορά της μαγνητικής επαγωγής αντιστραφεί.

47. Ένα πηνίο έχει N=100 σπείρες και το εμβαδόν κάθε σπείρας είναι S=100cm^2. Το πηνίο βρίσκεται με τον άξονα του παράλληλο σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B=2T και έχει αντίσταση R_1=0,9Ω ανά σπείρα. Αν συνδέσουμε τις άκρες του πηνίου με

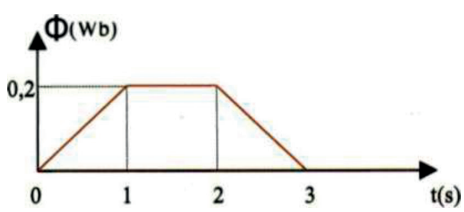
αμπερόμετρο αντίστασης R_2=10Ω, να βρεθεί η ένδειξή του όταν σε χρόνο Δt=1s η ένταση του μαγνητικού πεδίου α) διπλασιάζεται, β) μηδενίζεται.

48. Ένα σωληνοειδές διαρρέεται από I=2A έχει n=5σπείρες/cm, αντίσταση $R_{ολ}$=40Ω και το εμβαδόν κάθε σπείρας είναι S=20cm^2. Να υπολογιστούν η ΗΕΔ από επαγωγή και το φορτίο που θα αναπτυχτεί αν: α) διακόψουμε το ρεύμα σε χρόνο Δt=0,01s, β) βάλουμε μέσα στο σωληνοειδές σιδηρομαγνητικό υλικό που έχει μαγνητική διαπερατότητα μ=2001 σε χρόνο Δt=1s. Δίνεται ℓ = 1m.

49. Ένας συρμάτινος δακτύλιος έχει ακτίνα $r=10\sqrt{\pi}$ cm, κόβεται σε κάποιο σημείο και συνδέεται πυκνωτής χωρητικότητας C=2μF. Ο δακτύλιος τοποθετείται κάθετα στις δυναμικές γραμμές μαγνητικού πεδίου η ένταση του οποίου μεταβάλλεται με ρυθμό ΔB/Δt = 2T/s. Να υπολογιστούν α) το φορτίο του πυκνωτή, β) η ενέργεια που αποθηκεύεται σ' αυτόν. ($\pi^2 \simeq 10$)

50. Ένα κυκλικό πλαίσιο έχει N=20 σπείρες, το εμβαδόν κάθε σπείρας είναι S=0,2m^2, το πλαίσιο είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου και κάθε σπείρα έχει αντίσταση R=2Ω. Όταν τις άκρες του πλαισίου τις συνδέσουμε με γαλβανόμετρο αντίστασης R_1=10Ω και βγάλουμε το πλαίσιο απότομα από το μαγνητικό πεδίο το γαλβανόμετρο δείχνει ότι περνά μέσα απ' αυτό φορτίο $q=\frac{5}{3}10^{-3}C$. Να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του ομογενούς μαγνητικού πεδίου.

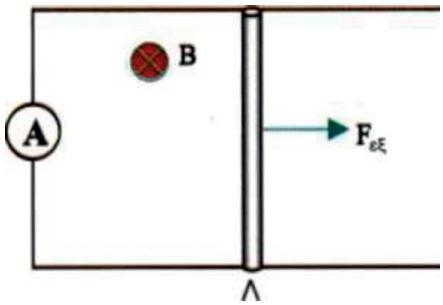
51.



Ένα τετράγωνο πλαίσιο έχει αντίσταση R=10Ω και βρίσκεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου η ροή του οποίου μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στην εικόνα. Να γίνει το διάγραμμα α) της ΗΕΔ με το χρόνο και β) του επαγωγικού ρεύματος με το χρόνο.

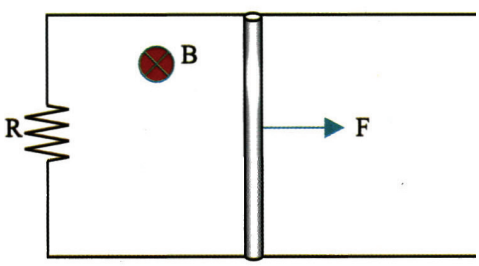
52. Μία μεταλλική ράβδος μήκους ℓ =2m κινείται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης B=0,2T με σταθερή ταχύτητα υ=10m/s. Να υπολογιστεί η ΗΕΔ επαγωγής που δημιουργείται στις άκρες τις ράβδου.

53.



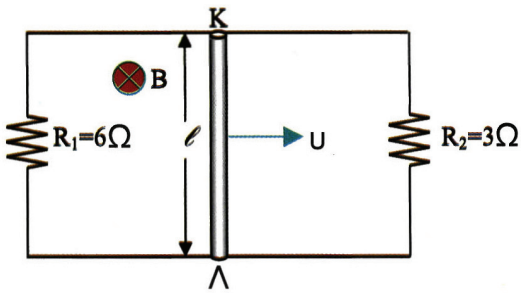
Ευθύγραμμος αγωγός μήκους ΚΛ=0,5m μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω σε δύο οριζόντιες χωρίς αντίσταση ράγες οι άκρες των οποίων έχουν συνδεθεί με αμπερόμετρο αντίστασης R_1=2Ω. Το σύστημα, βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B=0,8T. Ο αγωγός ΚΛ έχει αντίσταση R_2=8Ω και κινείται με την επίδραση εξωτερικής δύναμης με σταθερή ταχύτητα υ=5m/s. Να υπολογιστούν α) η ένδειξη του αμπερόμετρου, β) η ισχύς που καταναλώνεται στις αντιστάσεις, γ) η εξωτερική δύναμη που κινεί τον αγωγό, δ) η διαφορά δυναμικού ΚΛ.

54.



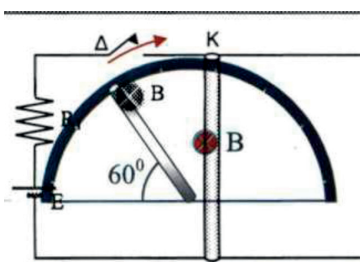
Δύο οριζόντιες χωρίς αντίσταση ράγες είναι παράλληλες μεταξύ τους και οι άκρες τους συνδέονται με αντίσταση R=2Ω. Μία ράβδος μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω στις δύο ράγες. Στη ράβδο αρχίζει να ασκείται σταθερή δύναμη F=0,4N με φορά προς τα δεξιά. Αν το σύστημα βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B=0,2T να υπολογιστεί η οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει τελικά η ράβδος. Η ράβδος δεν έχει αντίσταση, εφάπτεται συνεχώς στις ράγες και έχει μήκος ℓ =1m.

55.



Στην εικόνα δίνονται $R_{K\Lambda}$=2Ω, B=0,2T και ℓ =1m. Να υπολογιστούν οι εντάσεις που διαρρέουν τις αντιστάσεις R_1, R_2, $R_{K\Lambda}$ και η διαφορά δυναμικού $\mathbf{V}_{K\Lambda}$ όταν η ράβδος κινείται με σταθερή ταχύτητα υ=10m/s.

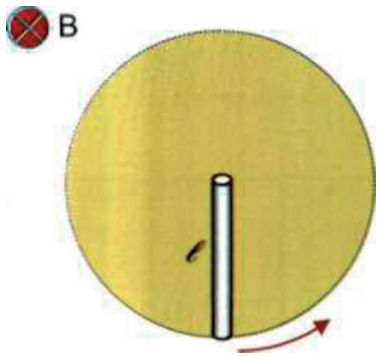
56.



Στην εικόνα τη χρονική στιγμή t=0 κλείνουμε το διακόπτη. Η ράβδος ΚΛ μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω στους οριζόντιους αγωγούς. Να υπολογιστεί η οριακή ταχύτητα της ράβδου ΚΛ. Δίνονται B=0,4T, E=10V, ΚΛ=1m. Οι παράλληλοι οριζόντιοι αγωγοί έχουν μεγάλο μήκος και δεν παρουσιάζουν αντίσταση.

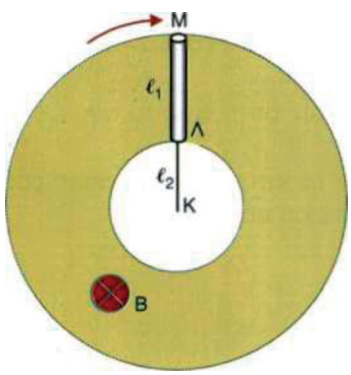
57. Δύο παράλληλες μεταλλικές ράγες απέχουν μεταξύ τους ℓ =1m, σχηματίζουν γωνία θ=30° με το οριζόντιο επίπεδο και στο πάνω μέρος τους συνδέεται αντίσταση R_1=8Ω. Μία οριζόντια μεταλλική ράβδος έχει μάζα m=20gr, αντίσταση R_2=2Ω και μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω στις δύο ράγες ώστε τα άκρα της συνεχώς να εφάπτονται σ' αυτές. Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B=1T. Αν αφεθεί η ράβδος ελεύθερη και κινηθεί, να υπολογιστεί η οριακή της ταχύτητα.

58.



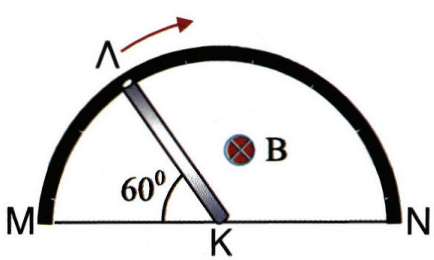
Ένας ευθύγραμμος αγωγός μήκους ℓ =15cm περιστρέφεται μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B=0,5T, με συχνότητα f=60Hz σε επίπεδο κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου γύρω από το ένα άκρο του. Να υπολογιστεί η ΗΕΔ από επαγωγή στις άκρες του αγωγού.

59.



Ο αγωγός ΛΜ μήκους ℓ_1=1m δένεται με μονωτικό νήμα μήκους ℓ_2 =2m και περιστρέφεται με συχνότητα $f=\frac{20}{\pi}$Hz οριζόντια μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=10^{-4}$T. Να υπολογιστεί η ΗΕΔ από επαγωγή στις άκρες ΛΜ του αγωγού.

60.



Ο αγωγός ΚΛ έχει μήκος ℓ =3m και περιστρέφεται με συχνότητα $f=\frac{10}{\pi}$ Hz ωστε να εφάπτεται συνεχώς πάνω σε ημιπεριφέρεια από ομογενές σύρμα αντίστασης R=9Ω. Το σύστημα βρίσκεται συνεχώς μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B=0,2T. Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο και τους αγωγούς ΚΜ και ΚΝ όταν η ράβδος σχηματίζει γωνία 60° με την ΚΜ. Οι αγωγοί ΚΜ, ΚΝ και η ράβδος ΚΛ δεν έχουν αντίσταση.

Ένθετα

Η ζώνη ακτινοβολίας της Γης

Ο ήλιος εκπέμπει συνεχώς ένα ρεύμα φορτισμένων σωματιδίων προς τη Γη. Αυτό το ηλιακό ρεύμα, αποτελείται κυρίως από πρωτόνια και ηλεκτρόνια. Όταν τα φορτία αυτά βρεθούν στο μαγνητικό πεδίο της Γης, κινούνται σε ελικοειδείς τροχιές γύρω από τις δυναμικές γραμμές του γήινου μαγνητικού πεδίου.

Στη περιοχή των πόλων, όπου η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι ιδιαίτερα μεγάλη, μικραίνει η συνιστώσα της ταχύτητας που είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου και τελικά αντιστρέφεται. Γι' αυτό, τα φορτισμένα σωματίδια ταλαντεύονται συνεχώς μεταξύ των πόλων.

Εξαιτίας αυτού του γεγονότος ένας σημαντικός αριθμός φορτισμένων σωματιδίων αποθηκεύεται σε ορισμένες περιοχές του γήινου μαγνητικού πεδίου. Αυτές οι περιοχές ονομάζονται φωτεινές ζώνες ή ζώνες Van-Allen.

Στη περιοχή των πόλων τα φορτισμένα σωματίδια συγκρούονται με μόρια διαφόρων αερίων από τη γήινη ατμόσφαιρα. Απ' αυτό προέρχεται ένα εντυπωσιακό φωτεινό φαινόμενο, το βόρειο σέλας.

Οι ζώνες Van-Allen πρωτοανακαλύφθηκαν το 1958 από τον πρώτο αμερικανικό δορυφόρο της Γης. Οι μετρήσεις έδειξαν, πως στο εξωτερικό της ζώνης υπάρχουν κυρίως ηλεκτρόνια, ενώ στο εσωτερικό της κυρίως πρωτόνια. Οι ατομικές βόμβες που εξερράγησαν σε μεγάλο ύψος, το 1962, δημιούργησαν τεχνητές ζώνες ακτινοβολίας, που γρήγορα όμως εξαφανίστηκαν.

Σήμερα, προσπαθούμε να εκμεταλλευτούμε το γεγονός της αποθήκευσης φορτισμένων σωματιδίων σε ομογενή μαγνητικά πεδία για τεχνικούς λόγους. Για τη διάσπαση των πυρήνων των ατόμων, μέσω της οποίας προσπαθούμε να κερδίσουμε ενέργεια, πρέπει να πειραματιστούμε μ' ένα μίγμα θετικών και αρνητικών φορτίων, το ονομαζόμενο πλάσμα. Οι αναγκαίες θερμοκρασίες είναι μερικά εκατομμύρια Kelvin. Όμως, τα υλικά δεν αντέχουν σε τόσο υψηλές θερμοκρασίες. Έτσι, προσπαθούμε ν' αποθηκεύσουμε αυτά τα σωματίδια σε μία μαγνητική «φιάλη», που μοιάζει με τη ζώνη ακτινοβολίας της Γης (αντιδραστήρας σύντηξης Tokamak).

Το μαγνητικό πεδίο της Γης

Ο William Gilbert ήταν ένα Άγγλος γιατρός που στην προσπάθεια του να διερευνήσει τις θεραπευτικές ιδιότητες ενός μαγνήτη, περίπου το 1600, έδωσε πολύτιμες οδηγίες για την κατασκευή των πυξίδων. Ιδιαίτερη σημασία είχε η άποψή του ότι η ίδια η Γη συμπεριφέρεται σαν ραβδόμορφος μαγνήτης. Την άποψη αυτή την στήριζε στο γεγονός ότι μία μαγνητική πυξίδα, όταν είναι ελεύθερη να κινηθεί

γύρω από έναν κατακόρυφο άξονα, προσανατολίζεται πάντοτε προς τη διεύθυνση Βορρά - Νότου.

Το άκρο της μαγνητικής πυξίδας που δείχνει το Βορρά ονομάζεται βόρειος μαγνητικός πόλος πράγμα που σημαίνει ότι στο γεωγραφικό βορρά βρίσκεται ο νότιος μαγνητικός πόλος του μαγνητικού πεδίου της Γης. Το άκρο της μαγνητικής πυξίδας που δείχνει προς νότο ονομάζεται νότιος μαγνητικός πόλος πράγμα που σημαίνει ότι στο γεωγραφικό νότο βρίσκεται ο βόρειος μαγνητικός πόλος.

Πρέπει να ξέρουμε ότι μία πυξίδα δε δείχνει ακριβώς τη γεωγραφική κατεύθυνση του βορρά, αλλά υπάρχει μία απόκλιση. Η αιτία οφείλεται στο γεγονός ότι η θέση του νότιου μαγνητικού πόλου της Γης πάνω στη γήινη σφαίρα, δε συμπίπτει με το γεωγραφικό βόρειο πόλο, αλλά βρίσκεται σ' ένα νησί κοντά στις ακτές του Καναδά. Η γωνία που σχηματίζεται από τα επίπεδα του μαγνητικού και του γεωγραφικού μεσημβρινού λέγεται απόκλιση (Εικ. 2).

Μία πυξίδα, που είναι ελεύθερη να κινηθεί, διατάσσεται παράλληλη στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου της Γης και γι' αυτό δεν είναι οριζόντια, αλλά αποκλίνει από τον ορίζοντα.

Η γωνία ανάμεσα στον ορίζοντα και τη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών ονομάζεται κλίση (Εικ. 3).

Η απόκλιση και η κλίση εξαρτώνται από τον τόπο και το χρόνο, συνεπώς η ένταση του γήινου μαγνητικού πεδίου αλλάζει στη διάρκεια του χρόνου.

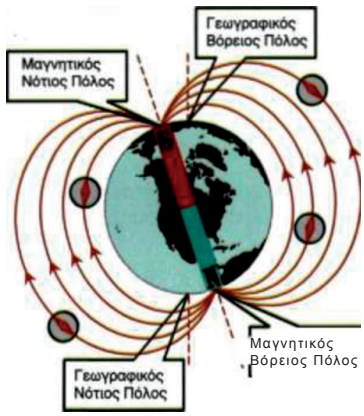
Πρέπει να τονιστεί ότι η αναπαράσταση του πεδίου της Γης, με αυτό του ραβδόμορφου μαγνήτη, είναι μία προσέγγιση στην πολύπλοκη μορφή του μαγνητικού πεδίου της Γης.

- **Απόκλιση** ονομάζουμε τη γωνία που σχηματίζεται από τα επίπεδα του μαγνητικού και του γεωγραφικού μεσημβρινού ενός τόπου.
- **Κλίση ή έγκλιση** ονομάζουμε τη γωνία που σχηματίζεται μεταξύ του ορίζοντα και της διεύθυνσης των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού πεδίου της Γης.

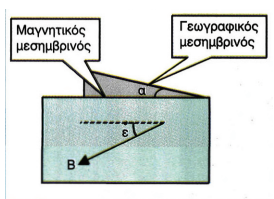
Από την ανακάλυψη του γήινου μαγνητικού πεδίου, εδώ και 400 χρόνια, αναπτύχθηκαν πολλές θεωρίες για την αιτία που το προκάλεσε. Υπήρχε η αντίληψη ότι στο εσωτερικό της Γης υπάρχει ένας μόνιμος μαγνήτης, όμως στο εσωτερικό της Γης όλα τα υλικά έχουν θερμοκρασία που υπερβαίνει το σημείο Curie. Άρα, αυτή η υπόθεση δεν ευσταθεί κι έτσι δεν μπορεί να γίνει αποδεκτή.

Το πεδίο πρέπει να προκαλείται από ηλεκτρικά ρεύματα, τα οποία πιθανώς ρέουν μεταξύ του γήινου μανδύα και του γήινου πυρήνα σε βάθος 3000m κάτω από το φλοιό της Γης. Εξαιτίας της ωμικής αντίστασης τα ρεύματα αυτά, σιγά σιγά, θα αποδυναμώνονταν αν δεν τα συγκρατούσε μία επαγωγική τάση.

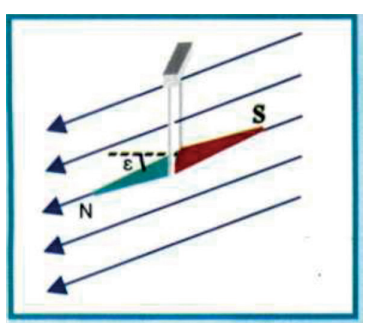
Όπως και σε μία ηλεκτρική γεννήτρια, έτσι και στο εσωτερικό της Γης, πρέπει να κινείται ένας αγωγός μέσα στο μαγνητικό πεδίο. Σ' αυτόν τον αγωγό αναπτύσσεται μία επαγωγική τάση και ένα ρεύμα αρ-



Γεωγραφικός μεσημβρινός ενός τόπου ονομάζεται το επίπεδο που ορίζεται από το σημείο του τόπου και την ευθεία που συνδέει τους γεωγραφικούς πόλους της Γης.
Μαγνητικός μεσημβρινός ενός τόπου ονομάζεται το κατακόρυφο επίπεδο που περιέχει το διάνυσμα της έντασης Β στον τόπο αυτό.
Εικόνα 1.



Εικόνα 2.



Η μαγνητική βελόνα δείχνει την κλίση των δυναμικών γραμμών του γήινου μαγνητικού πεδίου.
Εικόνα 3.

χίζει να ρέει. Αυτό το ρεύμα παράγει το μαγνητικό πεδίο. Άρα, το ρεύμα και το μαγνητικό πεδίο προκαλούν το ένα το άλλο και υπάρχουν εξαιτίας της ηλεκτροδυναμικής αρχής. Εξάλλου στο εσωτερικό της Γης δεν κινείται αγωγός αλλά ρευστός σίδηρος. Μπορούμε να δείξουμε ότι ταχύτητες μόλις 0,05cm/s αρκούν για να παραχθεί το μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό της Γης.

Για να διατηρήσουμε τις κινήσεις στο εσωτερικό της Γης, απαιτείται ενέργεια, που προέρχεται από τη διάλυση ραδιενεργών στοιχείων από την οποία ελευθερώνεται θερμότητα. Εξαιτίας αυτού του γεγονότος, το εξωτερικό του γήινου πυρήνα αρχίζει κατά κάποιο τρόπο να βράζει και μεγάλες μάζες ανεβαίνουν προς τα πάνω.

Η μαθηματική απόδειξη των θεωριών για την ύπαρξη του γήινου μαγνητικού πεδίου είναι εξαιρετικά πολύπλοκη και δεν είναι ολοκληρωμένη. Μάλιστα, η ανακάλυψη ότι οι μαγνητικοί πόλοι κατά τη διάρκεια της ιστορίας της Γης ανταλλάσσουν συνεχώς τη θέση τους (έρχονται ο ένας στη θέση του άλλου), είναι πολύ δύσκολο να εξηγηθεί. Με κάθε αναστροφή του γήινου μαγνητικού πεδίου ελαττώνεται για λίγο χρόνο η «ασπίδα» της Γης απέναντι στα ηλιακά ρεύματα και σε άλλες ακτινοβολίες, που πέφτουν πάνω στη Γη. Αυτό το γεγονός είναι καθοριστικής σημασίας για την εξέλιξη της ζωής πάνω στη Γη.

Ο ιπτάμενος βάτραχος

Με ένα πείραμα που παρουσιάστηκε στο συνέδριο του ευρωπαϊκού συνδέσμου για τη χαμηλή βαρύτητα στις 17 Μαρτίου 1997 στο Παρίσι, μία ομάδα επιστημόνων με επικεφαλείς τους αναγνωρισμένους και παγκοσμίως γνωστούς πειραματικούς φυσικούς J. C. Maan και A. K. Geim κατόρθωσαν εφαρμόζοντας αρκετά ισχυρά μαγνητικά πεδία να ανυψώσουν ένα βάτραχο, κρατώντας τον αιωρούμενο αρκετή ώρα παρά τις απεγνωσμένες προσπάθειες του βαρυτικού πεδίου να τον κατεβάσει.

Το πείραμα αυτό βέβαια, δε μας έδωσε κάτι καινούριο από θεωρητική πλευρά, ούτε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι νικήσαμε την βαρύτητα. Δε δημιούργησε αντιβαρύτητα, γιατί απλώς δεν ξέρουμε μέχρι σήμερα πώς να αλλάξουμε την καμπυλότητα του χωροχρόνου που ουσιαστικά είναι η αιτία της βαρύτητας.

Το πείραμα ανύψωσης του βάτραχου είναι εντελώς ανάλογο με το πείραμα του Millikan όπου μία φορτισμένη σταγόνα λαδιού αιωρείται υπό την επίδραση ηλεκτρικού πεδίου.

Ξέρουμε ότι όλα τα υλικά ανάλογα με τη μαγνητική τους διαπερατότητα χωρίζονται σε σιδηρομαγνητικά, παραμαγνητικά και διαμαγνητικά. Δηλαδή, όλα τα σώματα όταν βρεθούν μέσα σε μαγνητικό πεδίο θα δεχτούν από αυτό μία δύναμη που θα έχει διεύθυνση ανάλογη με τη διεύθυνση και τη φορά του μαγνητικού πεδίου. Τα σιδηρομαγνητικά υλικά δέχονται από το πεδίο πολύ ισχυρές δυνάμεις. Οι οργανικές όμως μάζες ανήκουν στα διαμαγνητικά υλικά και οι δυνά-

μεις που δέχονται είναι πιο αδύνατες κατά χιλιάδες φορές από αυτές που δέχεται ο σίδηρος.

Με το πείραμα που παρουσιάστηκε, ένα πολύ ισχυρό μαγνητικό πεδίο κατόρθωσε να ασκήσει στο βάτραχο τέτοια δύναμη, ώστε να εξουδετερώσει το βάρος του. Το βάτραχο ακολούθησαν διάφορες άλλες οργανικές μάζες.

Στο ερώτημα αν με το αντίστοιχο πείραμα θα μπορούσε να ανυψωθεί ένας άνθρωπος, η απάντηση μας είναι «ναι» γιατί τα σημαντικά μεγέθη που καθορίζουν τη δύναμη που δέχονται τα σώματα, είναι η πυκνότητα και οι διαστάσεις του μαγνήτη. Καθώς όμως οι πυκνότητες των ζώντων οργανισμών είναι περίπου ίδιες και πλησιάζουν την πυκνότητα του νερού, που είναι και το κύριο συστατικό τους, καταλήγουμε στο εξής καταπληκτικό συμπέρασμα: παρά το γεγονός ότι ο άνθρωπος είναι εκατοντάδες φορές βαρύτερος από το βάτραχο, τα πεδία που θα χρησιμοποιήσουμε στον ίδιο μαγνήτη είναι τα ίδια. Πρέπει να τονιστεί επίσης ότι η χρησιμοποίηση ισχυρών μαγνητικών πεδίων είναι πιο ακίνδυνη από τη χρησιμοποίηση ισχυρών ηλεκτρικών πεδίων. Ήδη χρησιμοποιούμε στη μαγνητική τομογραφία αρκετά ισχυρά πεδία χωρίς μέχρι σήμερα να έχουν αναφερθεί ιδιαίτερες βιολογικές επιδράσεις σε ασθενείς. Το ίδιο βέβαια διαπιστώθηκε και για το βάτραχο ο οποίος μετά το πείραμα συνέχισε να παίζει υγιέστατος στο πάρκο από όπου τον είχαν πάρει.

3.3. Ηλεκτρομαγνητισμός

1. $B = k_\mu \dfrac{2I}{r} \Rightarrow B = 10^{-7} \cdot \dfrac{2 \cdot 10^2}{10 \cdot 10^{-2}}\,T \Rightarrow B = 2 \cdot 10^{-4} T$

3. α) $B = k_\mu \dfrac{2I}{r} \Rightarrow I = \dfrac{B \cdot r}{k_\mu \cdot 2} \Rightarrow I = \dfrac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 20 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-7}} \cdot A \Rightarrow I = 20A$

β) $B = k_\mu \dfrac{2 \cdot 2I}{2r} \Rightarrow B = \dfrac{10^{-7} \cdot 2 \cdot 40}{2 \cdot 20 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-5} T$

4. $I = \dfrac{\varepsilon}{R} \Rightarrow I = \dfrac{90}{15} = 6A$

$B = k_\mu \dfrac{2I}{r} \Rightarrow B = \dfrac{10^{-7} \cdot 2 \cdot 6}{10 \cdot 10^{-2}}\,T \Rightarrow B = 1{,}2 \cdot 10^{-5} T$

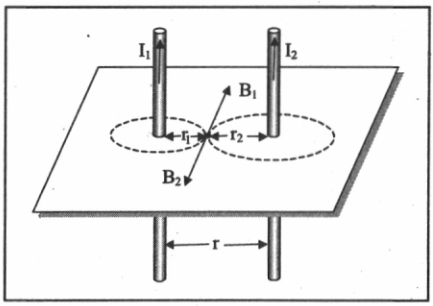
5. α) Ομόρροπα:

$B_{ολ} = B_1 - B_2 = k_\mu \dfrac{2I_1}{\frac{r}{2}} - k_\mu \dfrac{2I_2}{\frac{r}{2}}$

$\Rightarrow B_{ολ} = \dfrac{4k_\mu}{r}(I_1 - I_2) \Rightarrow$

$B_{ολ} = \dfrac{4 \cdot 10^{-7}}{30 \cdot 10^{-2}}(-10)T \Rightarrow$

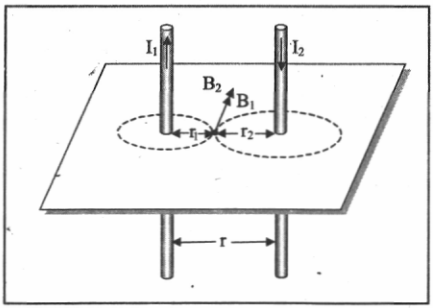
$B_{ολ} = -\dfrac{4}{3}\,10^{-5} T$



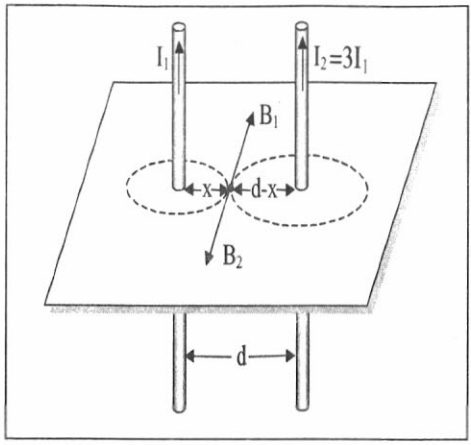
β) αντίρροπα: $B_{ολ} = B_1 + B_2 \Rightarrow$

$B_{ολ} = \dfrac{4k_\mu}{r}(I_1 + I_2) \Rightarrow$

$B_{ολ} = 4 \cdot 10^{-5} T.$



6. α) ομόρροπα



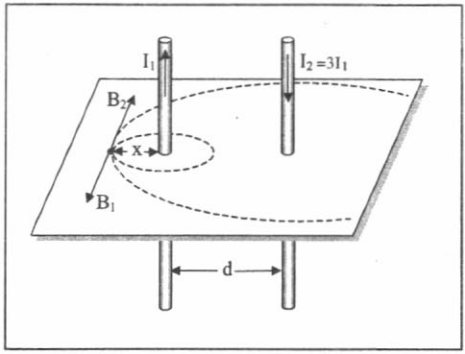
Πρέπει $B_1 = B_2 \Rightarrow$

$$k_\mu \frac{2I_1}{x} = \frac{k_\mu \cdot 6I_1}{d-x} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3}{d-x} \Rightarrow d-x = 3x$$

$$\Rightarrow d=4x \Rightarrow x = \frac{d}{4} = 7{,}5 \text{ cm.}$$

β) αντίρροπα



Πρέπει $B_1 = B_2 \Rightarrow$

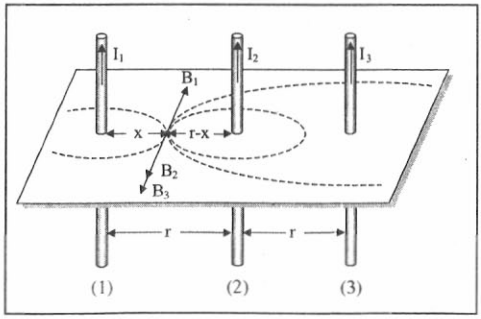
$$k_\mu \frac{2I_1}{x} = k_\mu \cdot 2\,\frac{3I_1}{d+x} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3}{d+x} \Rightarrow d+x = 3x \Rightarrow$$

$$d = 2x \Rightarrow x = \frac{d}{2} \Rightarrow$$

$$x = 15 \text{ cm.}$$

7. Πρέπει $B_1 = B_2 + B_3 \Rightarrow$



$$k\,\frac{2I_1}{x} = k\,\frac{2I_2}{r-x} + k\,\frac{2I_3}{2r-x}$$

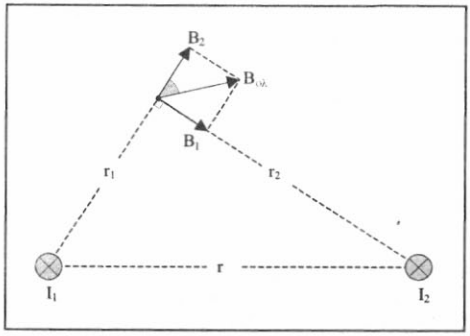
$$\Rightarrow \frac{I_1}{x} = \frac{I_1}{r-x} + \frac{2{,}5I_1}{2r-x} \Rightarrow$$

$$(r-x)x = x(2r-x) + 2{,}5x(r-x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x + 16 = 0 \Rightarrow$$

$$x = 8\text{cm ή } x = 2\text{cm}$$

8. $B_{o\lambda} = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$ (1)



$$B_1 = k_\mu \frac{2I_1}{r_1} \Rightarrow$$

$$B_1 = \frac{10^{-7}\, 2\cdot 15}{3\cdot 10^{-2}}\, T = 10^{-4} T$$

$$B_2 = k_\mu \frac{2I_2}{r_2} \Rightarrow$$

$$B_2 = \frac{10^{-7}\cdot 2\cdot 20}{4\cdot 10^{-2}}\, T = 10^{-4} T$$

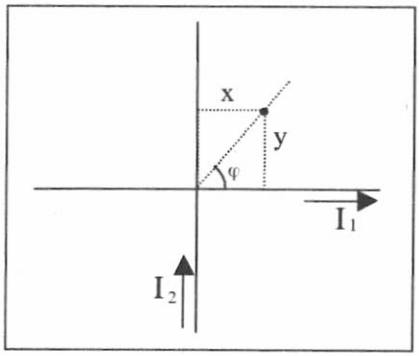
$$(1) \Rightarrow B_{o\lambda} = \sqrt{(10^{-4})^2 + (10^{-4})^2} \Rightarrow B_{o\lambda} = 10^{-4}\sqrt{2}\, T$$

9. Πρέπει $B_1 = B_2 \Rightarrow$

$$k_\mu \frac{2I_1}{\psi} = k_\mu \frac{2I_2}{x} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{aligned} &\Rightarrow \frac{I_1}{\psi} = \frac{I_1\sqrt{3}}{x} \Rightarrow \frac{\psi}{x} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &\varepsilon\varphi\theta = \frac{\psi}{x} \end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \theta = 30^\circ$$



με τον αγωγό που διαρρέεται από ρεύμα I_1.

10. $B = k_\mu \frac{2\pi I_1}{r} \Rightarrow I = \frac{Br}{2\pi k_\mu} \Rightarrow I = \frac{2\pi\cdot 10^{-5}\cdot 10\cdot 10^{-2}}{2\pi\cdot 10^{-7}} A \Rightarrow I = 10A.$

11. $B = k_\mu \frac{2\pi I}{r} N \Rightarrow r = k_\mu \frac{2\pi I\cdot N}{B} \Rightarrow r = 10^{-7} \frac{2\pi\cdot 5\cdot 3}{3\cdot 10^{-4}}\, m \Rightarrow$

$$\Rightarrow r = 10^{-2}\pi m \Rightarrow \boxed{r = \pi cm}$$

12. $I = \dfrac{\varepsilon}{R_1+R_2} \Rightarrow I = \dfrac{20}{20}\,A = 1A$

$$B = k_\mu \frac{2\pi I}{r} \Rightarrow B = 10^{-7}\,\frac{2\pi 1}{10\pi\cdot 10^{-2}} \Rightarrow B = 2\cdot 10^{-6}\,T$$

13. $\left.\begin{array}{l} B = k_\mu \dfrac{2\pi I}{r} \\ I = \dfrac{\Delta q}{\Delta t} = \dfrac{q}{T} = fq \end{array}\right\} B = k_\mu \dfrac{2fq}{r} \Rightarrow$

$$B = 10^{-7}\,\frac{2\pi 10^3\cdot 32\cdot 10^{-3}}{\pi 3{,}2\cdot 10^{-2}}\,T \Rightarrow$$

$$B = 2\cdot 10^{-4}T$$

14. $B_1 = B_2 = k_\mu \dfrac{2\pi I}{r} \Rightarrow B_1 = B_2 = \dfrac{10^{-7}\cdot 2\pi\cdot 10}{\pi\cdot 2\cdot 10^{-2}}\,T = 10^{-4}\,T$

$$B_{o\lambda} = \sqrt{B_1^2+B_2^2} \Rightarrow B_{o\lambda} = \sqrt{(10^{-4})^2+(10^{-4})^2} = 10^{-4}\sqrt{2}\,T$$

15. α) $B = B_1+B_2 \Rightarrow B = k_\mu \dfrac{2I_1}{r} + k_\mu \dfrac{2\pi I_1}{r} \Rightarrow B = k_\mu \dfrac{2I_1}{r}(1+\Pi)$

β) $B = \sqrt{B_1^2+B_2^2} \Rightarrow B_{o\lambda} = \sqrt{\left(k_\mu \dfrac{2I_1}{r}\right)+\left(k_\mu \dfrac{2\pi I_1}{r}\right)^2} \Rightarrow$

$$B_{o\lambda} = k_\mu \frac{2I}{r}\sqrt{1+\pi^2}\,.$$

16. $B_1 = k_\mu \dfrac{2I_1}{\frac{r}{2}} \Rightarrow B_1 = 10^{-7} \dfrac{2\cdot 15\cdot 2}{30\cdot 10^{-2}} = 2\cdot 10^{-5}\,T$

$B_2 = B_1 = 2\cdot 10^{-5}\,T$

$B_3 = k_\mu \dfrac{2\pi I_3}{\frac{r}{2}} \Rightarrow B_3 = \dfrac{10^{-7}\cdot 2\pi\cdot 30}{\pi\cdot 15\cdot 10^{-2}} \Rightarrow B_3 = 4\cdot 10^{-5}\,T$

Άρα $B_{o\lambda} = B_3 = 4\cdot 10^{-5}\,T$

α) $B_{1,2} = B_1 - B_2 = 0$

β) $B_{1,2} = B_1 + B_2 = 4\cdot 10^{-5}\,T$

$B_{o\lambda} = \sqrt{B_{1,2}^2 + B_3^2} \Rightarrow B_{o\lambda} = \sqrt{(4\cdot 10^{-5})^2 + (4\cdot 10^{-5})^2} \Rightarrow$

$$\boxed{B_{o\lambda} = 4\cdot 10^{-5}\sqrt{2}\ T}$$

17. $B_1 = k_\mu \dfrac{2\pi\cdot I_1}{r}$, $B_2 = k_\mu \dfrac{2\pi I_1}{2r} = \dfrac{B_1}{2}$, $B_3 = \dfrac{B_1}{3}$

$B_v = \dfrac{B_1}{v}$

18. Πρέπει $B_1 = B_2 \Rightarrow$

$k_\mu \dfrac{2I_1}{5r} = k_\mu \dfrac{2\pi I_2}{r} \Rightarrow$

$\dfrac{I_1}{5r} = \dfrac{I_2\pi}{r} \Rightarrow I_1 = \dfrac{5\cdot 5\cdot \pi}{\pi} = 25A$

19. $B = k_\mu \dfrac{\pi 2I}{r} \Rightarrow I = \dfrac{5\cdot 10^{-5}\cdot 0{,}2}{10^{-7}\cdot 2\pi} \Rightarrow I = \dfrac{50}{\pi}\,A$

$$R = \frac{\varepsilon}{I} \Rightarrow R = \frac{100}{\frac{50}{\pi}} = 2\pi\Omega$$

$$\lambda = \frac{R}{2\pi r} = \frac{2\pi}{2\pi\cdot 0{,}2} = 5\ \frac{\Omega}{m}$$

20. $I_1 = \dfrac{\varepsilon}{\frac{3R}{4}} = \dfrac{4\varepsilon}{3R}$

$$I_2 = \frac{4\varepsilon}{R}$$

$$B_1 = \frac{3B}{4} \Rightarrow B_1 = \frac{3k_\mu \cdot 2\pi I_1}{4r} \Rightarrow B_1 = \frac{3k_\mu}{4}\ \frac{2\pi\cdot 4\varepsilon}{3R\cdot r} \overset{I=\varepsilon\backslash R}{\Longrightarrow}$$

$$B_1 = k_\mu\ \frac{2\pi I}{r}$$

Όμοια $B_2 = \dfrac{B}{4} = k_\mu \dfrac{2\pi 4\varepsilon}{4\cdot r\cdot R} = k_\mu \dfrac{2\pi I}{r}$

Άρα: $B_{o\lambda} = B_1 - B_2 = 0$

21. $B = k_\mu\cdot 4\pi\ \dfrac{N}{\ell}\ I \Rightarrow B = 10^{-7}\ \dfrac{4\pi\cdot 10^2}{20\cdot 10^{-2}}\ \dfrac{20}{\pi}\ T \Rightarrow B = 4\cdot 10^{-3}\ T$

22. $B = k_\mu\ 4\pi\ \dfrac{N}{\ell}\ I \Rightarrow$

$$I = \frac{B}{k_\mu\cdot 4\pi\ \frac{N}{\ell}} \Rightarrow I = \frac{8\pi\cdot 10^{-4}}{10^{-7}\cdot 4\pi\cdot 10^3} \Rightarrow I = 2A\,.$$

23. $B_{o\lambda} = B_1' + B_2'$

$$B_1' = \frac{B_1}{2} = \frac{k_\mu\cdot 4\pi\cdot N_1\cdot I}{2\ell} = \frac{10^{-7}\cdot 4\pi\cdot 10^3\cdot 1}{2\ell} = 2\pi\cdot 10^{-4}\ T$$

$$B'_2 = \frac{B_2}{2} = \frac{k_\mu \cdot 4\pi \cdot N_2 \cdot I}{2\ell} = \frac{10^{-7} \cdot 4\pi \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 1}{2} = 8\pi \cdot 10^{-4}\,T$$

$$B_{o\lambda} = 10\pi \cdot 10^{-4} \cdot T \Rightarrow B_{o\lambda} = \pi \cdot 10^{-3}\,T$$

24. $R'_\Sigma = NR = 20\,\Omega$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I = \frac{40}{20+20} = 1A$$

$$B = k_\mu \cdot 4\pi \frac{N}{\ell} I \Rightarrow B = \frac{10^{-7} \cdot 4\pi \cdot 10^3}{40\pi \cdot 10^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = 10^{-3}\,T.$$

25. Πρέπει $B_1 = B_2 \Rightarrow k_\mu 4\pi \frac{N_1}{\ell} I_1 = k_\mu \frac{2\pi I_2}{r} N_2 \Rightarrow$

$$2\frac{N_1}{\ell} I_1 = \frac{I_2 N_2}{r} \Rightarrow \frac{2N_1 I_1}{\ell} = \frac{10 I_1 N_2}{r} \Rightarrow$$

$$2.500 = \frac{10 \cdot 10}{r} \Rightarrow r = \frac{1}{10} = 0{,}1\,m$$

26. $B_\Sigma = k_\mu \cdot 4\pi \frac{N}{\ell} I_2 \Rightarrow B_\Sigma = 10^{-7} \cdot 4\pi \cdot 100 \frac{10}{\pi} \Rightarrow$

$$B_\Sigma = 4 \cdot 10^{-4}\,T$$

$$B_1 = k_\mu \frac{2I_1}{d} \Rightarrow B_1 = 10^{-7} \frac{2 \cdot 30}{2 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow B_1 = 3 \cdot 10^{-4}\,T$$

$$B_{o\lambda} = \sqrt{B_\Sigma^2 + B_1^2} = 5 \cdot 10^{-4}\,T$$

27. α) $F_1 = B \cdot I \cdot \ell \cdot \eta\mu 90^\circ = 2 \cdot 10 \cdot 0{,}2 = 4N$

β) $F_2 = B \cdot I \cdot \ell \cdot \eta\mu 30^\circ = 2 \cdot 10 \cdot 0{,}2 \frac{1}{2} = 2N$

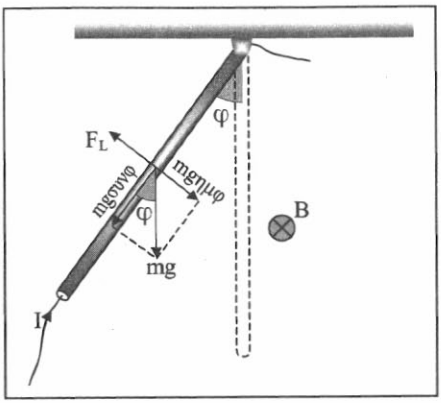
γ) $F_L = B \cdot I \cdot \ell \cdot \eta\mu 90^\circ = 0N$

28. Πρέπει: $mg\eta\mu 30 = F_L \Rightarrow$

$mg \cdot \eta\mu 30 = B \cdot I \cdot \ell \Rightarrow$

$B = \dfrac{mg \cdot \eta\mu 30}{I\ell} \Rightarrow$

$B = \dfrac{100 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \frac{1}{2}}{5 \cdot 40 \cdot 10^{-2}} = 0{,}25\,T$



29. $F_L = B \cdot I \cdot \ell \Rightarrow$

$F_L = 0{,}4 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 10^{-2}\,N \Rightarrow$

$F_L = 0{,}8\,N$

$W_{F_L} = F \cdot S = F \frac{1}{2} at^2 = 0{,}8 \frac{1}{2} 2 \cdot 10^2 = 80\,J$

30. α) Πρέπει $F_L = mg \Rightarrow B \cdot I_1 \cdot \ell = mg \Rightarrow$

$\Rightarrow I_1 = \dfrac{mg}{B\ell} = \dfrac{0{,}1 \cdot 10}{2 \cdot 0{,}2} = 2{,}5A$

β) Πρέπει: $mg - F_L = ma \Rightarrow mg - B \cdot I_2 \cdot \ell = \dfrac{mg}{3} \Rightarrow$

$mg - \dfrac{mg}{3} = B \cdot I_2 \cdot \ell \Rightarrow \dfrac{2mg}{3} = B \cdot I_2 \cdot \ell \Rightarrow I_2 = \dfrac{2mg}{3B\ell} \Rightarrow$

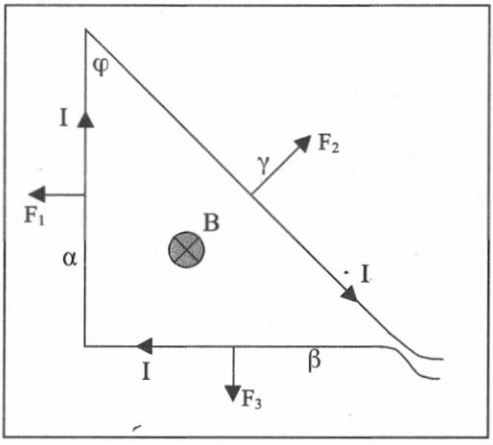
$I_2 = \dfrac{0{,}1 \cdot 10 \cdot 2}{2 \cdot 0{,}2 \cdot 3} = \dfrac{5}{3}\,A$

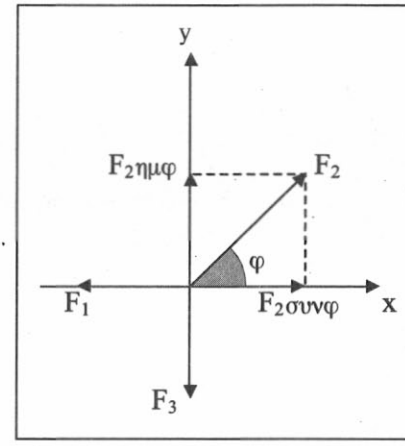
γ) Πρέπει:

$F_L - mg = ma \Rightarrow B \cdot I_3 \cdot \ell - mg = m \dfrac{g}{4} \Rightarrow B \cdot I_3 \cdot \ell = mg + m \dfrac{g}{4} \Rightarrow$

$$B\cdot I_3\cdot \ell = \frac{5mg}{4} \Rightarrow I_3 = \frac{5mg}{4B\ell} \Rightarrow I_3 = \frac{5\cdot 0,1\cdot 10}{4\cdot 2\cdot 0,2} = \frac{25}{8}\ A.$$

31.





$$\Sigma F_x = F_2\sigma\upsilon\nu\varphi - F_1 = B\cdot I\cdot\gamma\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi - B\cdot I\cdot\alpha = 0$$
$$\Sigma F_y = F_2\eta\mu\varphi - F_3 = B\cdot I\cdot\gamma\cdot\eta\mu\varphi - B\cdot I\cdot\beta = 0$$
$$\Sigma F = 0$$

32. Για να ισορροπεί πρέπει:

$$F_L = mg \Rightarrow k_\mu \frac{2I_1\cdot I_2}{x}\ell = mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{mg\cdot x}{k_\mu\cdot 2I_1\ell} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{5\cdot 10^{-3}\cdot 10\cdot 2\cdot 10^{-2}}{10^{-7}\cdot 2\cdot 10^{2}\cdot 1}\ A \Rightarrow I_2 = 50\ A.$$

33. $B_\Sigma = k_\mu\cdot 4\pi \frac{N}{\ell} I_1 \Rightarrow B_\Sigma = 10^{-7}\cdot 4\pi \frac{10}{10^{-2}}\ 2,5\ T \Rightarrow$

$$B_\Sigma = \pi\cdot 10^{-3}\ T$$

$$F_L = B_\Sigma \cdot I_2 \cdot \ell \Rightarrow I_2 = \frac{F_L}{B_\Sigma \cdot \ell} \Rightarrow I_2 = \frac{2\pi \cdot 10^{-2}}{\pi \cdot 10^{-3} \cdot 40 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_2 = 50\ A$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_{o\lambda}} \Rightarrow R_{o\lambda} = \frac{100}{50} = 2\Omega$$

$$R_{o\lambda} = R + r \Rightarrow R = 2 - 0{,}5 = 1{,}5\ \Omega$$

34. Όταν δε διαρρέεται από ρεύμα

$mg = F_{\varepsilon\lambda}$ άρα $mg = 0{,}4\ N$

$F_L = F_1 - F_2 = 0{,}2N$

Αλλά: $F_L = B \cdot I \cdot \ell \Rightarrow B = \frac{F_L}{I \cdot \ell} \Rightarrow$

$$B = \frac{0{,}2}{10 \cdot 1} = 2 \cdot 10^{-2}\ T$$

35. Όταν τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος, ισχύει:

$F_L = mg \Rightarrow B \cdot I \cdot \ell = mg \Rightarrow mg = 3N.$

Όταν έχουν επιμηκυνθεί κατά x θα έχουμε:

$F_L + mg = 2kx \Rightarrow$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{2kx\text{-}mg}{B \cdot \ell} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{I_1 = 2 \cdot 10 \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-3} - 3}{1{,}5 \cdot 40 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1 = 10\ A$$

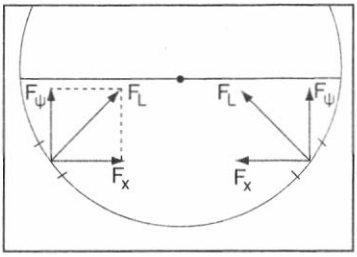
36. Η επιπλέον ένδειξη οφείλεται στη δύναμη Laplace.

Άρα: $F_L = 3N$. Όμως $\Sigma F_x = 0$, άρα $F_{o\lambda} = \Sigma F_\psi \Rightarrow$

$$\Rightarrow F_{o\lambda} = \Sigma B \cdot I \cdot \Delta\ell \cdot \eta\mu\theta$$

$$F_L = B \cdot I \cdot \Sigma\Delta\ell \cdot \eta\mu\theta = B \cdot I \cdot 2r \Rightarrow$$

$$B = \frac{F_L}{2 \cdot I \cdot r} \Rightarrow B = \frac{3}{10 \cdot 2 \cdot 0,15} T = 1T$$



37. $F_{o\lambda} = F_1 - F_2 \Rightarrow$

$$F_{o\lambda} = k_\mu \frac{2I_1 \cdot I_2 a}{d} - k_\mu \frac{2I_1 \cdot I_2 \cdot a}{d+\beta} \Rightarrow$$

$$F_{o\lambda} = k_\mu \cdot 2I_1 I_2 a \left(\frac{d+\beta-d}{d(d+\beta)} \right) \Rightarrow$$

$$F_{o\lambda} = 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 0,1 \frac{40 \cdot 10^{-2}}{10 \cdot 10^{-2}(40 \cdot 10^{-2} + 10 \cdot 10^{-2})} \Rightarrow$$

$$F_{o\lambda} = \frac{10^{-6} \cdot 4}{50 \cdot 10^{-2}} = 8 \cdot 10^{-6} N$$

38. $F_L = k_\mu \frac{2I_1 \cdot I_2 \cdot \ell}{x} \Rightarrow F_L = \frac{10^{-7} \cdot 2 \cdot 10 \cdot 50 \cdot 10}{2 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad F_L = 5 \cdot 10^{-3} N.$$

39. Πρέπει: $F_1 = F_2 \Rightarrow$

$$k_\mu \frac{2I_1 \cdot I_3 \cdot \ell}{x} = k_\mu \frac{2I_2 \cdot I_3 \ell}{r-x} \Rightarrow \frac{I_1}{x} = \frac{I_2}{r-x} \Rightarrow$$

$$\frac{I_1}{x} = \frac{5I_1}{r-x} \Rightarrow r\text{-}x = 5x \Rightarrow r = 6x \Rightarrow x = \frac{r}{6} = \frac{12}{6} = 2cm.$$

40. $B_1 = k_\mu \frac{3I_1}{\ell_o} = \frac{10^{-7} \cdot 2 \cdot 40}{4 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow B_1 = 2 \cdot 10^{-4} T$

$$mg = B_1 \cdot I_2 \cdot \ell \Rightarrow mg = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 50 \cdot 2 \Rightarrow mg = 2 \cdot 10^{-2} N.$$

$$F_L + mg = 2k\cdot\Delta x \Rightarrow$$

$$B_2\cdot I_2\cdot \ell + mg = 2k\cdot\Delta x \Rightarrow$$

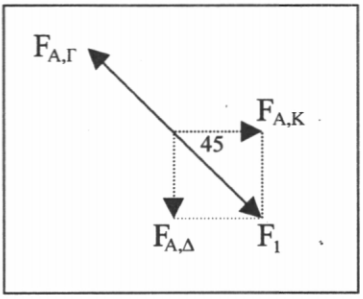
$$k_\mu \frac{2I_1\cdot I_2\cdot \ell}{\ell_o+\Delta x} + mg = 2k\cdot\Delta x \Rightarrow$$

$$\frac{10^{-7}\cdot 2\cdot 40\cdot 50\cdot 2}{5\cdot 10^{-2}} + 2\cdot 10^{-2} = 2k\cdot 10^{-2} \Rightarrow$$

$$10^{-2}\cdot 1{,}6 + 2\cdot 10^{-2} = 2k\cdot 10^{-2} \Rightarrow$$

$$3{,}6\cdot 10^{-2} = 2k\cdot 10^{-2} \Rightarrow k = 1{,}8\,\frac{N}{m}$$

41. $F_{A,K} = k_\mu \dfrac{2I_A\cdot I_K}{\alpha}\,\ell \Rightarrow$



$$F_{A,K} = \frac{10^{-7}\,2\cdot 10\cdot 20}{10\cdot 10^{-2}}\,1 \Rightarrow$$

$$F_{A,K} = 4\cdot 10^{-4}\,N$$

$$F_{\Delta K} = k_\mu \frac{2I_A\cdot I_K}{\alpha}\,\ell = 4\cdot 10^{-4}\,N$$

$$F_{A,\Gamma} = k_\mu \frac{2I_\Delta\cdot I_\Gamma}{\alpha\sqrt{2}}\,\ell \Rightarrow F_{A,\Gamma} = 10^{-7}\,\frac{2\cdot 10\cdot 10}{10\cdot 10^{-2}\sqrt{2}}\,1 = \sqrt{2}\cdot 10^{-4}\,N$$

$$F_1 = \sqrt{(4\cdot 10^{-4})^4 + (4\cdot 10^{-4})^2} = 4\cdot 10^{-4}\sqrt{2}\,N$$

$$F_{o\lambda} = F_1 - F_{A,\Gamma} = 4\cdot 10^{-4}\sqrt{2} - \sqrt{2}\cdot 10^{-4} = 3\sqrt{2}\cdot 10^{-4}\,N$$

42. $B_o = k_\mu\, 4\pi\, \dfrac{N}{\ell}\, I \Rightarrow$

$$B_o = 10^{-7}\cdot 4\pi\cdot 10^2\cdot 10 \Rightarrow B_o = 4\pi\cdot 10^{-4}\,T$$

$$B = \mu B_o = 4\pi\cdot 10^{-1} = 0{,}4\,\pi\,T$$

43. α) $\Phi = B\cdot S\cdot \sigma\upsilon\nu 0^\circ = 2\cdot 20\cdot 10^{-4} = 4\cdot 10^{-3}$ wb

β) $\Phi = B\cdot S\cdot \sigma\upsilon\nu 90^\circ = 0$wb

γ) $\Phi = B\cdot S\cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ \Rightarrow \Phi = 2\cdot 20\cdot 10^{-4}\dfrac{1}{2} = 2\cdot 10^{-3}$ wb.

44. $\varepsilon = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} N = \dfrac{10^{-2}\cdot 10^{2}}{0,2} = 5$v

45. $S = \pi\cdot r^2$

$$\left.\begin{array}{l}\Phi_{\alpha\rho\chi} = B\cdot S \\ \\ \Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\Phi = |\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi}| = B\cdot S$$

$$\varepsilon = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} N \Rightarrow \varepsilon = \frac{B\cdot S}{\Delta t} N \Rightarrow$$

$$\varepsilon = \frac{0,1\cdot\pi(10\cdot 10^{-2})^2}{0,1} 1 \Rightarrow \varepsilon = \pi\cdot 10^{-2}\text{ v.}$$

46. $S = \pi\cdot r^2 = \pi(20\cdot 10^{-2})^2 \Rightarrow S = \pi\cdot 400\cdot 10^{-4} = 4\pi\cdot 10^{-2}\text{m}^2$

$$\left.\begin{array}{l}\alpha)\ \Phi_{\alpha\rho\chi} = B\cdot S \\ \\ \Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = 4B\cdot S\end{array}\right\} \Rightarrow |\Delta\Phi| = |\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi}| = 3B\cdot S$$

$$\varepsilon = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} N \Rightarrow \varepsilon = \frac{3B\cdot S}{\Delta t} N \Rightarrow$$

$$\varepsilon = \frac{3\cdot 2\cdot 4\pi\cdot 10^{-2}}{\pi} 20 \Rightarrow \varepsilon = 4,8\text{ N.}$$

$$\varepsilon = 4,8\text{ v}$$

$$\left.\begin{array}{l}\beta)\ \Phi_{\alpha\rho\chi} = B\cdot S \\ \\ \Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = \dfrac{B}{4}\,S\end{array}\right\} |\Delta\Phi| = |\Phi_{\tau\varepsilon\lambda}-\Phi_{\alpha\rho\chi}| = \left|\frac{B}{4}\,S - B\cdot S\right| = \frac{3}{4}\,B\cdot S$$

$$\varepsilon = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}\,N = \frac{3B\cdot S}{4\cdot\Delta t}N \Rightarrow \varepsilon = \frac{3\cdot 2\cdot 4\pi\cdot 10^{-2}}{4\cdot\pi}\,20 = 1{,}2\ v$$

$$\left.\begin{array}{l}\gamma)\ \Phi_{\alpha\rho\chi} = B\cdot S \\ \\ \Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = BS\cdot\sigma\upsilon\nu 180\end{array}\right\} \Delta\Phi = |\Phi_{\tau\varepsilon\lambda}-\Phi_{\alpha\rho\chi}| = |-BS-BS| = 2B\cdot S$$

$$\varepsilon = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}\,N \Rightarrow \varepsilon = \frac{2BS}{\Delta t}\,N = \frac{2\cdot 2\cdot 4\pi\cdot 10^{-2}}{\pi}\,20 = 3{,}2\ v$$

47. $R_\pi = N\cdot R_1 = 90\Omega$

$R_{o\lambda} = R_\pi + R_2 = 100\ \Omega$

$$\alpha)\ \varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\,N = \frac{|\Phi_{\tau\varepsilon\lambda}-\Phi_{\alpha\rho\chi}|}{\Delta t}\,N \Rightarrow \varepsilon = \frac{|2BS-BS|}{\Delta t}\,N \Rightarrow$$

$$\varepsilon = \frac{BS}{\Delta t}\,N \Rightarrow \varepsilon = \frac{2\cdot 100\cdot 10^{-4}}{1}\,10^2 = 2v$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{o\lambda}} = \frac{2}{100} = 2\cdot 10^{-2}\,A$$

$$\beta)\ \varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\,N \Rightarrow \varepsilon = \frac{|\Phi_{\tau\varepsilon\lambda}-\Phi_{\alpha\rho\chi}|}{\Delta t}\,N \Rightarrow \varepsilon = \frac{|0-BS|}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\varepsilon = \frac{2\cdot 100\cdot 10^{-4}}{1}\,10^2 \Rightarrow \varepsilon = 2v$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{o\lambda}} = \frac{2}{100} = 2\cdot 10^{-2}\,A.$$

48. α) $\left.\begin{array}{l}\Phi_{\alpha\rho\chi} = BS \\ \\ \Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\Phi = |\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi}| \Rightarrow$

$$\Delta\Phi = |0 - BS| = k_\mu \cdot 4\pi \frac{N}{\ell} I \cdot S \Rightarrow$$

$$\Delta\Phi = 10^{-7} \cdot 4\pi \cdot 500 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \Rightarrow$$

$$\Delta\Phi = 8\pi \cdot 10^{-7}\ wb$$

$$\varepsilon = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} N = 4\pi \cdot 10^{-2} v$$

$$Q = \frac{\Delta\Phi}{R_{o\lambda}} N = \frac{8\pi \cdot 10^{-7}}{40} 500 = \pi 10^{-5} C$$

β) $\left.\begin{array}{l}\Phi_{\alpha\rho\chi} = BS \\ \Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = \mu BS\end{array}\right\} \Rightarrow$

$$\Delta\Phi = BS(\mu - 1)$$

$$\varepsilon = \frac{k_\mu 4\pi \frac{N}{\ell} I(\mu\text{-}1) N \cdot S}{\Delta t} =$$

$$\varepsilon = 0{,}8\ \pi v$$

$$Q = \frac{\Delta\Phi}{R} N = 2\pi \cdot 10^{-2} C$$

49. α) $\varepsilon = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = \frac{\Delta BS}{\Delta t} \Rightarrow$

$$\varepsilon = \pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = 2 \cdot \pi (10\sqrt{\pi} \cdot 10^{-2})^2 \Rightarrow$$

$$\varepsilon = 2\pi\cdot 10^{2}\cdot\pi\cdot 10^{-4} \Rightarrow$$

$$\varepsilon = 2\pi^{2}\cdot 10^{-2} \Rightarrow$$

$$\varepsilon = 0{,}2v$$

$$Q = C\varepsilon \Rightarrow Q = 2\cdot 0{,}2 = 0{,}4\mu C$$

β) $U = \frac{1}{2}C\varepsilon^{2} \Rightarrow U = \frac{1}{2}2\cdot 10^{-6}(0{,}2)^{2} \Rightarrow U = 10^{-6}\cdot 4\cdot 10^{-2} = 4\cdot 10^{-8}\,J$

50. $\left.\begin{array}{l}\Phi_{\alpha\rho\chi} = BS \\ \Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = 0\end{array}\right\} \Rightarrow |\Delta\Phi| = |\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi}| = BS$

$$Q = \frac{\Delta\Phi}{R_{o\lambda}}N \Rightarrow Q = \frac{BS}{R_{o\lambda}}N \Rightarrow$$

$$B = \frac{Q\cdot R_{o\lambda}}{S.N} \Rightarrow$$

$$B = \frac{5\cdot 10^{-3}\cdot 50}{3\cdot 0{,}2\cdot 20} \Rightarrow$$

$$B = \frac{25\cdot 10^{-3}}{1{,}2} \Rightarrow B = \frac{250}{12}10^{-3}\,T$$

$$B = \frac{125}{6}10^{-3}\,T$$

51. $\varepsilon_1 = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon_1 = \frac{0{,}2-0}{1} = 0{,}2\,V$

α) Από (1 εως 2)s $\varepsilon_2 = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{0{,}2-0{,}2}{1} = 0V$

Από (2 εως 3)s $\varepsilon_3 = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{(0-0{,}2)}{1} = -0{,}2V$

β) $I_1 = \frac{\varepsilon_1}{R} = \frac{0,2}{10} = 0,02\ A$

$I_2 = 0A$

$I_3 = -0,02A$

52. $\varepsilon = B\upsilon\ell \Rightarrow \varepsilon = 0,2\cdot 10\cdot 2 = 4V$

53. α) $\varepsilon = B\upsilon\ell \Rightarrow \varepsilon = 0,8\cdot 5\cdot 0,5 \Rightarrow$

$\varepsilon = 2V$

$I = \frac{\varepsilon}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I = \frac{2}{10} = 0,2\ A$

β) $P = I^2R_{o\lambda} \Rightarrow P = (0,2)^2\cdot 10 = 0,4\ w$

γ) $F_{\varepsilon\xi} = F_L = BI\ell = 0,8\cdot 0,2\cdot 0,5 = 0,08\ N$

δ) $V_{K\Lambda} = IR \Rightarrow V_{K\Lambda} = 0,2\cdot 2 = 0,4\ V.$

54. Πρέπει $F = F_L = 0,4\ N$

$F_L = BI\ell \Rightarrow F_L = B\frac{\varepsilon}{R}\ell \Rightarrow$

$F_L = B\frac{B\upsilon\ell}{R}\ell \Rightarrow \upsilon = \frac{F_L\cdot R}{B^2\ell^2} \Rightarrow$

$\upsilon = \frac{0,4\cdot 2}{(0,2)^2\cdot 1^2} = \frac{0,8}{0,04} = 20\ m/s$

55. $R_{o\lambda} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} + R_{K\Lambda} \Rightarrow R_{o\lambda} = \frac{18}{9} + 2 = 4\Omega$

$I_{o\lambda} = \frac{B\upsilon\ell}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I_{o\lambda} = \frac{0,2\cdot 10\cdot 1}{4} = 0,5A$

$V_{K\Lambda} = I_{o\lambda}\cdot R_{1,2} = 0,5\cdot 2 = 1V$

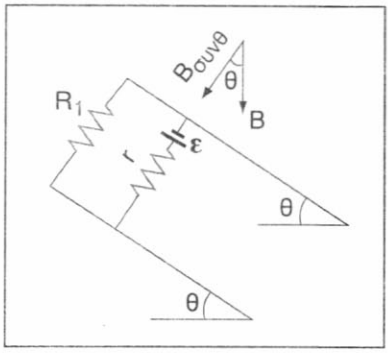
$$I_1 = \frac{V_{K\Lambda}}{R_1} = \frac{1}{6}\ A$$

$$I2 = \frac{V_{K\Lambda}}{R_2} = \frac{1}{3}\ A$$

56. Πρέπει: $F_L = 0 \Rightarrow I = 0$

Άρα: $\varepsilon = \varepsilon_{\varepsilon\pi} \Rightarrow \varepsilon = B\upsilon\ell \Rightarrow \upsilon = \frac{\varepsilon}{B\ell} \Rightarrow \upsilon = \frac{10}{0{,}4\cdot 1} = 25\ m/s$

57. Πρέπει $F_L = mg\eta\mu\varphi \Rightarrow$



$B\sigma\upsilon\nu\varphi I\ell = mg\eta\mu\varphi \Rightarrow$

$B\sigma\upsilon\nu\varphi \frac{\varepsilon}{R_{o\lambda}}\ \ell = mg\eta\mu\varphi \Rightarrow$

$B\sigma\upsilon\nu\varphi \frac{B\sigma\upsilon\nu\varphi\upsilon\ell}{R_{o\lambda}}\ \ell = mg\eta\mu\varphi \Rightarrow$

$\upsilon = \frac{mg\eta\mu\varphi\cdot R_{o\lambda}}{B^2\ell^2\sigma\upsilon\nu^2\varphi} \Rightarrow$

$$\upsilon = \frac{20\cdot 10^{-3}\cdot 10\ \frac{1}{2}\ 10}{1^2\cdot 1(\sqrt{3}/2)^2} \Rightarrow \upsilon = \frac{4}{3}\ m/s.$$

58. $\varepsilon = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{B\cdot\Delta S}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta S=\pi\ell^2]{\text{για } \Delta t=T} \varepsilon = \frac{B\cdot\pi\ell^2}{T} \xrightarrow{f=1\backslash T} \varepsilon = B\cdot\pi\cdot\ell^2 f$

$\varepsilon = 0{,}5\cdot\pi(0{,}15)^2 60 \Rightarrow \varepsilon = 2{,}12V.$

59. $\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B\cdot\Delta S}{\Delta t} \xrightarrow{\text{για } \Delta t=T} \varepsilon = \frac{B\cdot\pi(KM)^2 - B\pi(K\Lambda)^2}{T} \Rightarrow$

$$\varepsilon = B\pi\left(\frac{(KM)^2-(K\Lambda^2)}{T}\right) \Rightarrow$$

$$\varepsilon = B\pi(KM^2-K\Lambda^2)f$$

$$\varepsilon = 10^{-4}\cdot\pi(3^2-2^2)\frac{20}{\pi} \Rightarrow \varepsilon = 10^{-2}V$$

60. $\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B\cdot\Delta S}{\Delta t} = \frac{B\cdot\pi\ell^2}{T} \Rightarrow \varepsilon = Bf\pi\ell^2 \Rightarrow$

$$\varepsilon = 0{,}2\,\frac{10}{\pi}\,\pi\cdot 3^2 \Rightarrow$$

$$\varepsilon = 18V$$

$$\ell_{M\Lambda} = \varphi\cdot\ell \Rightarrow \ell_{M\Lambda} = \frac{\pi}{3}\,3 = \pi\ m.$$

Έχουμε 9Ω για $\pi\ell$

$R_{M\Lambda} = ;$ π

$$R_{M\Lambda} = \frac{9\pi}{\pi\ell} = 3\Omega$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_{M\Lambda}} = 6A$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R-R_{M\Lambda}} = \frac{18}{9-3} = 3A$$

$$I_{o\lambda} = I_1+I_2 = 9A.$$

5 ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

5.1. Περιοδικά φαινόμενα
5.2. Γραμμική αρμονική ταλάντωση με ελατήριο
5.3. Απλό εκκρεμές

Ευχαριστημένος που έγινε το χατήρι του για πολλοστή φορά. Βλέπει τον κόσμο κάτω από τα πόδια του, να κινείται πέρα-δωθε, χωρίς ο ίδιος να κάνει τίποτα. Εκτός από το να απαιτεί, κλαίγοντας αν χρειαστεί, να τον σπρωξουν πάλι, κάθε φορά που διαπιστώνει ότι η κίνηση ατονεί.

Κάνει ταλάντωση.

Πότε μία κίνηση λέγεται ταλάντωση και ποιες οι εξισώσεις που την περιγράφουν;

Με ποιο τρόπο ένα σωμα υποχρεώνεται να εκτελέσει μία τέτοια κίνηση και τι ισχύει τότε για την ολική του ενέργεια;

Στα προηγούμενα καθώς και σε άλλα συναφή ερωτήματα θα προσπαθήσουμε να απαντήσουμε στην ενότητα που ακολουθεί.

5.1. Περιοδικά φαινόμενα

Στη φύση συμβαίνει πολλές φορές ένα φαινόμενο να επαναλαμβάνεται συνέχεια με τον ίδιο τρόπο.

Ένα τέτοιο φαινόμενο είναι η περιστροφή της Γης γύρω από τον Ήλιο, η κυκλοφορία του αίματος μας, το αναβοσβήσιμο του «φλας» ενός αυτοκινήτου, το ημερονύχτιο, το δρομολόγιο ενός λεωφορείου, η παλλίροια του Ευρίπου, η τριχόπτωση που παρατηρείται σε μερικά ζώα, τα μελτέμια του Αιγαίου κ.ά.

Περιοδικό φαινόμενο λέγεται το φαινόμενο που επαναλαμβάνεται με ίδιο τρόπο.

Κάθε περιοδικό φαινόμενο ολοκληρώνεται μέσα σ' ένα ορισμένο χρόνο που λέγεται περίοδος και αποτελεί ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά του: η περιστροφή της Γης γύρω από τον Ήλιο σε ένα έτος, το ημερονύχτιο σε μία μέρα, η παλλίροια σε 12 ώρες κ.λπ.

Περίοδος Τ ενός περιοδικού φαινομένου λέγεται ο χρόνος που χρειάζεται για να πραγματοποιηθεί μία φορά το φαινόμενό.

Αν έχουμε, τώρα, τη δυνατότητα να παρακολουθήσουμε για ίδιο χρονικό διάστημα, διαφορετικά περιοδικά φαινόμενα θα διαπιστώσουμε ότι ο αριθμός των επαναλήψεων (*ή «κύκλων»*) διαφέρει από φαινόμενο σε φαινόμενο (Εικ. 1).

Χρόνος 1 λεπτό	
Περιοδικό φαινόμενο	**Αριθμός επαναλήψεων**
Περιστροφή ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα στο άτομο του υδρογόνου	$3{,}9 \cdot 10^{17}$
Ανεβοκατέβασμα εμβόλου μηχανής αυτοκινήτου	$3 \cdot 10^{3}$
«Φλας» αυτοκινήτου	$2 \cdot 10^{2}$
Χτύπος ανθρώπινης καρδιάς	70
Περιστροφή δίσκου πικ-απ	45
Περιστροφή δευτερολεπτοδείκτη	1

Εικόνα 5-1. *Επαναλήψεις περιοδικών φαινομένων σε 1 λεπτό.*

Γι' αυτό και με τη βοήθεια του αριθμού των επαναλήψεων του φαινομένου και του χρόνου μέσα στον οποίο πραγματοποιήθηκαν, ορίσαμε τη συχνότητα, ένα φυσικό μέγεθος που δείχνει πόσες φορές

επαναλαμβάνεται ένα περιοδικό φαινόμενο στη μονάδα του χρόνου.

Η συχνότητα αποτελεί επίσης ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά του περιοδικού φαινομένου.

Συχνότητα f ενός περιοδικού φαινομένου λέγεται το φυσικό μέγεθος που εκφράζεται με το πηλίκο του αριθμού N των επαναλήψεων του φαινομένου προς τον χρόνο t μέσα στον οποίο πραγματοποιήθηκαν.

Ο προηγούμενος ορισμός αποδίδεται σύντομα με τη σχέση:

$$f = \frac{N}{t}$$

Απ' αυτή τη σχέση αφού σε χρόνο μίας περιόδου το φαινόμενο πραγματοποιείται μία φορά, μπορεί εύκολα να προκύψει ότι η συχνότητα και η περίοδος ενός περιοδικού φαινομένου συνδέονται με τη σχέση

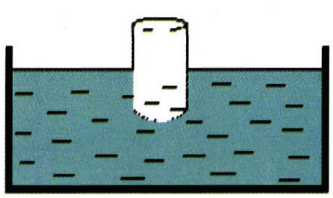
$$f = \frac{1}{T}$$

Μερικά περιοδικά φαινόμενα είναι κινήσεις: η κυκλοφορία του αίματος, η περιστροφή ενός τεχνητού δορυφόρου γύρω από τη Γη, το ταξίδι ενός κομήτη κ.ά.

Αυτά τα περιοδικά φαινόμενα λέγονται περιοδικές κινήσεις.

Σε μερικές περιοδικές κινήσεις ένα σώμα κινείται παλινδρομικά μεταξύ δυο ακραίων θέσεων: το έμβολο της μηχανής ενός αυτοκινήτου, όταν αυτή λειτουργεί, μία μικρή σφαίρα που αφήσαμε στο εσωτερικό ενός ημισφαιρίου (Εικ. 2), τα άκρα ενός διαπασών που διεγείραμε, ο βατήρας μιας πισίνας καταδύσεων μετά την προσπάθεια του αθλητή (Εικ. 3), το εκκρεμές ενός ρολογιού τοίχου κ.ά.

Τέτοιες περιοδικές κινήσεις, όπου ένα σώμα κινείται παλινδρομικά μεταξύ δύο ακραίων θέσεων, λέγονται ταλαντώσεις.



Εικόνα 5-4. *Ο κύλινδρος πραγματοποιεί γραμμική ταλάντωση.*

Σε μερικές ταλαντώσεις το σώμα κινείται ευθύγραμμα: το έμβολο της μηχανής ενός αυτοκινήτου όταν αυτή λειτουργεί, ένα ξύλινος κύλινδρος που αρχικά ηρεμούσε μισοβυθισμένος σε λεκάνη με νερό αν τον βυθίσουμε λίγο περισσότερο και τον αφήσουμε (Εικ. 4), το σφαιρίδιο ενός απλού εκκρεμούς όταν η διαδρομή του είναι μικρή, τα μόρια μιας χορδής άρπας όταν τη χτυπήσουμε (Εικ. 5) κ.ά.

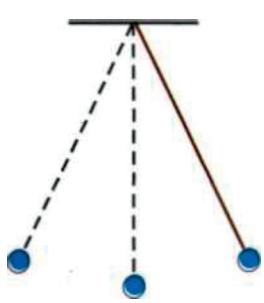
Τέτοιες ταλαντώσεις όπου η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμή λέγονται γραμμικές ταλαντώσεις.

Μια τέτοια, ειδικής μορφής, ταλάντωση είναι η γραμμική (ή απλή)

Η σφαίρα πραγματοποιεί ταλάντωση.
Εικόνα 5-2.

Τα μόρια του βατήρα πραγματοποιούν ταλάντωση.
Εικόνα 5-3.

Τα μόρια της χορδής πραγματοποιούν γραμμική ταλάντωση.
Εικόνα 5-5.



Το σφαιρίδιο πραγματοποιεί γραμμική αρμονική ταλάντωση.
Εικόνα 5-6.

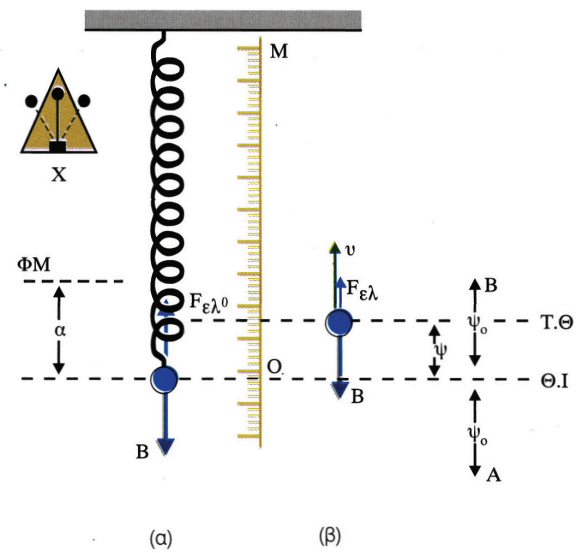
αρμονική ταλάντωση (Γ.Α.Τ.) με την οποία θα ασχοληθούμε στην συνέχεια.

Με πολύ καλή προσέγγιση γραμμική αρμονική ταλάντωση πραγματοποιεί ένα σώμα δεμένο στο άκρο ελατηρίου, το απλό εκκρεμές, ένας κατακόρυφος ξύλινος κύλινδρος βυθισμένος εν μέρει σε υγρό κ.ά.

5.2. Γραμμική αρμονική ταλάντωση με ιδανικό ελατήριο

α. Ορισμοί - Θεμελειωδη μεγέθη

Για τη μελέτη της ταλάντωσης που πραγματοποιεί σώμα με τη βοήθεια ελατηρίου χρειαζόμαστε ένα ιδανικό ελατήριο (με σταθερά k και φυσικό μήκος ℓ_o) ένα συμπαγές σφαιρικό σώμα (μάζας m) ένα χρονόμετρο Χ και μία μετροταινία Μ.



Εικόνα 5-7.

Το σωστότερο είναι να λέμε ότι ταλάντωση πραγματοποιεί όχι το σώμα, αλλά το σύστημα ελατήριο-σώμα.

Τοποθετούμε το ελατήριο κατακόρυφα συνδέοντας το πάνω άκρο του σταθερά και σταθεροποιούμε τη μετροταινία παράλληλα με τον άξονά του.

Δένουμε το σώμα στο κάτω άκρο του ελατηρίου που λέγεται θέση φυσικού μήκους (Φ.Μ.) και το ακινητοποιούμε με τη βοήθεια του χεριού μας (Εικ. 7α) σε κάποια θέση Ο.

Η θέση αυτή λέγεται ισορροπίας (Θ.Ι.) διότι εκεί το σώμα ισορροπεί με την επίδραση του βάρους του Β και της δύναμης που δέχεται από το ελατήριο.

Από τη συνθήκη ισορροπίας έχουμε:

$$k\alpha = mg \qquad (1)$$

όπου α η επιμήκυνση του ελατηρίου.

Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση Ο, το μεταφέρουμε κατακόρυφα πιο κάτω σε θέση Α και το αφήνουμε ελεύθερο.

Βλέπουμε τότε (Εικ. 7β), ότι το σώμα αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω, φθάνει με κάποια ταχύτητα στη θέση Ο, συνεχίζει και φθάνει σε θέση Β όπου στιγμιαία σταματά και αμέσως αρχίζει να κινείται προς τα κάτω, περνά ξανά από τη θέση Ο με κάποια ταχύτητα συνεχίζει και φθάνει στην αρχική θέση Α όπου στιγμιαία σταματά και στη συνέχεια επαναλαμβάνει διαρκώς την ίδια διαδικασία.

Λόγω του μικρού μεγέθους του σώματος η άνωση από τον αέρα θεωρείται ασήμαντη.

Η κίνηση, άρα, του σώματος είναι ταλάντωση και μάλιστα γραμμική διότι πραγματοποιείται μεταξύ δυο ακραίων θέσεων Α και Β και είναι και ευθύγραμμη.

Μετρώντας με τη μετροταινία, λαμβάνοντας ως αφετηρία τη Θ.Ι., βρίσκουμε ότι η μέγιστη τιμή ΟΑ του μέτρου της μετατόπισης του σώματος όταν αυτό κινείται κάτω από τη Θ.Ι. του είναι ψ_0.

Βρίσκουμε επίσης ότι η μέγιστη τιμή ΟΒ του μέτρου της μετατόπισης του σώματος όταν αυτό κινείται πάνω από τη Θ.Ι. του είναι πάλι ψ_0 ισχύει δηλαδή ΟΑ = ΟΒ.

Ονομάζουμε απομάκρυνση ψ την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης του σώματος από τη θέση ισορροπίας και πλάτος ψ_o τη μέγιστη τιμή του μέτρου της.

Με τη βοήθεια του χρονομέτρου βρίσκουμε την περίοδο Τ της ταλάντωσης μετρώντας το χρόνο για τη διαδρομή ΑΟΒΟΑ ή για τη διαδρομή ΟΒΟΑΟ ή για οποιονδήποτε «κύκλο» και διαπιστώνουμε ότι παραμένει σταθερή.

Μπορούμε επίσης να μετρήσουμε τους χρόνους για τις διαδρομές ΑΟ, ΟΒ, ΒΟ και ΟΑ και να διαπιστώσουμε ότι είναι ίσοι μεταξύ τους (άρα ο καθένας είναι ίσος με Τ/4).

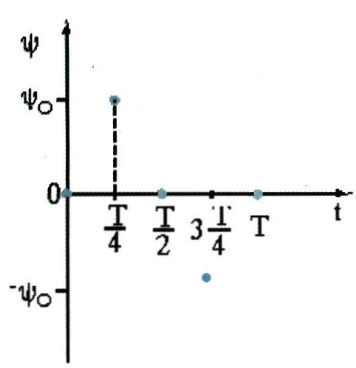
ψ	t
0	0
ψ_0	Τ/4
0	Τ/2
$-\psi_0$	3Τ/4
0	Τ

Εικόνα 5-8.
Πίνακας τιμών της απομάκρυνσης σε χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές.

Με τη βοήθεια των μετρήσεων που μέχρι τώρα έχουμε κάνει μπορούμε να συμπληρώσουμε ένα πίνακα τιμών (Εικ. 8) της απομάκρυνσης ψ σε συνάρτηση με το χρόνο κίνησης t (για απλούστευση θεωρούμε μηδέν τη χρονική στιγμή που το σώμα περνά από τη Θ.Ι.) και να σχεδιάσουμε με τη βοήθειά του την καμπύλη ψ = f(t) (Εικ. 9). Όμως τόσο ο πίνακας όσο και το διάγραμμα, μας δίνουν πολύ λίγες πληροφορίες.

Αν θέλουμε οι πληροφορίες αυτές να είναι πολύ περισσότερες, μπορούμε, αν φυσικά έχουμε τη δυνατότητα, να χρησιμοποιήσουμε χρονοφωτογραφία όπου το σώμα στη διάρκεια μίας περιόδου έχει φωτογραφηθεί πολλές φορές σε διάφορες θέσεις.

** δεν έχει σχεδιασθεί χάριν ευκρίνειας το ελατήριο.*

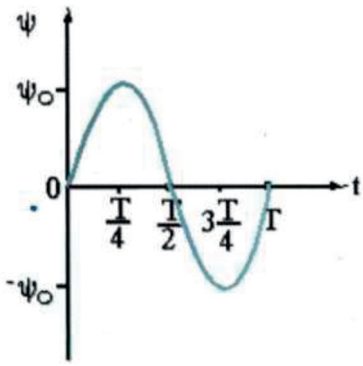


Εικόνα 5-9.

Αυτές οι θέσεις απέχουν χρονικά μεταξύ τους όσο ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών φωτογραφίσεων (η απομάκρυνση μετριέται με την μετροταινία που επίσης φαίνεται στις φωτογραφίες).

Έτσι ο πίνακας τιμών ψ-t είναι αρκετά πλήρης ώστε η καμπύλη ψ=f(t) που με τη βοήθειά του κατασκευάζουμε (Εικ. 10) να μπορεί να σχεδιασθεί συνεχής και να θεωρείται ότι βρίσκεται πολύ κοντά στην πραγματική.

Αυτή η καμπύλη έχει ημιτονοειδή μορφή πράγμα που είναι και το χαρακτηριστικό της γραμμικής αρμονικής ταλάντωσης.



Η απομάκρυνση είναι ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου.
Εικόνα 5-10.

Γραμμική αρμονική ταλάντωση λέγεται η ταλάντωση που πραγματοποιεί ένα σώμα όταν η τροχιά του είναι ευθεία γραμμή και η απομάκρυνση του ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου.

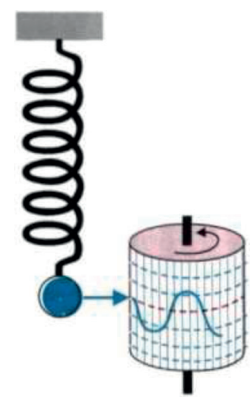
(η ημιτονοειδής συνάρτηση λέγεται και αρμονική).

Την καμπύλη ψ = f(t) που προηγουμένως κατασκευάσαμε μπορούμε να δούμε άμεσα αν τροποποιήσουμε το πείραμα που εκτελέσαμε προσαρτώντας μία γραφίδα στο σώμα, η άκρη της οποίας μόλις ακουμπά στο χαρτί μιλλιμετρέ με το οποίο είναι καλυμένη η παράπλευρη επιφάνεια κυλίνδρου που περιστρέφεται με σταθερό ρυθμό γύρω από τον άξονά του (Εικ. 11).

Το σώμα που πραγματοποιεί Γ.Α.Τ. λέγεται και αρμονικός ταλαντωτής.

Μπορούμε μάλιστα να μετρήσουμε με τη βοήθεια της καμπύλης την απομάκρυνση για διάφορες χρονικές στιγμές και να κατασκευάσουμε τον πίνακα τιμών ψ-t.

(Είναι προφανές ότι για να μην αποτυγχάνει αυτό το τροποιημένο πείραμα πρέπει η περίοδος περιστροφής του κυλίνδρου να είναι μεγαλύτερη από την περίοδο του σώματος και το πλάτος της ταλάντωσης μικρότερο από το μισό του ύψους του κυλίνδρου).



Πειραματική διάταξη για την απευθείας λήψη του διαγράμματος της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο.
Εικόνα 5-11.

β. Εξισώσεις κίνησης

Αφού η απομάκρυνση ενός σώματος που πραγματοποιεί γραμμική αρμονική ταλάντωση (Γ.Α.Τ.) είναι εξ ορισμού αρμονική συνάρτηση του χρόνου, η εξίσωση που την περιγράφει (θεωρώντας μηδέν τη χρονική στιγμή που το σώμα περνά από τη Θ.Ι. του) είναι:

$$\psi = \psi_0 \eta\mu\omega t \qquad (2)$$

όπου ψ_0 το πλάτος της ταλάντωσης και

$\omega = 2\pi/T = 2\pi f$ η κυκλική συχνότητα.

Διαθέτοντας τώρα τον πίνακα τιμών ψ-t μπορούμε να βρίσκουμε τη μεταβολή Δψ δυο διαδοχικών τιμών της απομάκρυνσης και διαιρώντας την με το χρονικό διάστημα Δt που μεσολάβησε μεταξύ των δύο προηγούμενων τιμών να βρίσκουμε την τιμή της μέσης ταχύτητας $\upsilon_\mu = \frac{\Delta\psi}{\Delta t}$ γι' αυτό το χρονικό διάστημα (που είναι ίσο, στην περίπτώση της χρονοφωτογραφίας, με το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο διαδοχικές φωτογραφίσεις ενώ στην περίπτωση του

στρεφόμενου κυλίνδρου είναι επιλογής του πειραματιστή).

Αν, μάλιστα φροντίσουμε, αυτό το χρονικό διάστημα να είναι ικανοποιητικά μικρό, μπορούμε να δεχθούμε, με καλή προσέγγιση, ότι οι τιμές της μέσης ταχύτητας που βρήκαμε, είναι ίσες με τις τιμές της στιγμιαίας ταχύτητας του σώματος.

Έτσι έχουμε τη δυνατότητα να συμπληρώσουμε ένα πίνακα τιμών υ-t, της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο κίνησης.

(Αυτόν τον πίνακα μπορούμε να τον φτιάξουμε και με τη βοήθεια της καμπύλης ψ = f(t) που, επίσης, διαθέτουμε αν βρούμε την κλίση της σε αρκετά σημεία).

Αν με τη βοήθεια του προηγούμενου πίνακα χαράξουμε την καμπύλη υ = f(t) (Εικ. 12) διαπιστώνουμε (θεωρώντας, επίσης, μηδέν τη χρονική στιγμή που το σώμα περνά από τη Θ.Ι. του) ότι η μορφή της είναι συνημιτοειδής και επομένως η εξίσωση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο κίνησης είναι:

$$\upsilon = \upsilon_0 \sigma\upsilon\nu\omega t \qquad (3)$$

όπου υ_0 το πλάτος της.

Αποδεινύεται ότι:

$$\upsilon_0 = \omega\psi_0 \qquad (4)$$

Με ανάλογη διαδικασία, βρίσκοντας από τον πίνακα υ-t τη μεταβολή Δυ της ταχύτητας και διαιρώντας την με το αντίστοιχο χρονικό διάστημα Δt (ή βρίσκοντας την κλίση της καμπύλης υ = f(t) για διάφορες χρονικές στιγμές), θεωρώντας ότι η μέση επιτάχυνση $\alpha_\mu = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$ είναι, με καλή προσέγγιση, ίση με την στιγμιαία, συμπληρώνουμε πίνακα τιμών α-t.

Με τη βοήθεια του προηγούμενου πίνακα χαράζουμε την καμπύλη α = f(t) (Εικ. 13) και διαπιστώνουμε (θεωρώντας και εδώ μηδέν τη χρονική στιγμή που το σώμα περνά από τη Θ.Ι. του) ότι η μορφή της είναι «αντεστραμμένη» («μετατοπισμένη κατά Τ/2») ημιτονοειδής και επομένως η εξίσωση της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο κίνησης είναι:

$$\alpha = -\alpha_0 \eta\mu\omega t \qquad (5)$$

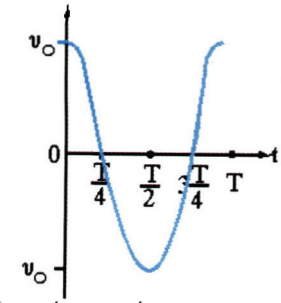
όπου α_0 το πλάτος της.

Αποδεικνύεται ότι:

$$\alpha_0 = \omega^2\Psi_0 \qquad (6)$$

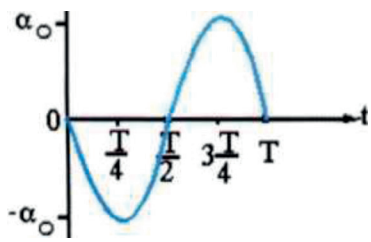
Παρατηρώντας, τέλος, τις τιμές που παίρνουν τα μεγέθη ψ, υ και α (Εικ. 14) για ορισμένες χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές διαπιστώνουμε ότι:

- όταν το σώμα περνά από τη Θ.Ι. του, οπότε η απομάκρυνσή του είναι ίση με μηδέν, η ταχύτητά του είναι μεγίστη (κατ' απόλυτη



Η ταχύτητα είναι συνημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου.
Εικόνα 5-12.

Στην εξίσωση της ταχύτητας μπορούμε να καταλήξουμε και αν παραγωγίσουμε τη σχέση (2).



Η επιτάχυνση είναι μετατοπισμένη κατά Τ/2 ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου.
Εικόνα 5-13.

Στην εξίσωση της επιτάχυνσης μπορούμε να καταλήξουμε και αν παραγωγίσουμε τη σχέση (3).

t	Ψ	υ	α
0	0	υ_0	0
Τ/4	Ψ_0	0	$-\alpha_0$
Τ/2	0	$-\upsilon_0$	0
3Τ/4	$-\Psi_0$	0	α_0
Τ	0	υ_0	0

Πίνακας τιμών της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές.
Εικόνα 5-14.

τιμή) και η επιτάχυνσή του ίση με μηδέν.

- όταν το σώμα περνά από τις ακραίες θέσεις του, οπότε η απομάκρυνσή του είναι μεγίστη (κατ' απόλυτη τιμή), η ταχύτητά του είναι ίση με μηδέν και η επιτάχυνσή του μεγίστη (κατ' απόλυτη τιμή).

Παράδειγμα 1

Σώμα πραγματοποιεί Γ.Α.Τ. με πλάτος ψ_0 = 0,2m και περίοδο T = 2s.

Να βρεθούν:

α) η κυκλική συχνότητα ω,

β) το πλάτος υ_0 της ταχύτητάς του,

γ) το πλάτος α_0 της επιτάχυνσής του.

Λυση

α) $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2s} \Rightarrow \omega = \pi \text{ rad/s}$

β) $\upsilon_o = \omega\psi_o \Rightarrow \upsilon_o = \pi\frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0,2\text{m} \Rightarrow \upsilon_0 = 0,2\pi\frac{\text{m}}{\text{s}}$

γ) $\alpha_o = \omega^2\psi_o \Rightarrow \alpha_o = \left(\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \cdot 0,2\,\text{m} \Rightarrow \alpha_o = 0,2\pi^2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

γ. Περίοδος

Προσπαθούμε τώρα να βρούμε από τι εξαρτάται η περίοδος της ταλάντωσης του σώματος (Εικ. 7).

Για το σκοπό αυτό:

- Αλλάζουμε το πλάτος της ταλάντωσης και διαπιστώνουμε, με τη βοήθεια του χρονομέτρου, ότι η περίοδος δεν αλλάζει.
- Αλλάζουμε τη μάζα του σώματος (τοποθετώντας άλλο στη θέση του αρχικού) και διαπιστώνουμε ότι η περίοδος αλλάζει. Μεγαλώνει όταν η μάζα του σώματος μεγαλώνει και μικραίνει όταν η μάζα μικραίνει.

Με προσεκτικές, μάλιστα, μετρήσεις είναι δυνατόν να βρούμε ότι όταν η μάζα μεγαλώνει (ή μικραίνει) 4,9,16... φορές, η περίοδος μεγαλώνει (ή μικραίνει) 2,3,4 ... φορές.

- Αλλάζουμε το ελατήριο και διαπιστώνουμε ότι η περίοδος αλλάζει. Μικραίνει όταν η σταθερά του ελατηρίου μεγαλώνει και μεγαλώνει όταν η σταθερά μικραίνει.

Με προσεκτικές, μάλιστα, μετρήσεις, είναι δυνατόν να βρούμε ότι όταν η σταθερά του ελατηρίου (που την υπολογίζουμε με τη βοήθεια της σχέσης (1)) μεγαλώνει (ή μικραίνει) 4, 9, 16 ... φορές, η περίοδος

μικραίνει (ή μεγαλώνει) 2, 3, 4 ... φορές.

Επομένως η περίοδος σώματος δεμένου στο άκρο ελατηρίου εξαρτάται από τη μάζα του σώματος και το είδος του ελατηρίου και μάλιστα:

- **είναι ανάλογη με την τετραγωνική ρίζα της μάζας του σώματος και**
- **αντίστροφα ανάλογη με την τετραγωνική ρίζα της σταθεράς του ελατηρίου**

Αποδεικνύεται θεωρητικά ότι η περίοδος δίνεται από τη σχέση:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (7)$$

που επιβεβαιώνει τα συμπεράσματα που πειραματικά προέκυψαν.

Για την απόδειξη της προηγούμενης σχέσης βρίσκουμε πρώτα τη συνθήκη που πρέπει να ικανοποιείται ώστε ένα σώμα να εκτελεί Γ.Α.Τ.

Αν $F_{ολ}$ η συνισταμένη των δυνάμεων που, σε μία τυχαία θέση (Τ.Θ.), δέχεται το σώμα, ισχύει από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής:

$$F_{ολ} = m\alpha$$

απ' όπου με τη βοήθεια των σχέσεων (5), (6) και (2) προκύπτει:

$$F_{ολ} = -m\alpha_o ημωt = -m\omega^2\psi_0 ημωt = -m\omega^2\psi \text{ ή}$$

αν θέσουμε $D = m\omega^2$ **(8)**

βρίσκουμε ότι:

$$F_{ολ} = -D\psi \qquad (9)$$

που αποτελεί τη μαθηματική σχέση της ζητούμενης συνθήκης.

Η σχέση αυτή δείχνει ότι η συνισταμένη έχει τιμή ανάλογη με την απομάκρυνση και έχει φορά αντίθετη μ' αυτήν.

Η συνισταμένη, άρα, κατευθύνεται πάντα προς τη θέση ισορροπίας, γι' αυτό και συνηθίζουμε να τη λέμε δύναμη επαναφοράς.

Για να εκτελεί ένα σώμα Γραμμική Αρμονική Ταλάντωση πρέπει σε τυχαία θέση της τροχιάς του η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται:

- **να έχει τιμή ανάλογη με την απομάκρυνση,**
- **να έχει φορά προς τη θέση ισορροπίας.**

Το μέγεθος D είναι χαρατηριστικό στοιχείο της ταλάντωσης και λέγεται σταθερά επαναφοράς.

Από τη σχέση, τώρα, (8) βρίσκουμε:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} \qquad (10)$$

απ' όπου

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \qquad (11)$$

Οι σχέσεις αυτές είναι γενικές και ισχύουν για κάθε Γ.Α.Τ.

Για να προκύψει τέλος η σχέση (7) πρέπει να δείξουμε ότι D = k.

Πράγματι σε μία τυχαία θέση (Εικ. 7β) για τη συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται το σώμα ισχύει:

Λόγω του σφαιρικού σχήματος του σώματος, θεωρούμε αμελητέα και την αντίσταση από τον αέρα.

$$F_{o\lambda} = F_{\varepsilon\lambda} - B \text{ ή } F_{o\lambda} = k(\alpha-\psi)-mg = k\alpha - k\psi - mg$$

ή λόγω της (1)

$$F_{o\lambda} = -k\cdot\psi$$

δ) Ενέργεια

Ας θεωρήσουμε ξανά την κίνηση του σώματος (Εικ. 7).

Όταν αυτό ηρεμεί στη Θ.Ι. του (Εικ. 7α) έχει μία μηχανική ενέργεια E_0 που είναι ίση με το άθροισμα της δυναμικής ενέργειας βαρύτητας (διότι το σώμα βρίσκεται σε πεδίο βαρύτητας) και της δυναμικής ενέργειας παραμόρφωσης (διότι το σώμα είναι δεμένο στο άκρο επιμηκυμένου ελατηρίου).

Όταν το σώμα ταλαντώνεται (Εικ. 7β) έχει μία μηχανική ενέργεια Ε που είναι μεγαλύτερη από ό,τι προηγουμένως. Αυτό φαίνεται εύκολα όταν το σώμα περνά από τη Θ.Ι. του, όπου τώρα, εκτός από τη μηχανική ενέργεια E_0, έχει επιπλέον και κινητική.

Η διαφορά ανάμεσα στη μηχανική ενέργεια Ε και στη μηχανική ενέργεια E_0 οφείλεται στην ενέργεια που κέρδισε το σώμα όταν το μεταφέραμε, στην αρχή του πειράματος, από τη θέση Ο στη θέση Α.

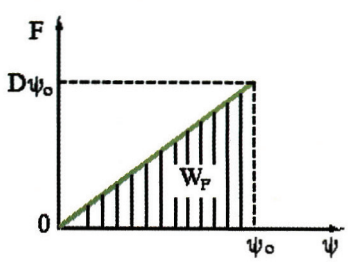
Η ενέργεια αυτή χαρακτηρίζεται σαν ενέργεια ταλάντωσης E_T και είναι ίση με το έργο της δύναμης F που πρέπει να ασκούμε στο σώμα μεταφέροντας το με ταχύτητα περίπου μηδέν από το Ο μέχρι το Α (προφανώς η F είναι αντίθετη με τη συνισταμένη $F_{o\lambda}$ των δυνάμεων που δέχεται το σώμα).

Επομένως στη γενική περίπτωση (Εικ. 15):

$$E_T = \frac{1}{2}D\psi_o^2 \qquad (12)$$

και ειδικά για το σύστημα ελατήριο-σώμα:

$$E_T = \frac{1}{2}k\psi_o^2 \qquad (13)$$



Το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν παριστάνει το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων.
Εικόνα 5-15.

Η ενέργεια ταλάντωσης είναι ανά πάσα στιγμή ίση με το άθροισμα δυο προσθετέων: **της κινητικής ενέργειας**

$$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \qquad (14)$$

που έχει το σώμα λόγω ταχύτητας και της **δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης** που έχει το σώμα λόγω απομάκρυνσης και η οποία αποδεικνύεται ότι δίνεται στη γενική περίπτωση από τη σχέση:

$$U_T = \frac{1}{2} D\psi^2 \qquad (14)$$

και ειδικά για το ελατήριο από τη:

$$U_T = \frac{1}{2} k\psi^2 \qquad (15)$$

Επομένως:

$$E_T = \frac{1}{2} m\upsilon^2 + \frac{1}{2} D\psi^2 \qquad (16)$$

Αν τώρα, το πείραμα που εκτελούμε είναι μεγάλης ακρίβειας μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι το πλάτος της ταλάντωσης παραμένει σταθερό και επομένως η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται.

Η ενέργεια ταλάντωσης παραμένει σταθερή

$$E_T = \text{σταθ.} \qquad (17)$$

Στο ίδιο συμπέρασμα μπορούμε να καταλήξουμε και με τη βοήθεια των πινάκων ψ-t και υ-t αν υπολογίσουμε την ενέργεια ταλάντωσης για διάφορες χρονικές στιγμές.

Όταν ένα σώμα που εκτελεί Γ.Α.Τ. περνά από τη Θ.Ι. η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με μηδέν, επομένως τότε η κινητική του ενέργεια είναι μέγιστη και ίση με την ενέργεια ταλάντωσης.

Άρα:

$$E_T = \frac{1}{2} m\upsilon_o^2 \qquad (18)$$

Όταν το ίδιο σώμα βρίσκεται στις ακραίες θέσεις του, η κινητική του ενέργεια είναι ίση με μηδέν, επομένως τότε η ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης που επίσης είναι μέγιστη (σχέση 12).

Αφού η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται τότε διατηρείται και η μηχανική ενέργεια Ε του σώματος διότι:

$$E = E_o + E_T \qquad (19)$$

Στην πράξη, βέβαια η μηχανική ενέργεια μειώνεται, γιατί ένα τμήμα της μετατρέπεται διαρκώς σε θερμότητα, με συνέπεια οι ταλαντώσεις να είναι φθίνουσες, το πλάτος τους δηλαδή, να μικραίνει συνέχεια μέχρι μηδενισμού του. Πάντως και σ' αυτήν την περίπτωση η ολική ενέργεια δηλαδή το άθροισμα της μηχανικής ενέργειας και της θερμότητας παραμένει σταθερή.

Όσον αφορά τώρα την ορμή του σώματος, αυτή σε αντίθεση με την ενέργεια δεν διατηρείται, αφού η ταχύτητά του (σχέση 3) διαρκώς

$$K + U_T = E_T \Rightarrow$$
$$U_T = E_T - K \Rightarrow$$
$$U_T = \frac{1}{2} D\psi_o^2 - \frac{1}{2} m\upsilon^2 \Rightarrow$$
$$U_T = \frac{1}{2} D\psi_o^2 - \frac{1}{2} m\upsilon_o^2 \sigma\upsilon\nu^2\omega t \Rightarrow$$
$$U_T = \frac{1}{2} D\psi_o^2 - \frac{1}{2} m\omega^2\psi_o^2 \sigma\upsilon\nu^2\omega t \Rightarrow$$
$$U_T = \frac{1}{2} D\psi_o^2 (1 - \sigma\upsilon\nu^2\omega t) \Rightarrow$$
$$U_T = \frac{1}{2} D\psi_o^2 \eta\mu^2\omega t \Rightarrow$$
$$U_T = \frac{1}{2} D\psi^2$$

Απόδειξη της σχέσης της δυναμικής ενέργειας.

Μερικές φορές θέλουμε μία ταλάντωση να είναι φθίνουσα όπως π.χ. όταν θέλουμε να μετρήσουμε με τη βοήθεια αμπερομέτρου την ένταση του ρεύματος που διαρρέει ένα κύκλωμα.
Έχουμε τότε μεριμνήσει η ταλάντωση της βελόνας του οργάνου να είναι φθίνουσα ώστε να μπορούμε να διαβάζουμε γρήγορα την ένδειξή της.

μεταβάλλεται.

Αυτό δικαιολογείται απ' το γεγονός ότι η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται το σώμα είναι για κάθε θέση (εκτός από τη θέση ισορροπίας) διάφορη του μηδενός (σχέση 9).

Παράδειγμα 2

Στην πράξη ως μονάδα της σταθεράς k ενός ελατηρίου χρησιμοποιείται (στο S.I.) η 1 N/m (όπως αυτή προκύπτει από τον νόμο του Hooke: $F_{ελ} = k\psi$).

Θα μπορούσε όμως να χρησιμοποιείται και η 1 Joule/m^2 (από τη σχέση της ενέργειας $E = 1/2\ k\psi^2$) ή η 1 kgr/s^2 (από τη σχέση της περιόδου $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$)

Ποιά απ' αυτές και γιατί θα ήταν περισσότερο σωστό να χρησιμοποιείται;

Λύση

Η 1 kgr/s^2 διότι εκφράζεται με θεμελιώδεις μονάδες μόνο.

Παράδειγμα 3

Δίδεται η ενέργεια ταλάντωσης E_T = 2 Joule του σώματος (Εικ. 7) και η σταθερά του ελατηρίου k = 100 N/m.

Να βρεθεί το πλάτος ψ_o της ταλάντωσης.

Λύση

Έχουμε: $E = \frac{1}{2}k\psi_o^2$

Άρα $k\psi_o^2 = 2E_T \Rightarrow \psi_o^2 = \frac{2E_T}{k} \Rightarrow$

$$\psi_o = \sqrt{\frac{2E_T}{k}}$$

και με αντικατάσταση: $\psi_o = \sqrt{\frac{2 \cdot 2\text{Joule}}{100\text{N/m}}} \Rightarrow \psi_o = 0,2\text{m}$

5.3. Απλό εκκρεμές

Εικόνα 5-16.

Το απλό (ή μαθηματικό) εκκρεμές είναι μία ιδανική διάταξη που αποτελείται από ένα σώμα Σ μάζας m δεμένο στο ένα άκρο νήματος μήκους ℓ το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα συνδεδεμένο (Εικ. 16).

Επειδή θέλουμε το σώμα κατά την κίνησή του να μη συναντά δυνάμεις από τον αέρα καθώς και το νήμα να είναι αβαρές και μη εκτατό, χρησιμοποιούμε σώμα μικρό, σφαιρικό και συμπαγές και νήμα λεπτό και σκληρό.

Αρχικά το σώμα ηρεμεί στη Θ.Ι. του Ο, όπου το νήμα «δείχνει» και την κατακόρυφη του τόπου.

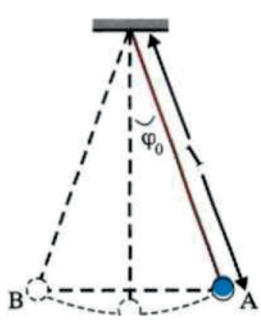
Αν στη συνέχεια απομακρύνουμε το σώμα από τη Θ.Ι. του (Εικ. 17), οπότε το νήμα θα σχηματίσει με τη αρχική του θέση γωνία ϕ_o, και το αφήσουμε ελεύθερο, τότε αυτό θα εκτελέσει ταλάντωση ΑΟΒΟΑ.

Αυτή η ταλάντωση μπορεί, με καλή προσέγγιση, να θεωρηθεί γραμμική όταν η γωνία ϕ_o είναι ικανοποιητικά μικρή ($\phi_o \leq 3°$), οπότε το τόξο ΑΟΒ μπορεί να θεωρηθεί ευθύγραμμο και να ταυτιστεί με τη χορδή ΑΒ.

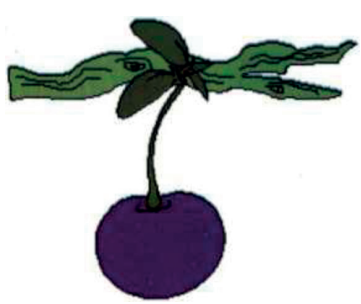
Σε μία τέτοια περίπτωση αποδείκνύεται, με καλή προσέγγιση επίσης, ότι η γραμμική ταλάντωση είναι και αρμονική.

Βέβαια είναι φανερό ότι, απλό εκκρεμές δεν υπάρχει στη φύση και συνεπώς μόνο για κάποια, μικρή έως μεγάλη, προσέγγισή του μπορούμε να μιλάμε σε μερικές περιπτώσεις όπως:

ένα κεράσι που κινείται κρεμασμένο από το κοτσάνι του (Εικ. 18), ένα στρογγυλό σώμα που πηγαινοέρχεται κρεμασμένο με αλυσίδα σ' ένα ρολόι τοίχου, ένας ακροβάτης που εκτελεί το ακροβατικό του σ' ένα τσίρκο, ένας σάκκος που χρησιμοποιείται από έναν παλαιστή για την προπόνηση, ένα παιδί που «κάνει» κούνια σε μία παιδική



Εικόνα 5-17. *Απλό εκκρεμές.*



Εικόνα 5-18. *Απλό εκκρεμές κατά προσέγγιση.*

Απλό εκκρεμές κατά προσέγγιση.
Εικόνα 5-19.

χαρά (Εικ. 19), ένας πίθηκος που χρησιμοποιεί ένα χορτόσκοινο (Εικ. 20) για να περάσει από ένα δέντρο στο διπλανό του.

Απλό εκκρεμές κατά προσέγγιση.
Εικόνα 5-20.

Για ν' αποδείξουμε, τώρα, ότι η ταλάντωση ενός απλού εκκρεμούς είναι Γ.Α.Τ., θεωρούμε το σώμα σε μία τυχαία θέση Γ της τροχιάς του (Εικ. 21), όπου η απομάκρυνσή του είναι x και το νήμα σχηματίζει γωνία φ με την κατακόρυφη (λόγω της μικρής γωνίας η απομάκρυνση x ταυτίζεται με το τόξο ΓΟ).

Το σώμα στη θέση αυτή δέχεται δυο δυνάμεις: την τάση T του νήματος και το βάρος του B.

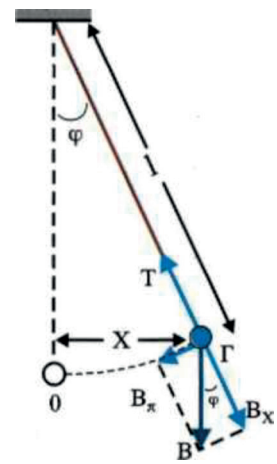
Για να βρούμε τη συνισταμένη των δύο προηγουμένων δυνάμεων αναλύουμε πρώτα το βάρος B σε δύο συνιστώσες: την B_π πάνω στη διεύθυνση του νήματος και την B_x κάθετα μ' αυτήν.

Οι δυνάμεις T και B_x εξουδετερώνονται, συνεπώς συνισταμένη $F_{ολ}$ των δυνάμεων T και B είναι η B_π η οποία:

- έχει φορά προς τη Θ.Ι. και μέτρο $F_{ολ} = B ημφ$ ή

  επειδή $B = mg$ και $ημφ = \frac{x}{\ell}$

- $$F_{ολ} = \frac{mg}{\ell} x \quad (20)$$



Οι δυνάμεις βάρος και τάση του νήματος υποχρεώνουν το σώμα να εκτελέσει γραμμική αρμονική ταλάντωση.
Εικόνα 5-21.

Επομένως ικανοποιούνται οι απαραίτητες προϋποθέσεις και, άρα, η κίνηση του σώματος είναι Γ.Α.Τ.

Για να βρούμε, τέλος, από τι εξαρτάται η περίοδος ενός απλού εκκρεμούς πραγματοποιούμε τα παρακάτω πειράματα:

- αλλάζουμε το υλικό κατασκευής του σώματος (άρα και την πυκνότητα) και διαπιστώνουμε ότι η περίοδος δεν αλλάζει.
- αλλάζουμε τη μάζα του σώματος και διαπιστώνουμε ότι η περίοδος δεν αλλάζει.
- αλλάζουμε το πλάτος (άρα και τη γωνία μεγίστης απόκλισης $φ_o$) και διαπιστώνουμε ότι η περίοδος δεν αλλάζει.
- αλλάζουμε το μήκος του εκκρεμούς και διαπιστώνουμε ότι η περίοδος αλλάζει και μάλιστα όταν το μήκος μεγαλώνει, μεγαλώνει και η περίοδος ενώ όταν το μήκος μικραίνει η περίοδος μικραίνει επίσης.

Αν, μάλιστα, μπορέσουμε να συμπληρώσουμε ένα πίνακα τιμών περιόδου-μήκους (T-ℓ) θα μπορέσουμε να βρούμε και πως ακριβώς εξαρτάται η περίοδος από το μήκος.

T_s	ℓ_m
0,63	0,1
1,27	0,4
1,91	0.9

Τιμές περιόδου-μήκους που βρέθηκαν πειραματικά.
Εικόνα 5-22.

Πράγματι από τον πίνακα (Εικ. 22) που, από δικές μας μετρήσεις προέκυψε, βλέπουμε ότι:

- όταν το μήκος του εκκρεμούς μεγαλώνει 4 φορές, η περίοδος μεγαλώνει (περίπου) 2 (όσο η τετραγωνική ρίζα του 4) και όταν το μήκος μεγαλώνει 9 φορές, η περίοδος μεγαλώνει (περίπου) 3 (όσο η τετραγωνική ρίζα του 9),
- Για να αλλάξουμε την τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας θα

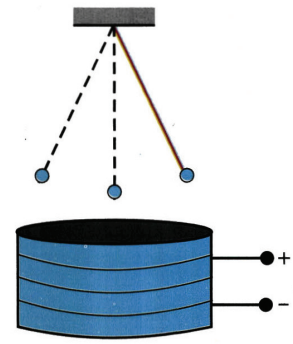
έπρεπε να επαναλάβουμε το πείραμα σε άλλους τόπους.

Αυτό βέβαια, είναι αρκετά δύσκολο και κουραστικό, γι' αυτό αναγκαζόμαστε να καταφύγουμε σ' ένα πειραματικό τέχνασμα (Εικ. 23). Τοποθετούμε κάτω από το εκκρεμές (το σφαιρίδιο του οποίου έχουμε φροντίσει να είναι από σίδηρο) ένα ηλεκτρομαγνήτη.

Όταν ο ηλεκτρομαγνήτης διαρρέεται από ρεύμα (η τιμή του οποίου καθορίζει και το πόσο ισχυρός είναι), έλκει το σώμα και προκαλεί φαινομενική αύξηση του βάρους του άρα και της επιτάχυνσης της βαρύτητας.

Έτσι διαπιστώνουμε ότι, όταν η επιτάχυνση της βαρύτητας μεγαλώνει, η περίοδος μικραίνει.

Από τα προηγούμενα, αλλά και από άλλα, μεγαλύτερης ακρίβειας, πειράματα συμπεραίνουμε:



Ο ηλεκτρομαγνήτης αυξάνει φαινομενικά το βάρος του σφαιριδίου.
Εικόνα 5-23.

Η περίοδος απλού εκκρεμούς:

- **είναι ανάλογη με την τετραγωνική ρίζα του μήκους του και**
- **αντίστροφα ανάλογη με την τετραγωνική ρίζα της επιτάχυνσης της βαρύτητας.**

Για να βρούμε, τώρα, τη μαθηματική έκφραση της περιόδου αντικαθιστούμε στη γενική σχέση (11) την τιμή:

$$D = \frac{mg}{\ell} \qquad (21)$$

που προκύπτει για τη σταθερά επαναφοράς από τη σχέση (20) και βρίσκουμε:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \qquad (22)$$

Από την τελευταία σχέση μπορούν να προκύψουν και θεωρητικά τα ίδια συμπεράσματα μ' αυτά που πειραματικά προέκυψαν.

Παράδειγμα 4

Να βρεθεί η τιμή της επιτάχυνσης g της βαρύτητας με τη βοήθεια του πρώτου ζεύγους τιμών του πίνακα (Εικ. 22).

Σε ποια περιοχή της Γης μπορεί να υπάρχει αυτή η τιμή;

Ποια η αξιοπιστία του εκτελεσθέντος πειράματος;

Λύση

Έχουμε

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow$$

$$T^2 = 4\pi^2\frac{\ell}{g} \Rightarrow T^2 g = 4\pi^2\ell \Rightarrow g = \frac{4\pi^2\ell}{T^2}$$

απ' όπου με αντικατάσταση:

$$g = \frac{4\cdot 3{,}14^2\cdot 0{,}1\text{m}}{(0{,}63\text{s})^2} \Rightarrow g = 9{,}94\text{m/s}^2$$

Η τιμή αυτή δεν μπορεί να υπάρχει σε καμία περιοχή της Γης, διότι είναι έξω από το επιτρεπόμενο όριο τιμών ($9{,}78\text{m/s}^2$-$9{,}83\text{m/s}^2$). Αυτό δείχνει ότι το πείραμά μας δεν είχε απόλυτη επιτυχία.

Σ' αυτή την ενότητα μάθαμε

Γραμμική Αρμονική Ταλάντωση (Γ.Α.Τ.)

Είναι μία ευθύγραμμη παλινδρομική κίνηση σώματος, όπου η απομάκρυνσή του είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου

$$x = x_o \eta\mu\omega t$$

Απαραίτητη προϋπόθεση για να εκτελεί ένα σώμα Γ.Α.Τ.

Όταν το σώμα βρίσκεται σε τυχαία θέση της τροχιάς του η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται έχει φορά προς τη θέση ισορροπίας και είναι ανάλογη με την απομάκρυνση.

Περίοδος Γ.Α.Τ.

Είναι ο χρόνος μέσα στον οποίο η ταλάντωση πραγματοποιείται πλήρως μία φορά.

Εξαρτάται από τη μάζα του σώματος και από τη σταθερά επαναφοράς

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$

Περίοδος συστήματος σώματος-ελατηρίου

Είναι ανάλογη με την τετραγωνική ρίζα της μάζας του σώματος και αντίστροφα ανάλογη με την τετραγωνική ρίζα της σταθεράς του ελατηρίου

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Περίοδος απλού εκκρεμούς

Είναι ανάλογη με την τετραγωνική ρίζα του μήκους του και αντίστροφα ανάλογη με την τετραγωνική ρίζα της επιτάχυνσης της βαρύτητας

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Ενέργεια ταλάντωσης

Είναι η μηχανική ενέργεια που παραπάνω έχει ένα σώμα όταν εκτελεί ταλάντωση σε σύγκριση με τη μηχανική ενέργεια που έχει όταν είναι ακίνητο στη θέση ισορροπίας του. Είναι ίση ανά πάσα στιγμή με το άθροισμα της κινητικής ενέργειας και της ενέργειας ταλάντωσης και, εφ' όσον δεν υπάρχουν τριβές και αντιστάσεις, παραμένει σταθερή με το πέρασμα του χρόνου.

Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων

Σε πολλές περιπτώσεις πρέπει να αποδείξουμε ότι ένα σώμα πραγματοποιεί Γ.Α.Τ. είτε γιατί η εκφώνιση του προβλήματος το ζητάει, είτε γιατί έτσι μπορούμε να βρούμε τη σταθερά επαναφοράς με τη βοήθεια της οποίας προσδιορίζονται αρκετά μεγέθη της ταλάντωσης.

Για το σκοπό αυτό ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα:

- σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα όταν βρίσκεται στη Θ.Ι. του,
- βρίσκουμε την έκφραση της συνισταμένης των προηγούμενων δυνάμεων και την εξισώνουμε με το μηδέν,
- σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα όταν βρίσκεται σε Τ.Θ. της τροχιάς του,
- βρίσκουμε την έκφραση της συνισταμένης των προηγούμενων δυνάμεων και, με τη βοήθεια της εξίσωσης που προέκυψε στη Θ.Ι., δείχνουμε ότι η συνισταμένη έχει φορά προς τη Θ.Ι. και είναι ανάλογη με την απομάκρυνση,
- προσδιορίζουμε τον συντελεστή αναλογίας που είναι η σταθερά επαναφοράς.

Τονίζουμε πάντως ότι η γνώση της θεωρίας και των σχετικών τύπων που συνδέουν τα μεγέθη μεταξύ τους είναι απαραίτητη και ότι η καλύτερη στρατηγική είναι η εξάσκηση.

Λυμένο πρόβλημα

Ξύλινος κύλινδρος πυνότητας ρ_ξ = 400 Kg/m³ εμβαδού βάσης S και ύψους h = 0,16 m, ηρεμεί με τον άξονά του κατακόρυφο, βυθισμένος εν μέρει σε νερό πυκνότητας ρ_ν = 1000 Kg/m³ που βρίσκεται μέσα σ' ένα δοχείο.

Να δειχθεί ότι ο κύλινδρος θα εκτελέσει Γ.Α.Τ. αν τον βυθίσουμε λίγο και τον αφήσουμε στη συνέχεια ελεύθερο.

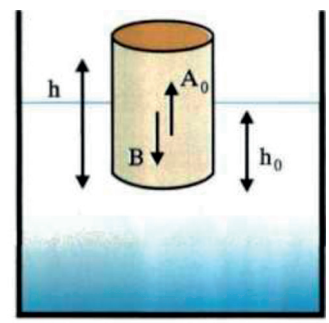
Να βρεθεί η περίοδος Τ της προηγούμενης ταλάντωσης.

(Δεχόμαστε ότι κατά την κίνησή του ο κύλινδρος δεν συναντά αντίσταση από το νερό και ότι η στάθμη του νερού στο δοχείο δεν επηρεάζεται από το τμήμα του κυλίνδρου που είναι κάθε φορά βυθισμένο. Δίδεται g = 10 m/s²).

Λύση

Το σώμα δέχεται στη Θ.Ι. του (Εικ. 1) δύο δυνάμεις: την άνωση A_o από το νερό και το βάρος του Β από τη Γη. Επειδή το σώμα ισορροπεί η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται είναι ίση με μηδέν άρα:

$$A_o - B = 0 \quad \text{ή} \quad \rho_\nu g S h_o = B \qquad (1)$$



Εικόνα 1

Το σώμα σε μία Τ.Θ. της τροχιάς του (Εικ. 2) δέχεται δύο δυνάμεις: την άνωση Α από το νερό και το βάρος του Β.

Η συνισταμένη τους (θεωρούμε θετική τη φορά προς τη Θ.Ι.) $F_{ολ}$ είναι:

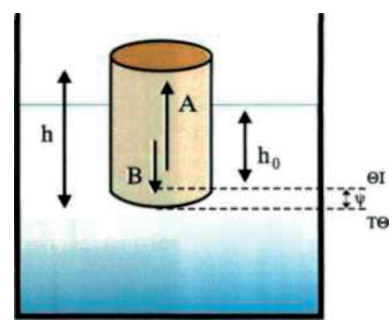
$F_{ολ} = A - B$ ή

$F_{ολ} = \rho_\nu g S(h_o + \psi) - B$ ή

$F_{ολ} = \rho_\nu g S h_o + \rho_\nu g S \psi - B$ ή λόγω της (1)

$F_{ολ} = B + \rho_\nu g S \psi - B$ ή

$F_{ολ} = \rho_\nu g S \psi \qquad (2)$



Εικόνα 2

Η σχέση (2) δείχνει ότι η συνισταμένη έχει φορά προς τη Θ.Ι. και είναι ανάλογη με την απομάκρυνση, το σώμα, άρα, εκτελεί Γ.Α.Τ.

Από την σχέση (2) επίσης προκύπτει ότι η σταθερά επαναφοράς D είναι:

$$D = \rho_\nu g S$$

Για να βρούμε τέλος την περίοδο της ταλάντωσης αντικαθιστούμε στη γενική σχέση της περιόδου:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$ τη σταθερά D που βρήκαμε προηγουμένως και τη μάζα $m = \rho_\xi S h$ του κυλίνδρου και έχουμε:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\rho_\xi Sh}{\rho_\nu Sg}} \quad \text{ή} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{\rho_\xi}{\rho_\nu}\cdot\frac{h}{g}}$$

και με αντικατάσταση των δοθεισών τιμών:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{400kg/m^3}{1000kg/m^3}\cdot\frac{0,16m}{10m/s^2}} \quad \text{ή} \quad T = 2\pi\frac{8}{100}s \quad \text{ή} \quad T=0,16\pi\ s$$

Ερωτήσεις - Δραστηριότητες

1. Να βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις είναι η σωστή.
Ένα περιοδικό φαινόμενο επαναλαμβάνεται 5 φορές μέσα σε χρόνο 10s οπότε η συχνότητα του είναι:

α) 0,5Hz

β) 5 Hz

γ) 10 Hz

δ) 20 Hz

2. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστή ή με (Λ) αν είναι λανθασμένη.

Η περίοδος και η συχνότητα ενός περιοδικού φαινομένου συνδέονται με τη σχέση:

α) $T = f$

β) $T = \frac{1}{f}$

γ) $\frac{1}{T} = \frac{1}{f}$

δ) $\frac{1}{T} = f$

3. Πότε μία κίνηση λέγεται:

α) ταλάντωση

β) γραμμική ταλάντωση

γ) γραμμική αρμονική ταλάντωση

4. Ποιες είναι οι απαραίτητες προϋποθέσεις ώστε ένα σώμα να εκτελεί Γ.Α.Τ.;

5. Να συμπληρώσετε το κείμενο:

«Για να εκτελεί ένα σώμα Γ.Α.Τ. πρέπει η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται να είναι ανάλογη με.....και να έχει φορά προς .....

Η τροχιά τότε του σώματος είναι ..... και η απομάκρυνση του.....του χρόνου».

6. Από τι εξαρτάται και πώς η περίοδος του συστήματος ελατήριο - μάζα;

7. Από τι εξαρτάται και πώς η περίοδος απλού εκκρεμούς;

8. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστή ή με (Λ), αν είναι λανθασμένη.
Ξύλινος κύλινδρος ισορροπεί με τον άξονά του κατακόρυφο, βυθισμένος εν μέρει σε υγρό.
Για να τον υποχρεώσουμε να εκτελέσει Γ.Α.Τ. μπορούμε:

α) να τον σπρώξουμε λίγο προς τα κάτω και να τον αφήσουμε στη συνέχεια ελεύθερο

β) να τον τραβήξουμε λίγο προς τα πάνω και να τον αφήσουμε στη συνέχεια ελεύθερο

γ) να του προσδώσουμε, χτυπώντας τον με το χέρι μας, μικρή, κατακόρυφη προς τα κάτω, ταχύτητα

δ) να αφησουμε μικρό σώμα στην πάνω βάση του

9. Με τη βοήθεια του πίνακα (Εικ. 22) να κάνετε το διάγραμμα $T = f(\ell)$.

10. Να βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις είναι η σωστή.
Εκτός πεδίου βαρύτητας μπορεί να εκτελέσει Γ.Α.Τ.:

α) το απλό εκκρεμές

β) το σύστημα ελατήριο-σώμα

γ) και τα δύο

δ) κανένα

11. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστή ή με (Λ) αν είναι λανθασμένη.
Η περίοδος σώματος δεμένου στο άκρο ελατηρίου εξαρτάται:

α) από τη μάζα του

β) από το πλάτος της ταλάντωσης

γ) από τη σταθερά του ελατηρίου

δ) από την επιτάχυνση της βαρύτητας

12. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστή ή με (Λ) αν είναι λανθασμένη.
Η περίοδος απλού εκκρεμούς εξαρτάται:

α) από το μήκος του

β) από τη μάζα του σώματος

γ) από την επιτάχυνση της βαρύτητας

δ) από το πλάτος

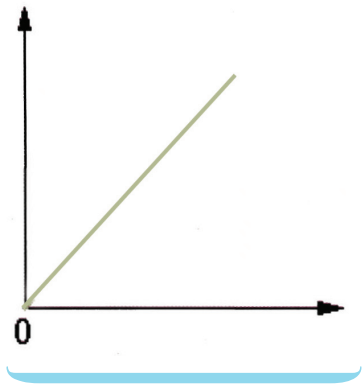
13. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστή ή με (Λ) αν είναι λανθασμένη.
Αναφερόμαστε σε απλό εκκρεμές.
Το διάγραμμα που φαίνεται στο σχήμα μπορεί να παριστάνει:

α) την περίοδό του σε συνάρτηση με το μήκος του

β) την περίοδό του σε συνάρτηση με την τετραγωνική ρίζα του μήκους του

γ) την τετραγωνική ρίζα της περιόδου του σε συνάρτηση με το μήκος του

δ) το τετράγωνο της περιόδου του σε συνάρτηση με το μήκος του



14. Να βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις είναι η σωστή.
Για να εκτελεί ένα σώμα Γ.Α.Τ. πρέπει:

α) μία τουλάχιστον από τις δυνάμεις που δέχεται να μεταβάλλεται με την απομάκρυνση

β) όλες οι δυνάμεις που δέχεται να μεταβάλλονται με την απομάκρυνση

γ) καμιά από τις δυνάμεις που δέχεται να μην μεταβάλλεται με την απομάκρυνση

δ) όλες οι δυνάμεις που δέχεται να είναι σταθερές

15. Ένα σώμα πραγματοποιεί Γ.Α.Τ.
Να κάνετε στο ίδιο σχέδιο τα διαγράμματα:

α) της συνισταμένης των δυνάμεων που δέχεται και

β) της επιτάχυνσής του σε συνάρτηση με την απομάκρυνσή του

16. Ένα σώμα πραγματοποιεί Γ.Α.Τ.
Να κάνετε στο ίδιο σχέδιο τα διαγράμματα:

α) της κινητικής του ενέργειας

β) της ενέργειας ταλάντωσης και

γ) της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης σε συνάρτηση με την ταχύτητά του.

17. Ένα σώμα πραγματοποιεί Γ.Α.Τ.
Να κάνετε στο ίδιο σχέδιο τα διαγράμματα:

α) της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης

β) της ενέργειας ταλάντωσης και

γ) της κινητικής ενέργειας σε συνάρτηση με την απομάκρυνση.

18. Ένα σώμα πραγματοποιεί Γ.Α.Τ.
Να κάνετε στο ίδιο σχέδιο τα διαγράμματα:

α) της κινητικής ενέργειας

β) της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης και

γ) της ενέργειας ταλάντωσης σε συνάρτηση με τον χρόνο κίνησης (θεωρώντας μηδέν τη χρονική στιγμή που το σώμα περνά για

πρώτη φορά από την Θ.Ι. του).

19. Να συμπληρώσετε τον πίνακα για μία οριζόντια Γ.Α.Τ.

x	U_T	K	E_T
x_o			
0			
$-x_o$			

20. Να αντιστοιχίσετε κάθε μέγεθος της πρώτης στήλης με έναν από τους μαθηματικούς τύπους της δεύτερης στήλης, όπου αυτό είναι δυνατόν, για μία Γ.Α.Τ.

Μέγεθος	Μαθηματικός τύπος
Πλάτος ταχύτητας	$\omega^2\psi_o$
Πλάτος επιτάχυνσης	$\omega\ \psi_o^2$
Ενέργεια ταλάντωσης	$1/2D^2\psi_o$
Περίοδος	$1/2D\psi_o^2$
	$2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$
	$2\pi\sqrt{\frac{D}{m}}$

21. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστή ή με (Λ) αν είναι λανθασμένη.
Δύο απλά εκκρεμή βρίσκονται στον ίδιο τόπο και έχουν λόγο μηκών ίσο με 4/9. Αν η περίοδος του ενός είναι 0,6s η περίοδος του άλλου μπορεί να είναι:

α) 0,4s

β) 0,6s

γ) 0,9s

δ) 1,3s

22. Να βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις είναι η σωστή.
Η περίοδος της ταλάντωσης σώματος Α κρεμασμένου στο άκρο ελατηρίου είναι 3s ενώ σώματος Β κρεμασμένου στο άκρο του ίδιου ελατηρίου είναι 4s.

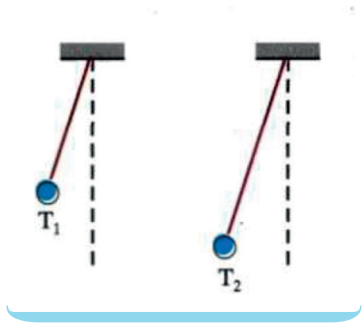
Άρα η περίοδος όταν στο άκρο του προηγούμενου ελατηρίου είναι κρεμασμένα και τα δύο σώματα Α και Β είναι:

α) 2s

β) 3s

γ) 4s

δ) 5s



23. Να βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις είναι η σωστή.
Δύο απλά εκκρεμή με περιόδους T_1 = 0,3s και T_2 = 0,4s αφήνονται να εκτελέσουν Γ.Α.Τ. από τη θέση που φαίνεται στην εικόνα.
Την ίδια εικόνα θα δούμε ξανά για πρώτη φορά μετά από χρόνο:

α) 0,3s

β) 0,4s

γ) 0,7s

δ) 1,2s

24. Να βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις είναι η σωστή.
Απλό εκκρεμές μήκους ℓ_1 έχει περίοδο 0,6s ενώ, αν το μήκος του ήταν ℓ_2 η περίοδός του θα ήταν 0,8s.
Επομένως, αν το μήκος του ήταν $\ell_1 + \ell_2$ η συχνότητά του θα ήταν:

α) 0,6Hz

β) 0,8Hz

γ) 1,0Hz

δ) 1,4Hz

25. Βρείτε τη μηχανική ενέργεια E_o του σώματος (Εικ. 7) όταν αυτό ηρεμεί στη θέση Ο, την E_A όταν το έχουμε μεταφέρει στη θέση Α και την $E_Γ$ όταν περνά στη συνέχεια από τη θέση Γ (διευκολύνει σαν επίπεδο μηδενικής ενέργειας βαρύτητας να θεωρήσετε το επίπεδο που περιέχει το σημείο Α).
Βρείτε τη συνέχεια τις εκφράσεις της ενέργειας ταλάντωσης αφαιρώντας την E_o από την E_A και από την $E_Γ$.

26. Διαθέτετε ένα ελατήριο, ένα μικρό σώμα, ένα θερμόμετρο, ένα χρονόμετρο, μία μετροταινία, έναν ογκομετρικό κύλινδρο και ένα αμπερόμετρο.
Ποια απ' αυτά θα χρησιμοποιήσετε και πώς ώστε να μετρήσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας στον τόπο που βρισκόσαστε;

27. Διαθέτετε μία ζυγαριά, ένα μικρό σώμα, ένα κουβάρι νήμα, ένα μοιρογνωμόνιο, ένα χρονόμετρο, μία μετροταινία και ένα βολτόμετρο.
Ποιά απ' αυτά θα χρησιμοποιήσετε και πώς ώστε να μετρήσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας στον τόπο που βρισκόσαστε;

28. Να δείξετε ότι σε κάθε Γ.Α.Τ. ικανοποιείται η σχέση:

$$\upsilon = \pm\omega\sqrt{\psi_o^{\ 2} - \psi^2}$$

29. Να βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις είναι η σωστή.
Η περίοδος σώματος κρεμασμένου στο άκρο ελατηρίου (Εικ. 7β) είναι 2s και η επιμήκυνση του ελατηρίου α όταν το σώμα βρίσκεται στη Θ.Ι. του (Εικ. 7α), οπότε στον ίδιο τόπο απλό εκκρεμές μήκους α έχει περίοδο:

α) 1s

β) 2s

γ) 3s

δ) 4s

Προβλήματα

1. Να βρείτε την περίοδο απλού εκκρεμούς μήκους 2,5m.
Δίδεται $g=10m/s^2$.

2. Να βρείτε την τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας με τη βοήθεια του τρίτου ζεύγους τιμών του πίνακα (Εικ. 22).

3. Να βρείτε την περίοδο σώματος (Εικ. 7β) που έχει μάζα 0,2Kg και είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς 0,8N/m.

4. Να βρείτε το μήκος απλού εκκρεμούς που έχει περίοδο 2s.
Δίδεται $g=10m/s^2$ και $\pi^2 \approx 10$.

5. Η απομάκρυνση σώματος που πραγματοποιεί οριζόντια Γ.Α.Τ. δίδεται από τη σχέση:

$$x = 0,2\eta\mu\pi t \text{ (S.I.)}$$

Να βρείτε:

α) το πλάτος της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης,

β) την περίοδο, τη συχνότητα και την κυκλική συχνότητα.

6. Η απομάκρυνση σώματος που πραγματοποιεί οριζόντια Γ.Α.Τ. δίδεται από τη σχέση:

$$x = 0,1\eta\mu 2\pi t \text{ (S.I.)}$$

Να βρείτε την απομάκρυνση του σώματος τις χρονικές στιγμές:

α) $t = T/12$,

β) $t = 5T/12$

Να θεωρήσετε ότι τη χρονική στιγμή μηδέν το σώμα περνά από τη Θ.Ι. του.

7. Η απομάκρυνση σώματος που πραγματοποιεί κατακόρυφη Γ.Α.Τ. δίδεται από τη σχέση:

$$\psi = 0,2\eta\mu 2\pi t \text{ (S.I.)}$$

Να βρείτε τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{8}$

α) την ταχύτητά του,

β) την επιτάχυνσή του.

Να θεωρήσετε ότι τη χρονική στιγμή μηδέν το σώμα περνά από τη Θ.Ι. του.

8. Η απομάκρυνση σώματος που πραγματοποιεί Γ.Α.Τ. δίδεται από τη σχέση:

$$x = 0,2\eta\mu\frac{\pi}{2}t \text{ (S.I.)}$$

Να βρείτε το χρόνο που μεσολαβεί από τη στιγμή που το σώμα

καθώς απομακρύνεται από τη Θ.Ι. του βρίσκεται σε θέση όπου η απομάκρυνσή του είναι 0,1m, ώσπου να βρεθεί στην ίδια θέση καθώς επιστρέφει προς τη Θ.Ι. του.

9. Σώμα πραγματοποιεί Γ.Α.Τ. με περίοδο 2s και πλάτος 0,2m.
Να βρείτε όταν η απομάκρυνσή του είναι 0,1m:

α) την ταχύτητά του,

β) την επιτάχυνσή του.

10. Σώμα μάζας 0,2 Kg πραγματοποιεί Γ.Α.Τ. με πλάτος 0,2m και περίοδο 2πs.
Να βρείτε:

α) τη σταθερά επαναφοράς,

β) την ενέργεια ταλάντωσης.

11. Σώμα πραγματοποιεί Γ.Α.Τ. με πλάτος 2m. Να βρείτε την απομάκρυνση όταν η κινητική του ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.

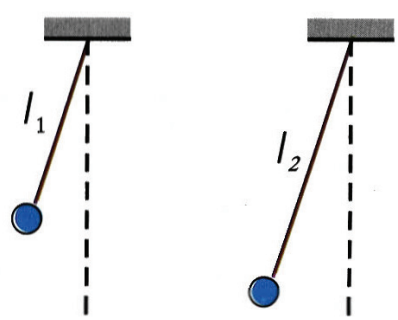
12. Να βρείτε το λόγο της κινητικής ενέργειας σώματος που πραγματοποιεί Γ.Α.Τ. προς τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης όταν:

α) $x = x_o/2$

β) $υ = υ_o/2$

13. Σώμα πραγματοποιεί Γ.Α.Τ. με πλάτος 0,2 m. Αν η μέγιστη τιμή της δύναμης επαναφοράς είναι 100 N να βρείτε την ενέργεια ταλάντωσης.

14.



Δύο απλά εκκρεμή με μήκη ℓ_1 =0,9 m και ℓ_2 =1,6m αφήνονται ταυτόχρονα από τη θέση που φαίνεται στην εικόνα.
Να βρείτε μετά πόσο χρόνο θα εμφανιστεί ξανά για πρώτη φορά

η ίδια εικόνα.

Δίδεται $g=10m/s^2$.

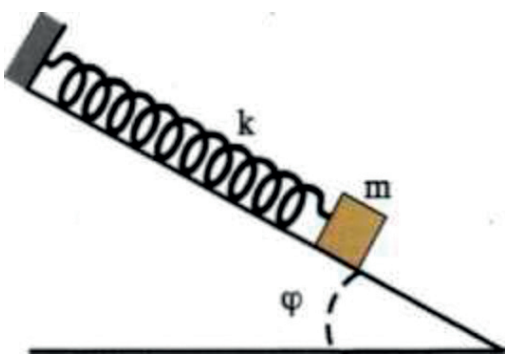
15.

Σώμα μάζας 0,2Kg ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς 20N/m.
Αν το σώμα απομακρυνθεί λίγο από τη θέση του κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και αφεθεί στη συνέχεια ελεύθερο:

α) να δείξετε ότι θα εκτελέσει Γ.Α.Τ.,

β) να βρείτε την περίοδό του.

16.

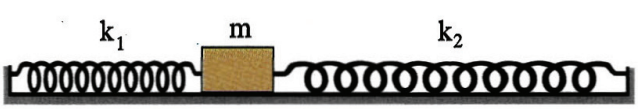


Το σώμα μάζας 0,1Kg που φαίνεται στην εικόνα αρχικά ηρεμεί πάνω στο λείο κεκλιμένο επίπεδο δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς 10N/m.
Αν το απομακρύνουμε λίγο από τη θέση του κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου:

α) να δείξετε ότι θα εκτελέσει Γ.Α.Τ.,

β) να βρείτε την περίοδό του.

17.



Το σώμα μάζας m=1Kg που φαίνεται στην εικόνα αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στα ελεύθερα άκρα ελατηρίου με σταθερές k_1=10N/m και k_2=6N/m.

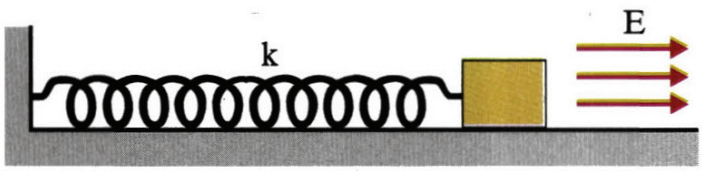
Αν απομακρύνουμε το σώμα από τη Θ.Ι. κατά x=0,1m:

α) να δείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει Γ.Α.Τ.,

β) να βρείτε την περίοδό του,

γ) να βρείτε τη μέγιστη κινητική του ενέργεια.

18.

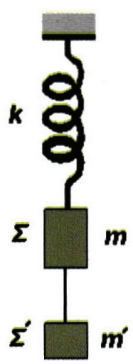


Το σώμα μάζας 1Kg που φαίνεται στην εικόνα αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς 64N/m. Το σώμα είναι φορτισμένο με φορτίο $6,4 \cdot 10^{-3}$C και βρίσκεται σε μία περιοχή όπου υπάρχει ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης 1000N/C παράλληλης με τον άξονα του ελατηρίου. Αν το ηλεκτρικό πεδίο καταργηθεί να βρείτε:

α) τη μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα,

β) το χρόνο που θα περάσει ώσπου να γίνει μέγιστη η ταχύτητά του.

19.



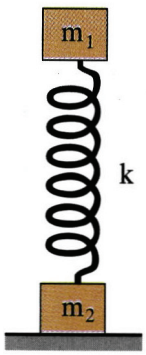
Το σώμα Σ μάζας m=0,5Kg που φαίνεται στην εικόνα αρχικά ηρεμεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k=50N/m. Είναι δεμένο επίσης μέσω νήματος με σώμα Σ΄ μάζας m΄=1Kg. Αν το νήμα κοπεί να βρείτε:

α) την περίοδο της Γ.Α.Τ. που θα εκτελέσει το σώμα Σ,

β) τη μέγιστη ταχύτητά του.

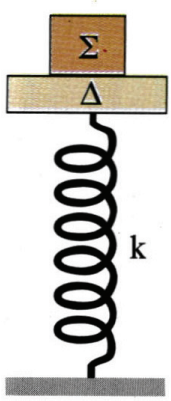
Δίδεται: $g=10m/s^2$.

20.



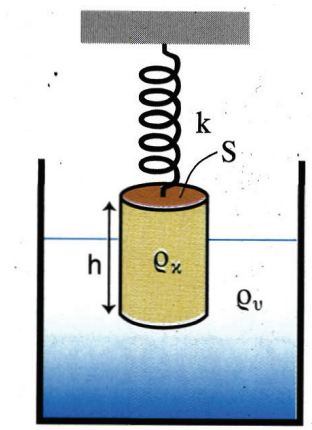
Τα σώματα με μάζες m_1=0,2Kg και m_2=0,8Kg που φαίνονται στην εικόνα ηρεμούν δεμένα στα άκρα του κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=100N/m.
Να βρείτε πόσο το πολύ μπορούμε να σπρώξουμε το σώμα m_1 προς τα κάτω, ώστε όταν το αφήσουμε ελεύθερο μόλις και να μη σηκωθεί από το δάπεδο το σώμα m_2.

21.



Πάνω στο δίσκο Δ μάζας 0,1Kg που φαίνεται στην εικόνα έχει τοποθετηθεί σώμα Σ μάζας 0,3Kg. Ο δίσκος είναι δεμένος στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς 40N/m. Να βρείτε τη μέγιστη τιμή $\psi_{o\,max}$ του πλάτους της Γ.Α.Τ. που μπορεί να εκτελεί ο δίσκος χωρίς να χάνει το σώμα Σ την επαφή του μ' αυτόν.

22.



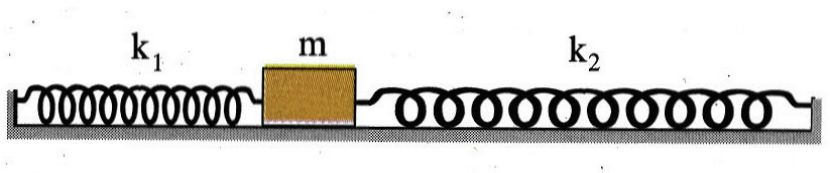
Θεωρώντας γνωστά όλα τα μεγέθη που σημειώνονται στην εικόνα καθώς και την επιτάχυνση της βαρύτητας g:

α) δείξτε ότι ο κύλινδρος θα εκτελέσει Γ.Α.Τ. αν απομακρυνθεί λίγο από τη Θ.Ι. του και αφεθεί στη συνέχεια ελεύθερος,

β) βρείτε την περίοδό του.

Να θεωρήσετε ότι ο κύλινδρος κατά την κίνηση του είναι διαρκώς εν μέρει βυθισμένος στο υγρό και δεν συναντά τριβές και αντιστάσεις και ότι η στάθμη του υγρού παραμένει σταθερή.

23.



Σώμα μάζας m=0,1Kg είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς k_1=10N/m, ενώ απλά ακουμπά στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς k_2=30N/m.
Αν προσδώσουμε οριζόντια ταχύτητα στο σώμα κατά τη διεύθυνση των αξόνων των ελατηρίων να βρείτε την περίοδο της κίνησης που θα εκτελέσει.

24. Ομογενής κύλινδρος πυκνότητας ρ ηρεμεί αρχικά με τον άξονά του κατακόρυφο, βυθισμένος εν μέρει σε υγρό πυκνότητας 4ρ.
Αν προσδώσουμε στον κύλινδρο κατακόρυφη ταχύτητα $υ_0$=2m/s να βρείτε:

α) την απόσταση μεταξύ της κατώτερης και της ανώτερης θέσης που θα βρεθεί ο κύλινδρος,

β) το χρόνο που μεσολαβεί από τη στιγμή που ο κύλινδρος βρίσκεται στην κατώτερη θέση του ώσπου να βρεθεί στην ανώτερη.
Δίδεται το ύψος του κυλίνδρου h = 0,4m και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.
Να θεωρήσετε ότι ο κύλινδρος δεν συναντά αντιστάσεις και τριβές κατά την κίνησή του και ότι η στάθμη του υγρού παραμένει σταθερή.

Ένθετο

Μουσικά όργανα

Στην πράξη όλες οι ταλαντώσεις είναι φθίνουσες.

Έτσι ένα σύστημα που διεγείρεται ώστε να πραγματοποιήσει ταλάντωση με κάποια συχνότητα (που λέγεται και ιδιοσυχνότητά του) θα σταματήσει μετά από κάποιο χρονικό διάστημα να ταλαντώνεται.

Σε αρκετές περιπτώσεις όμως, μία ταλάντωση μπορεί να διατηρείται για αρκετό χρόνο, αν ένα εξωτερικό σύστημα, που θα το λέμε διεγέρτη, της παρέχει περιοδικά την ενέργεια που για διάφορους λόγους χάνει.

Μια τέτοια ταλάντωση λέγεται εξαναγκασμένη και η πλήρης μελέτη της ξεφεύγει από τους στόχους αυτού του βιβλίου.

Γι' αυτό και στη θέση αυτή, θα αναφερθούμε μόνο στο φαινόμενο του συντονισμού.

Το φαινόμενο του συντονισμού παρατηρείται σε μία εξαναγκασμένη ταλάντωση όταν η συχνότητα του διεγέρτη πάρει ορισμένη τιμή και συγκεκριμένα όταν γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητά της ταλάντωσης.

Το πλάτος τότε της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο. Εφαρμογές αυτού του φαινομένου έχουμε στα μουσικά όργανα.

Ο ήχος που παράγεται από ένα σώμα που ταλαντώνεται π.χ. από μία χορδή, από μία μεμβράνη από μία γλωσσίδα κ.λπ., είναι συνήθως αδύναμος.

Για να ενισχύσουμε αυτόν τον ήχο υποχρεώνουμε μία ποσότητα αέρα, που βρίσκεται μέσα σ' ένα χώρο που λέγεται αντηχείο, να κάνει εξαναγκασμένη ταλάντωση.

Τον ρόλο του διεγέρτη, σ' αυτήν την περίπτωση, μπορεί να παίξει μία χορδή (όπως π.χ. στην κιθάρα), μία μεμβράνη (όπως π.χ. στο τύμπανο), μία γλωσσίδα (όπως π.χ. στη φυσαρμόνικα) κ.λπ.

Φροντίζουμε μάλιστα να εμφανίζεται και το φαινόμενο του συντονισμού, οπότε το πλάτος της ταλάντωσης που κάνει η ποσότητα του αέρα γίνεται μέγιστο και άρα ο ήχος ακούγεται πιο δυνατά, πράγμα που είναι και το ζητούμενο.

Καλό είναι, τέλος, να γνωρίζουμε ότι το τελειότερο αντηχείο είναι

αυτό που η ίδια η φύση έχει κατασκευάσει: η στοματική κοιλότητα του ανθρώπου, αλλά και άλλων ζώων, με τη βοήθεια της οποίας ενισχύεται ο αδύναμος ήχος που προκύπτει από την ταλάντωση των φωνητικών χορδών.

4.1 Μηχανικές ταλαντώσεις

1. $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

Απ: $T = \pi s$

2. $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{\ell}{g} \Rightarrow g = 4\pi^2\ell/T^2$

Απ: $g = 9{,}74\ m/s^2$

3. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

Απ: $T = \pi s$

4. $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{\ell}{g} \Rightarrow \ell = T^2g/4\pi^2$

Απ: $\ell = 1m$

5. $x = x_o\eta\mu\omega t$

α) $\upsilon_o = \omega x_o$, $\alpha_o = \omega^2 x_o$

Απ: $x_o = 0{,}2m$, $\upsilon_o = 0{,}2\pi\ m/s$, $\alpha_o = 0{,}2\pi^2\frac{m}{s^2}$

β) $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $\omega = 2\pi\nu$

Απ: $\omega = \pi rad/s$, $T = 2s$, $\nu = 0{,}5Hz$

6. $x = x_o\eta\mu\frac{2\pi}{T}\cdot t$

Απ: α) $x = 0{,}05m$, β) $x = 0{,}05m$

7. $\psi = \psi_o \eta\mu \frac{2\pi}{T} t$, $\upsilon = \upsilon_o \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi}{T} t$, $\alpha = -\alpha_o \eta\mu \frac{2\pi}{T} t$

$\upsilon_o = \omega\psi_o$, $\alpha_o = \omega^2\psi_o$

Απ: α) $\upsilon = 0{,}2\sqrt{2}\pi$ m/s, β) $\alpha = -0{,}4\cdot\sqrt{2}\pi^2$ m/s^2

8. $x = x_o \eta\mu\omega t \Rightarrow \eta\mu\omega t = \frac{x}{x_o}$

$$\eta\mu \frac{\pi}{2} t = \frac{1}{2} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{\pi}{2} t_1 = \frac{\pi}{6} \\ \\ \frac{\pi}{2} t_2 = 5\frac{\pi}{6} \end{array}\right\} \Delta t = t_2 - t_1$$

Απ: $\Delta t = 2/3$s

9. $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $\upsilon = \pm\omega\sqrt{x_o^2 - x^2}$, $\alpha = -\omega^2 x$

Απ: α) $\upsilon = 0{,}1\cdot\sqrt{3}\pi$ m/s, β) $\alpha = 0{,}1\pi^2$ m/s^2

10. $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $D = m\omega^2$, $ET = \frac{1}{2} Dx_o^2$

Απ: α) $D = 0{,}2$ N/Kg, β) $E_T = 0{,}004$J

11. $K = \frac{1}{2} m\upsilon^2$, $U_T = \frac{1}{2} Dx^2$, $\upsilon^2 = \omega^2(x_o^2 - x^2)$, $D = m\omega^2$

Απ: $x = \sqrt{2}$ m

12. $K = \frac{1}{2} m\upsilon^2 = \frac{1}{2} Dx_o^2 - \frac{1}{2} Dx^2$, $U_T = \frac{1}{2} Dx^2 = \frac{1}{2} m\upsilon_o^2 - \frac{1}{2} m\upsilon^2$

Απ: α) 3, β) 1/3

13. $F_{o\lambda,max} = Dx_o$, $E_T = \frac{1}{2} Dx_o^2$

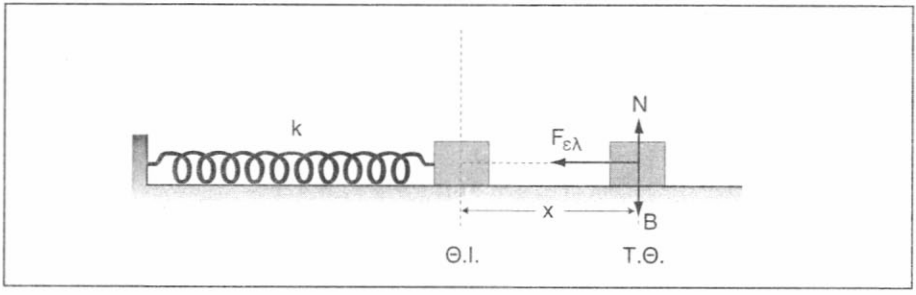
$$\Rightarrow E_T = F_{o\lambda,max} \cdot \frac{x_o}{2}$$

Απ: $E_T = 10J$

14. $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_1}{g}}$, $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_2}{g}}$, $\Delta t = kT_1 = \lambda T_2$

Απ: $\Delta t = 2{,}4\pi s$

15.

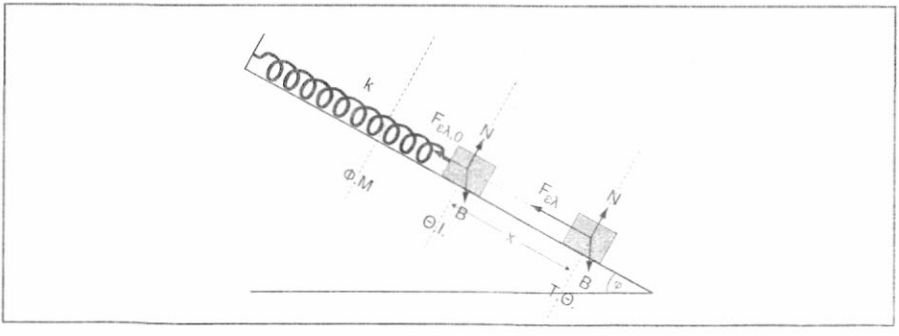


α) $N = B$, $F_{o\lambda} = F_{\varepsilon\lambda} = kx \Rightarrow D = k$

β) $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$

Απ: $T = 0{,}2\,\pi s$

16.



α) Θ.Ι.: $N = B\sigma\upsilon\nu\varphi$,

$F_{\varepsilon\lambda,o} = B\eta\mu\varphi \Rightarrow k\alpha = B\eta\mu\varphi \quad (1)$

Τ.Θ.: $F_{o\lambda} = F_{\varepsilon\lambda} - B\eta\mu\varphi =$

$= k(\alpha+x) - B\eta\mu\varphi =$

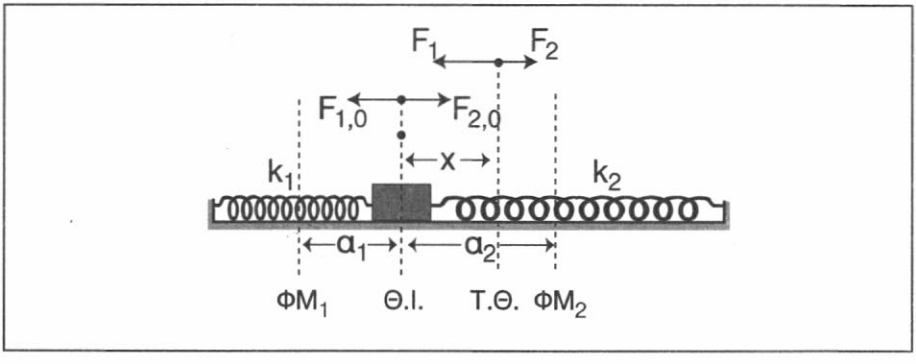
$= k\alpha + kx - B\eta\mu\varphi \overset{(1)}{=}$

$= k\alpha + kx - k\alpha \Rightarrow F_{o\lambda} = kx \Rightarrow D = k$

β) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{D}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

Απ: $T = 0{,}2\,\pi s$

17.



α) Θ.Ι: $F_{1,0} = F_{2,0} \Rightarrow$

$k_1\alpha_1 = k_2\alpha_2 \quad (1)$

ΤΘ: $F_{o\lambda} = F_1 - F_2 =$

$= k_1(\alpha_1+x) - k_2(\alpha_2-x) =$

$= k_1\alpha_1 + k_1x - k_2\alpha_2 + k_2x \overset{(1)}{=}$

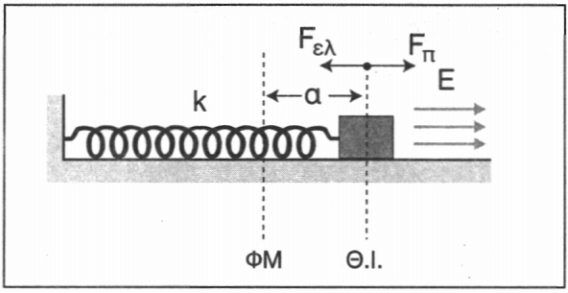
$= k_1\alpha_1 + k_1x - k_1\alpha_1 + k_2x \Rightarrow F_{o\lambda} = (k_1+k_2)x \Rightarrow D = k_1+k_2$

β) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$

γ) $k_{max} = \frac{1}{2}mu_o^2 = \frac{1}{2}Dx_o^2$

Απ: β) $T = \frac{\pi}{2}$ s, γ) $k_{max} = 0{,}08$J

18. Πριν την κατάργηση του ηλεκτρικού πεδίου το σώμα ισορροπεί στη Θ.Ι. και ισχύει:



$F_{ελ} = F_π \Rightarrow$

$kα = Eq \Rightarrow$

$$α = \frac{Eq}{k}$$

απ' όπου με αντικατάσταση βρίσκουμε: α = 0,1 m.

Μετά την κατάργηση του ηλεκτρικού πεδίου, αλλάζει η Θ.Ι. του σώματος και γίνεται αυτή του φυσικού μήκους ΦΜ του ελατηρίου.

Το σώμα απέχει αρχικά απ' αυτήν κατά α και έχει ταχύτητα μηδέν, άρα το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει (βλ. πρόβλημα 15) είναι:

$$x_o = α = 0{,}1m$$

Η περίοδος της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ όπου με αντικατάσταση: $T = \frac{\pi}{4}$ s

α) Ισχύει $u_o = ωx_o = \frac{2\pi}{T}x_o$ απ' όπου με αντικατάσταση:

$$\upsilon_o = 0{,}8\ m/s$$

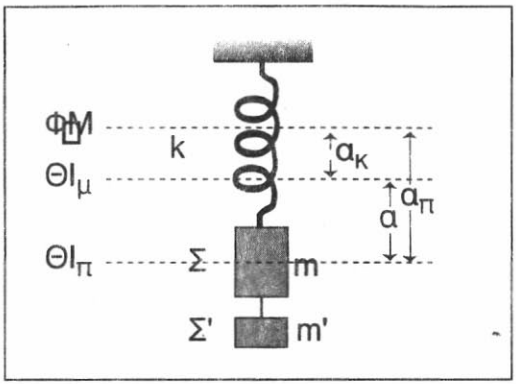
β) Ο χρόνος Δt είναι ίσος με $\frac{T}{4}$ άρα $\Delta t = \frac{\pi}{16}$ s

19. Πριν κοπεί το νήμα το σώμα ισορροπεί στη θέση Θ.Ι.π και ισχύει:

$k\alpha_\pi = mg + m'g \Rightarrow$

$\alpha_\pi = \frac{(m+m')}{k} g$ απ' όπου με αντικατάσταση:

$\alpha_\pi = 0{,}3\ m$



Μετά το κόψιμο του νήματος η θέση ισορροπίας του σώματος είναι η ΘΙμ και ισχύει:

$$k \cdot \alpha_\mu = mg \Rightarrow \alpha_\mu = \frac{mg}{k} \text{ απ' όπου: } \alpha_\mu = 0{,}1m$$

Μόλις κοπεί το νήμα το σώμα απέχει από τη ΘΙμ κατά $\alpha = \alpha_\pi - \alpha_\mu = 0{,}2m$, έχει ταχύτητα μηδέν, άρα το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει είναι: $x_o = \alpha = 0{,}2m$.

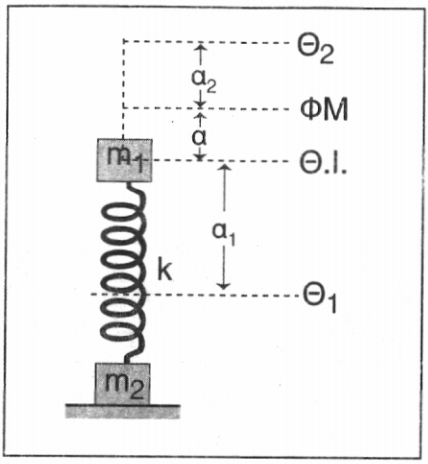
α) Η περίοδος της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

απ' όπου με αντικατάσταση: $T = 0{,}2\ \pi s$.

β) Ισχύει $\upsilon_o = \omega x_o = \frac{2\pi}{T} x_o$ απ' όπου με αντικατάσταση: $\upsilon_o = 2m/s$

20. Το σώμα m_1 ισορροπεί σε θέση Θ.Ι. όπου το ελατήριο έχει συσπειρωθεί κατά α και ισχύει: $k\alpha = m_1 g$.

Αν σπρώξουμε το σώμα m_1 κατά $α_1$ προς τα κάτω ώστε να βρεθεί σε θέση $Θ_1$ και μετά το αφήσουμε ελεύθερο, αυτό θα εκτελέσει Γ.Α.Τ. και κάποια στιγμή θα βρεθεί σε θέση $Θ_2$, συμμετρική της $θ_1$ ως προς τη Θ.Ι., όπου το ελατήριο θα έχει επιμηκυνθεί κατά $α_2 = α_1 - α$ και συνεπώς θα ασκεί στο σώμα m_2 δύναμη $F = kα_2$.



Για να μη σηκωθεί το σώμα m_2 από το δάπεδο θα πρέπει:

$$F \le B_2 \Rightarrow kα_2 \le m_2g \Rightarrow k(α_1-α) \le m_2g \Rightarrow$$

$$kα_1 - kα \le m_2g \overset{(1)}{\Rightarrow} kα_1 \le m_2g + m_1g \Rightarrow$$

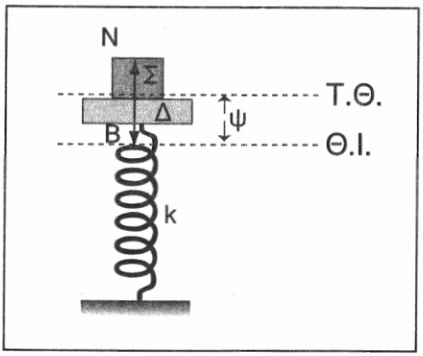
$$α_1 \le \frac{m_1+m_2}{k}\, g$$

Άρα $α_{1_{max}} = \dfrac{m_1+m_2}{k}\, g$ απ' όπου $α_{1_{max}} = 0{,}1$ m.

21.

1ος τρόπος

Όταν το σύστημα βρίσκεται πάνω από τη θέση ισορροπίας του, το σώμα Σ δεν χάνει την επαφή του με τον δίσκο όταν $N \ge 0$.



Επειδή όμως το σώμα εκτελεί και Γ.Α.Τ. ισχύει ταυτόχρονα

$$B_Σ - N = m_Σω^2ψ \text{ ή}$$

$$N = m_2g - m_Σω^2ψ$$

Άρα $m_2g - m_\Sigma\omega^2\psi \geq 0$ ή $\psi \leq \frac{g}{\omega^2}$ για κάθε τιμή του ψ.

Συνεπώς ισχύει για το πλάτος: $\psi_o \leq \frac{g}{\omega^2}$ απ' όπου προκύπτει ότι η μέγιστη τιμή του είναι:

$$\psi_{o,max} = \frac{g}{\omega^2}$$

και επειδή: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_{o\lambda}}}$

έχουμε τελικά: $\psi_{o,max} = \frac{m_{o\lambda}.g}{k}$

Με αντικατάσταση των τιμών στην τελευταία σχέση προκύπτει:

$$\psi_{o,max} = 0,1m$$

(Κάτω από τη Θ.Ι. η Ν είναι πάντα διάφορη του μηδενός και συνεπώς δε χάνεται η επαφή του σώματος με τον δίσκο).

2ος τρόπος

Όταν το σύστημα βρίσκεται πάνω από τη θέση ισορροπίας του, η μέγιστη επιτάχυνση που μπορεί να έχει το σώμα Σ, όταν μόλις και δε χάνει την επαφή του με το δίσκο, είναι g.

Τόση, επομένως, πρέπει να είναι και η μέγιστη τιμή της επιτάχυνσης της ταλάντωσης.

Άρα $\omega^2\psi_{o,max} = g$ απ' όπου $\psi_{o,max} = \frac{g}{\omega^2}$

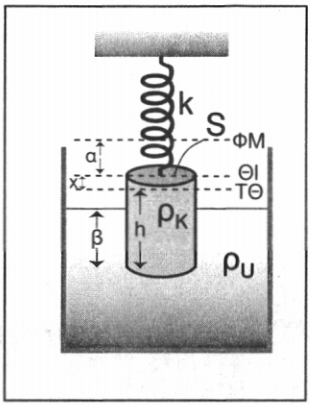
22. ΘΙ: $B = F_{\varepsilon\lambda.o} + A_o \Rightarrow \quad B = k\alpha + \rho_\upsilon gS\beta \quad (1)$

ΤΘ: $F_{o\lambda} = k(\alpha+x) + \rho_\upsilon gS(\beta+x) - B = k\alpha + kx + \rho_\upsilon gS\beta + \rho_\upsilon gSx - B$

$\overset{(1)}{\Rightarrow} F_{o\lambda} = kx + \rho_\upsilon gSx + B - B \Rightarrow \quad F_{o\lambda} = (k + \rho_\upsilon gS)x \Rightarrow$

$D = k + \rho_\upsilon gS$

β) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{\rho_k Sh}{k+\rho_u gS}}$

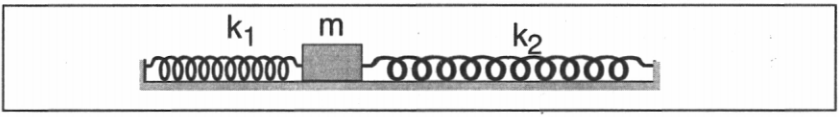


(Παρατηρήσεις: 1) θεωρείται γνωστό και το ύψος h του κυλίνδρου.

2) αν δεν υπάρχει ελατήριο οδηγούμαστε στο λυμένο παράδειγμα (σελ. 223) θέτοντας k = 0.

3) αν δεν υπάρχει υγρό οδηγούμαστε στα γνωστά από τη θεωρία θέτοντας $\rho_u = 0$.)

23.



Όταν το σώμα κινείται δεξιά από τη Θ.Ι. του, πραγματοποιεί Γ.Α.Τ. με την επίδραση και των δυο ελατηρίων (βλ. προβ. 17) επί χρόνο

$$t_\delta = \frac{T_\delta}{2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}}{2}$$

ενώ όταν κινείται αριστερά από τη Θ.Ι. του, πραγματοποιεί Γ.Α.Τ. με την επίδραση μόνο του ελατηρίου k_1 (βλ. προβλ. 14) επί χρόνο

$$t_\alpha = \frac{T_\alpha}{2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}}}{2}$$

Άρα ο ολικός χρόνος t είναι:

$$t = t_\delta + t_\alpha \Rightarrow t = \pi\left(\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}} + \sqrt{\frac{m}{k_1}}\right)$$

απ' όπου προκύπτει: t = 0,15πs

(Παρατήρηση: Θεωρήσαμε την απλή περίπτωση όπου τα ελατήρια έχουν αρχικά το φυσικό τους μήκος. Στην περίπτωση που τα ελατήρια θεωρηθούν αρχικά επιμηκυμένα, απλή είναι η περίπτωση όπου το πλάτος της ταλάντωσης είναι μικρότερο από την αρχική συμπίεση του ελατηρίου k_2. Η μελέτη τότε είναι ανάλογη μ' αυτή του προβλήματος 17).

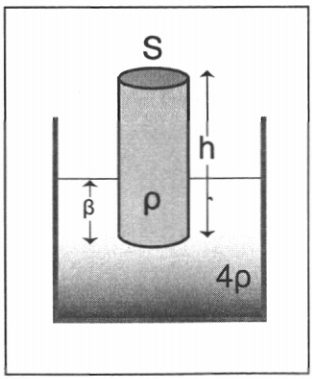
24. Το σώμα αρχικά είναι βυθισμένο κατά β και ισχύει:

$B = A_o$ ή

$$\rho g S h = 4\rho g S \beta \Rightarrow \beta = \frac{h}{4} = 0{,}1 \text{ m}$$

Αν το σώμα αποκτήσει ταχύτητα θα εκτελέσει Γ.Α.Τ. εφ' όσον είναι εν μέρει βυθισμένο στο υγρό (βλ λυμένο παράδειγμα σελ. 223) με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{\rho}{4\rho}\,\frac{h}{g}}$, απ' όπου

$T = \frac{\pi}{5}$ s και $\omega = 10$ rad/s και με πλάτος $\psi_o = \frac{\upsilon_o}{\omega} = 0{,}2$ m.



Το σώμα εκτελεί κανονικά Γ.Α.Τ. όταν βρίσκεται κάτω από τη Θ.Ι. του (διότι $\psi_o < h-\beta$), άρα έχει πλάτος «κάτω» $\psi_{ok} = 0{,}2$ m και χρειάζεται χρόνο από την κατώτερη θέση του μέχρι τη Θ.Ι.

$$t_k = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{20} \text{ s} = 0{,}157 \text{ s}$$

Όταν το σώμα περάσει από τη Θ.Ι. του κινούμενο προς τα πάνω:

i) αρχικά εκτεθεί Γ.Α.Τ. ώσπου να γίνει $\psi = \beta = 0{,}1$m οπότε έχει περάσει χρόνος t_1 για τον οποίο ισχύει:

$$\psi = \psi_o \eta\mu\omega t_1 \Rightarrow \eta\mu\omega t_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{60} \text{ s}$$

και η ταχύτητα του είναι τότε:

$$\upsilon = \omega\sqrt{\psi_o^2-\psi^2} \text{ απ' όπου } \upsilon = \sqrt{3}\ \text{m/s}$$

ii) στη συνέχεια βγαίνει έξω από το υγρό και εκτελεί κατακόρυφη προς τα άνω βολή φθάνοντας μετά από χρόνο $t_2 = \frac{\upsilon}{g} = \frac{\sqrt{3}}{10}$ s στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς του που βρίσκεται ψηλότερα κατά $\alpha = \frac{\upsilon^2}{2g} = 0{,}15$ m.

Έτσι το σώμα μόλις περάσει από τη Θ.Ι. του κινείται προς τα πάνω επί χρόνο $t_\pi = t_1+t_2 = 0{,}226$s και η γραμμική ταλάντωση του έχει πλάτος «πάνω» $\psi_{o\pi} = \beta+\alpha = 0{,}35$m.

Άρα:

α) η απόσταση μεταξύ της κατώτερης και της ανώτερης θέσης του κυλίνδρου είναι:

$$d = \psi_{ok}+\psi_{o\pi} \Rightarrow d = 0{,}55\text{m}$$

β) ο χρόνος που μεσολαβεί από την κατώτερη μέχρι την ανώτερη θέση είναι $t = t_k+t_\pi \Rightarrow t = 0{,}383$s.